BIBLIOTECA
TECNICA
PHILIPS

ERNESTO ORELLANA

PROSPECCION GEOELECTRICA

en corriente continua

SEGUNDA EDICION CORREGIDA Y AMPLIADA

PARANINFO



Magallanes, 25.—Madrid-15.

IMPRESO EN ESPAÑA
PRINTED IN SPAIN

ISBN: 84-283-1153-6

Depósito Legal: M-35184-1981


Magallanes, 25 - MADRID (15) (2-3053)

ALCO, artes gráficas. Jaspe, 34 - Madrid-26

A la memoria de mi maestro,
el físico JULIO PALACIOS.

PROLOGO

a la primera edición

El origen de la obra presente son las explicaciones dadas en mis clases de Prospección Geofísica, de la especialidad de Física de la Tierra en la Facultad de Ciencias de Madrid (Universidad Complutense).

EDITORIAL PARANINFO, *por su especialización técnica y universitaria, ha recibido frecuentemente peticiones de bibliografía sobre el tema. Su insistencia sobre mí por esta causa, me ha animado a transformar mis experiencias en un libro.*

Una vez tomada esta decisión, y al considerar las características de la futura obra, se hizo evidente la necesidad de un texto o manual práctico capaz de servir de orientación a los profesionales de la Prospección Geoeléctrica, por lo que he procurado atender también a este aspecto.

La finalidad de este libro es, pues, múltiple, y no sólo se contienen en él los temas exigibles en un curso de introducción, sino otros más específicos, que pudiéramos llamar de ampliación, así como cuestiones interesantes en la práctica profesional. Por esta causa, y siguiendo el precedente establecido por obras como la de Grant y West y la de Keller y Frischknecht, el nivel a que son tratados los diferentes temas es variable. Los puntos teóricos más básicos e importantes son considerados de modo más elemental y detallado que otros menos fundamentales. Al redactar los temas prácticos referentes al trabajo de campo, he procurado que sean asequibles a los operadores. Otras cuestiones se han tratado a nivel más elevado, pues no pueden dominarse sin los conocimientos de Física y Matemáticas Aplicadas que se suponen poseídos por los alumnos de los últimos cursos de Ciencias Físicas.

Los desarrollos teóricos se han expuesto con el debido rigor, pero sin olvidar que la finalidad de los mismos es aclarar los procesos físicos que tienen lugar en la exploración geofísica del subsuelo, y poder someterlos a cálculo. He procurado mostrar la íntima relación que debe existir entre la teoría físico-matemática y la práctica de campo e interpretativa, y he

prescindido, tanto de teorías carentes de realismo, como de técnicas sin base teórica.

En los últimos años, la Prospección Geoeléctrica ha experimentado gran desarrollo, por lo que el número de técnicas y problemas diferentes es muy grande. Por otra parte, la teoría de unos y otros suele ser relativamente complicada. Esto exige dar a la presente obra una extensión relativamente grande, por lo que he considerado conveniente dividirla en dos volúmenes, el primero de los cuales, que es el que el lector tiene en sus manos, se dedica a los métodos de campo constante, esto es, de corriente continua, y el segundo, ahora en preparación, donde se tratarán los métodos de campo variable, actualmente en fase de rápido crecimiento.

Aun así, ha sido necesario efectuar una selección de métodos y técnicas, prescindiendo de procedimientos prospectivos anticuados o poco eficaces. Algunos temas teóricos que hubiesen requerido gran número de páginas para su exposición detallada, se han expuesto sólo en sus rasgos esenciales. En todo caso, se tratan con extensión suficiente todas las teorías importantes por su aplicación práctica, y se introduce al lector en los problemas cuyo estudio completo es propio de monografías especiales.

Obras como la presente han de basarse, necesariamente, en publicaciones anteriores. Sus fuentes principales son, por una parte, mi experiencia personal de algo más de veinte años en la Prospección Geofísica, casi siempre geoeléctrica, reflejada en diversas publicaciones anteriores, y por otra, la literatura de la especialidad, tanto occidental como soviética. En lo que respecta a esta última, he recurrido, siempre que me ha sido posible, a la consulta directa de los originales rusos. Ello me ha permitido la inclusión de ideas y técnicas tan interesantes como poco conocidas en Occidente, y cuya eficacia práctica he podido comprobar personalmente en la mayoría de los casos.

En lo que respecta a magnitudes y unidades, se utiliza exclusivamente el sistema Giorgi racionalizado o MKSA, de acuerdo con el moderno SI (Sistema Internacional). Al proceder así, he tenido en cuenta que, en Electromagnetismo, el citado sistema implica un conjunto de conceptos mucho más adecuado a la realidad física que el viejo sistema "de Gauss", como han demostrado sobradamente Palacios y otros investigadores.

Una vez expuestas estas consideraciones generales parece conveniente hacer algunos comentarios breves sobre la finalidad, contenido y fuentes de cada capítulo de esta obra.

El capítulo primero tiene carácter introductorio, y expone la naturaleza, utilidad y desarrollo histórico de los métodos geoeléctricos de prospección, así como sus relaciones con las ciencias básicas. Lamento haberme visto obligado, tanto en este capítulo como en alguno de los restantes, a emitir juicios poco favorables sobre cierta escuela geoeléc-

trica, muy extendida en tiempos en los países de habla inglesa, y todavía no extinguida por completo, pero creo obligación mía evitar que el lector, mal informado, siga un camino que, aunque de facilidad tentadora, no le conduciría a ninguna parte, y le incapacitaría para comprender y aplicar eficazmente los métodos de prospección geoeléctrica.

El capítulo II se ocupa de las propiedades electromagnéticas de minerales y rocas y tiene por fuente principal el libro de Parkhomenko, así como trabajos de Keller, Parasnis y otros autores, junto con los datos recogidos por mí sobre la rica variedad de las rocas españolas. Junto con la resistividad, se consideran la constante dieléctrica y la permeabilidad magnética, que habrán de tenerse en cuenta en los métodos de campo variable. He intentado que el lector obtenga una idea clara de tales propiedades y de las variables físicas que sobre ellas influyen, pero dada la complejidad de los fenómenos y lo incompleto de los estudios realizados hasta ahora, la visión que puede conseguirse de algunos aspectos del tema no podrá ser tan simple y nítida como querría un cartesiano.

Los conceptos fundamentales, tanto físicos como operativos de la Prospección Geoeléctrica en corriente continua, constituyen el contenido del capítulo tercero. Dada la importancia de tales conceptos para la recta comprensión del resto de la obra, la exposición es detallada y relativamente elemental.

Los capítulos IV y V, que se dedican respectivamente a la teoría y práctica del SEV, son, por así decirlo, los más "personales". En el primero de ellos se desarrollan las ideas de Maillet junto con mis aportaciones al tema, siguiendo en gran parte, aunque en forma más concisa, mi tesis doctoral. La complejidad matemática de algunas teorías hace que sólo hayan podido exponerse a grandes rasgos, por las razones de espacio ya apuntadas. El contenido de este capítulo IV se refiere exclusivamente al problema directo, ya que el inverso, o interpretación, se trata en el V, junto con el planteamiento y ejecución de las mediciones de campo. Al considerar los dos últimos temas mencionados, he tenido en cuenta la experiencia de las compañías de prospección españolas más competentes, y la técnica de campo que se describe es el resultado de una larga evolución en la que los sucesivos perfeccionamientos han ido siendo contrastados por la práctica. En lo que se refiere a la interpretación, he insistido sobre ciertas ideas básicas, a veces olvidadas.

Los sondeos dipolares, que constituyen el tema del capítulo VI, se describen partiendo del SEV, por lo que, en general, basta mostrar las diferencias entre ambos, lo que hace relativamente breve el texto correspondiente. Su fuente principal son las publicaciones de Alpin y sus colaboradores.

El contenido del capítulo VII, dedicado a las calicatas eléctricas, pa-

recerá muy nuevo y original a muchos lectores. En realidad no hay tal, ya que gran parte de dicho capítulo no es sino un resumen de las ideas y técnicas expuestas por I. M. Blokh en uno de sus libros, que elevan dicho método prospectivo, muy poco desarrollado en Occidente, a nivel comparable al de los más perfeccionados.

El método de las líneas equipotenciales se estudia en el capítulo VIII. Puede sorprender la inclusión de un método tenido por muchos como anticuado. Pero ello no quiere decir que sea ineficaz, y a veces los métodos más sencillos dan resultados semejantes y aun superiores, y con menor coste, que otros mucho más sofisticados. Incluso en ciertas condiciones, el estudio por equipotenciales puede resolver problemas de difícil solución por otros procedimientos. Por otra parte, este método posee una modalidad muy útil y usada, la del cuerpo cargado o "mise a la masse".

La descripción de otro método prospectivo, sencillo y antiguo, aunque no viejo, el del potencial espontáneo, es el tema tratado en el capítulo IX, final de este primer tomo.

Como es justo y obligado, debo terminar este prólogo mostrando mi agradecimiento a las personas o entidades que han colaborado en la preparación y edición de esta obra.

Entre éstas figuran la Editorial Paraninfo; la empresa Philips, que ha decidido la inclusión de esta obra en su Biblioteca Técnica y ha suministrado varias fotografías; D. Angel Río, que ha leído y revisado todo el original, sugiriendo múltiples mejoras; D. Cecilio Olivier, D. Fernando Villalón y D. José Luis Gonzalo, que ha hecho lo propio con partes de la obra; las empresas prospectoras Tecnhydros, S. R. L. y Recursos Naturales S. A., que han facilitado diversos ejemplos prácticos, debiéndose además a la primera de ellas, la labor de dibujo de la mayoría de las ilustraciones; Geotrón, S. A., *que ha proporcionado fotografías de instrumentos; mi hermana María Mercedes, que ha mecanografiado el original manuscrito, de difícil caligrafía, y finalmente, la European Association of Exploration Geophysicists por haber autorizado la reproducción de algunas figuras.*

PROLOGO

a la segunda edición

Los progresos de la Prospección Geoeléctrica por corriente continua en los últimos años hacían inviable una reimpresión de esta obra, ya anticuada en algunos aspectos, y obligaban a su actualización.

En esta segunda edición se han añadido apartados sobre nuevos métodos prospectivos, como el de medición magnetométrica de resistividades (MMR) y la cartografía bipolar.

El capítulo IV, sobre teoría del SEV, ha sido reordenado; los conceptos de Maillet (Dar Zarrouk) se introducen de manera que considero más efectiva que la utilizada en la edición anterior, en relación con la ambigüedad de las soluciones; se establece el nuevo concepto de equivalencia y se estudia la equivalencia de Zohdy. Además, se han añadido varios apartados sobre nuevos métodos de cálculo para cortes geoeléctricos complejos.

El capítulo V ha sido actualizado en el aspecto instrumental, y se ha ampliado notablemente la parte dedicada a la interpretación, en la que se han incluido los abundantes métodos numéricos modernos.

En muchos lugares de la obra se han insertado o modificado párrafos para dar cuenta de aportaciones o trabajos recientes e interesantes. El número de publicaciones sobre temas geoeléctricos en los últimos ocho o diez años es bastante grande, hasta el punto de que las referencias bibliográficas en esta edición duplican prácticamente las de la primera. Naturalmente, he tenido que efectuar una selección entre dichas aportaciones o nuevas ideas, para incluir aquí sólo aquellas que parezcan prometedoras o de mayor futuro. Esta selección implica, naturalmente, un factor subjetivo, con el consiguiente riesgo de error. Espero haber acertado en ello, al menos en la mayoría de los casos.

En parte para conservar aproximadamente la extensión de la obra, y en parte para no desvirtuar la actualización efectuada, he suprimido pá-

rrafos o apartados referentes a técnicas o puntos de vista ya anticuados, manteniendo no obstante algunos que son útiles para aclarar conceptos.

Además se han corregido todas las erratas advertidas y se han modificado o ampliado ciertos párrafos tocantes a puntos que la experiencia me ha demostrado que son propensos a malos entendidos o a la formación de conceptos falsos.

Agradezco a Paraninfo su esfuerzo para conseguir una presentación esmerada de la obra, así como a Geotrón, S. A., Scintrex, Ltd., CSIR (Pretoria) e Ibergesa su ayuda para la ilustración de la misma.

INDICE DE MATERIAS

Capítulo VI. SONDEOS DIPOLARES.

CAPITULO VII. CALICATAS ELECTRICAS.

PRINCIPALES SIMBOLOS UTILIZADOS *

A	Anisotropía
a	Longitud del dipolo de recepción MN
A, B, C,	Electrodo de emisión o corriente
b	Longitud del dipolo de emisión AB
C	Cruce (en curvas de calicata)
c	Concentración en equ. gramo/m³
$\mathbf{E}$	Campo eléctrico
E_i	Espesor de la capa de índice i en un corte geoeléctrico estratificado
F	Factor de formación
h	Anchura horizontal de una capa vertical o inclinada
I	Intensidad de corriente
$\mathbf{J}$	Densidad de corriente
K	Factor de reflexión en la teoría de las imágenes; coeficiente de dispositivo
M, N	Electrodos de potencial o de recepción
N_n	Función característica de Slichter
N'_n	Función característica de Stefanesco
O	Centro del dipolo MN
P	Porosidad
P	Punta (en las curvas de calicata)
$P(\lambda)$	Transformada de resistividad $= \rho_1 N(\lambda)$
Q	Centro del dipolo AB
R	Resistencia eléctrica, distancia entre centros de dipolos
r	Radio, distancia al origen o electrodo
S	Sima (en curvas de calicata); conductancia longitudinal unitaria
T	Resistencia transversal unitaria
U	Potencial eléctrico
u	Profundidad aparente
z	Profundidad

* No se incluyen en esta relación los símbolos usuales en Matemáticas.

PRINCIPALES SIMBOLOS UTILIZADOS

α	Angulo
ΔV	Diferencia de potencial
θ	Azimut en dispositivos dipolares
ρ	Resistividad, en general
ρ_a	Resistividad aparente
ρ_m	Resistividad media
σ	Conductividad eléctrica

SIGLAS EMPLEADAS

CDZ	Curva de Dar Zarrouk
CE	Calicata eléctrica, en general
CEC	Calicata eléctrica circular
CED	Calicata eléctrica dipolar (axil)
CES	Calicata eléctrica simétrica
CETC	Calicata eléctrica trielectródica combinada
CRA	Curva de resistividades aparentes.
CRV	Curva de resistividades verdaderas
DZ	Dar Zarrouk
EAEG	European Association of Exploration Geophysicists
FC	Función característica en la teoría de medios estratificados (también llamada núcleo)
HVC	Corte geoeléctrico con contactos verticales y horizontales
MMR	Medición magnética de resistividades
PE	Polarización espontánea (o potencial espontáneo)
SD	Sondeo dipolar, en general
SDA	Sondeo dipolar azimutal
SDE	Sondeo dipolar ecuatorial
SDO	Sondeo dipolar axil
SDP	Sondeo dipolar perpendicular
SEG	Society of Exploration Geophysicists
SEV	Sondeo eléctrico vertical

Capítulo I

INTRODUCCION

I.1 PROSPECCION GEOFISICA

La Prospección Geofísica es, a primera vista, un conjunto de técnicas físicas y matemáticas, aplicadas a la exploración del subsuelo para la búsqueda y estudio de yacimientos de sustancias útiles (petróleo, aguas subterráneas, minerales, carbón, etc.), por medio de observaciones efectuadas en la superficie de la Tierra.

Ahora bien, estos métodos se utilizan asimismo en el estudio de cuestiones referentes a zonas profundas de la Tierra sólida, planteadas por la Geofísica Pura; también se realizan prospecciones para ayuda de la Ingeniería civil, como el estudio de las condiciones de cimentación de presas o edificios o de los materiales que habrán de extraerse para la construcción de una nueva carretera. Además, la Prospección Geofísica tiene otras aplicaciones, como la orientación de excavaciones arqueológicas, detección de galerías subterráneas, etc. Como hecho curioso, indicaremos que en el curso de una expedición científica a Groenlandia, se utilizó el método magnético para volver a encontrar un depósito de bidones y otros objetos destinados al uso de los exploradores y que había sido recubierto por intensas nevadas.

En todas estas investigaciones, los cuerpos o estructuras buscadas pueden detectarse si discrepan de los que los rodean en alguna propiedad física; por lo que como resumen de lo dicho podríamos dar, con carácter tentativo, la siguiente definición: La Prospección Geofísica es una rama de la Física Aplicada que se ocupa del estudio de las estructuras ocultas del interior de la Tierra y de la localización en este de cuerpos delimitados por el contraste de alguna de sus propiedades físicas con las del medio circundante, por medio de observaciones realizadas en la

superficie de la Tierra. Se ha de hacer notar, no obstante, que a veces se realizan observaciones en el interior de minas, y que una rama lateral de la Prospección Geofísica se ocupa de efectuar mediciones en el interior de sondeos mecánicos.

I.2 PROSPECCION Y GEOFISICA APLICADA

Muchas veces se consideran sinónimos los dos términos que encabezan este párrafo. Así, Parasnis, Grant y West, y casi todos los autores alemanes. A nuestro juicio, se trata de términos de diferentes significación, aunque coincidentes en gran parte. Hay cuestiones, como el estudio de los terremotos con objeto de establecer normas para la edificación antisísmica que, sin duda corresponden a la Geofísica Aplicada, pero no a la Prospección. Inversamente, los métodos prospectivos se utilizan a veces en la Geofísica Pura, como ocurre en las investigaciones de Ewing y de su escuela por medio de la sísmica marina, o en el estudio magnético de las grandes fallas rumbo-deslizantes del Pacífico Oriental. En casos semejantes se trata de Prospección, pero no de Geofísica Aplicada.

I.3 LA PROSPECCION GEOFISICA, LA FISICA Y LA GEOFISICA PURA

La Prospección Geofísica está íntimamente relacionada con la Física y con la Geología, por lo que a veces surgen dudas y confusiones sobre la relación entre ellas. Esto puede aclararse si se tiene en cuenta que la Prospección resuelve, gracias a la Física, problemas planteados en términos geológicos. Los métodos de prospección utilizan, en efecto, las leyes de casi todas las ramas de la Física, y los instrumentos que el prospector geofísico emplea para realizar las observaciones de campo son aparatos de Física, en los que a veces se aplican las técnicas más modernas y sofisticadas.

Las relaciones de las Prospección Geofísica con la Geofísica Pura son íntimas y complejas. Si se considera a la segunda como el estudio de los campos físicos ligados a la Tierra, resulta evidente que la Prospección habrá de apoyarse en la Geofísica Pura, que le suministrará la información que sobre tales campos necesita. Por ejemplo, no podrían emplearse métodos magnéticos para la localización de minerales o petróleo, si no se dispusiera de la rica colección de datos y leyes recopiladas por los cultivadores del Geomagnetismo. En muchos casos, la frontera entre Geofísica Pura y Prospección es imprecisa, como sucede cuando se aplican los métodos de la última a problemas de la primera. A los ejemplos de este

tipo de relación indicados en el apartado 1.2 pueden añadirse, entre otros, los estudios sobre la conductividad eléctrica de la corteza y el manto superior efectuadas por medio de sondeos eléctricos y magneto-telúricos.

I.4 PROSPECCION GEOFISICA Y GEOLOGIA

Tanto el prospector geofísico como el geólogo se ocupan de la parte sólida de la Tierra, por lo que frecuentemente atacan el mismo problema, pero sus métodos e instrumentos son muy dispares. El geólogo utiliza mínimo instrumental y basa sus razonamientos en leyes preferentemente cualitativas, mientras que el geofísico emplea aparatos costosos y complicados y maneja leyes físicas de expresión matemática nada sencilla.

Esta coincidencia de fines con disparidad de métodos entraña notorias ventajas, pero ha dado lugar a algunos malentendidos y confusiones.

No es posible, porque sería ineficaz y económicamente prohibitivo, empezar el estudio de una zona aplicando sin más ni más tal o cual método geofísico. En los estudios de prospección es el geólogo el que tiene la palabra en primer lugar, pues debe ser él el que escoja las zonas más prometedoras para el fin buscado y plantee los problemas concretos cuya solución se exige de la Geofísica. Además debe recopilar la información geológica que exista sobre las zonas que van a investigarse y preparar además los mapas y cortes geológicos pertinentes. Es entonces cuando entra en acción el geofísico, el cual, teniendo a la vista la mencionada información, juntamente con la cartografía topográfica, fotografías aéreas, etc., debe determinar cuál es el método geofísico más apropiado y sus modalidades de aplicación, y fijar detalladamente la situación de perfiles, estaciones, líneas de medición y demás características del trabajo de campo. Terminando éste, y después de elaborados convenientemente los datos recogidos, viene la difícil tarea interpretativa, difícil no sólo por la complejidad de las relaciones matemáticas que intervienen, sino porque generalmente no es única la solución del problema planteado. La elección de la solución más probable queda al juicio del interpretador, quien debe basarse en su propia experiencia, y en la información geológica disponible. En la fase final de la interpretación, cuando hay que dar significación geológica a la distribución subterránea de la magnitud física estudiada, es fundamental el trabajo conjunto del geólogo y del geofísico.

La colaboración entre geólogo y geofísico es, pues, necesaria, en los trabajos prospectivos, y de la calidad de esta colaboración depende grandemente la exactitud y confiabilidad de los resultados. Para esto, es necesario que cada uno de estos científicos tenga algún conocimiento del

campo cultivado por el otro, y sobre todo, que pueda comprender su lenguaje técnico.

La diversa mentalidad del geólogo y del geofísico representa, en último término, una ventaja, pues los resultados así obtenidos incorporan una visión más amplia del problema. Lo que ya no puede hacerse es tratar de reunir en una sola persona las dos especialidades, dada la ingente cantidad de conocimientos y técnicas incluidas en la Geología y en la Geofísica, y la disparidad de sus métodos. Por lo tanto, es errónea la idea de que un geólogo pueda transformarse en geofísico tras unos breves estudios o a la inversa. Esto quizá fuese posible hace treinta o cuarenta años, cuando la Prospección Geofísica se encontraba en las primeras fases de su desenvolvimiento, pero no es factible ahora. Como no existen técnicos omniscientes, se hace imprescindible el trabajo en equipo.

I.5 METODOS MAYORES DE LA PROSPECCION GEOFISICA

Dentro de la diversidad de técnicas prospectivas destacan cuatro grupos principales, que suelen denominarse "métodos mayores" y son el gravimétrico, el magnético, el eléctrico y el sísmico. Los dos primeros son métodos de campo natural, y los dos restantes de campo artificial (con la excepción de algunas modalidades). Es decir, que en los métodos gravimétrico y magnético, se estudian las perturbaciones que determinadas estructuras o cuerpos producen sobre campos preexistentes, que son el de la gravedad terrestre y el geomagnético, mientras que en el eléctrico y en el sísmico es el propio prospector el que crea el campo físico que va a estudiar, lo que presenta la gran ventaja de que puede darle las características más adecuadas para el fin propuesto. Esto no quiere decir que puedan establecerse relaciones de superioridad entre unos y otros métodos de prospección, pues la eficacia de éstos depende de cuál sea el problema propuesto.

I.6 METODOS GEOELECTRICOS Y SU DESARROLLO HISTORICO

Los métodos eléctricos de prospección, también denominados geoeléctricos estudian, por medio de mediciones efectuadas en la superficie, la distribución en profundidad de alguna magnitud electromagnética. Existen tres magnitudes electromagnéticas principales o constantes materiales que en principio podrían utilizarse para identificar los cuerpos situados en el subsuelo. Estas magnitudes son la permeabilidad magnética μ, la constante dieléctrica o permitividad ε y la resistividad ρ. Entre ellas, y hasta ahora, es

casi exclusivamente la resistividad la magnitud cuya distribución en el subsuelo se estudia.

I.6.1 Epoca primitiva

Aunque el desarrollo de los métodos geoeléctricos es relativamente reciente, sus orígenes se remontan al siglo XVIII con los trabajos de Gray y Wheeler (1720) sobre la resistividad de las rocas y el descubrimiento, realizado en 1746 por Watson, de que el suelo es conductor.

El inglés Robert Fox descubrió en 1815 el fenómeno de la polarización espontánea, que consiste en que los yacimientos de ciertos minerales producen débiles corrientes eléctricas apreciables desde la superficie. Fox sugirió el uso de este fenómeno para la prospección de yacimientos, por lo que se le ha considerado (KUNETZ, 1966) como "el abuelo de los geofísicos". En 1882, el Doctor Carl Barus aplica esta idea al estudio del Comstock Lode (Nevada). Entre 1880 y 1914, Barnes, Brown y Wells, miembros del "Geological Survey" de Estados Unidos utilizan sucesivamente este método en las minas del mismo estado de Nevada, y construyen los primeros electrodos impolarizables. Sin embargo, el primer éxito corresponde al ingeniero de minas alsaciano Conrad Schlumberger, "padre de la Prospección Eléctrica" y sin discusión, la figura más importante de la misma. Este investigador descubrió en 1913 el yacimiento de sulfuros de Bor (Servia) por medio de la polarización espontánea, primer hallazgo geofísico de mineral no magnético.

Otros investigadores dirigieron su atención a campos eléctricos producidos artificialmente y entre ellos fue el primero Brown, quien patentó, en 1883, un sistema de prospección eléctrica con dos electrodos. Unos veinte años más tarde, Daft y Williams obtuvieron otra patente (1902) basada en el empleo de corrientes de baja frecuencia. Un año después, el ruso E. S. Ragozin publica su monografía "Aplicación de la electricidad a la búsqueda de yacimientos mineros" donde anticipa muchas de las ideas que habrían de aplicarse más tarde. En 1913 Schilowsky realizó ensayos de un método electromagnético.

Los métodos eléctricos de campo artificial entran en su mayoría de edad con el estudio tectónico de la cuenca silúrica de Calvados (Francia) realizados en 1913 por el ya mencionado Conrad Schlumberguer, quien en el mismo año había obtenido el primer éxito de los métodos eléctricos de campo natural. Alrededor de 1915, C. Schlumberguer, y el americano Frank Wenner, independientemente, idean el dispositivo tetraelectródico que será base del progreso ulterior.

I.6.2 Epoca clásica

La época clásica de los métodos geoeléctricos se extiende, a nuestro juicio, aproximadamente desde el fin de la Guerra Europea 1914-1918

hasta 1960. Para mayor claridad, dividiremos en tres este párrafo, atendiendo a las diferentes escuelas de pensamiento que impulsaron la evolución de estos métodos.

a) *Escuela Franco-Soviética.*

Los esfuerzos de Conrad Schlumberger para aplicar sus métodos eléctricos a la localización de estructuras petrolíferas * consiguieron notable recompensa en la detección y cartografía de la cúpula de Aricesti (Rumanía) en 1923.

Uno de los mayores méritos del investigador francés, fue el darse cuenta de que sus métodos no podían progresar si no se establecía una base teórica rigurosa en que apoyar la aplicación de los métodos geoeléctricos. Junto con su hermano Marcel, el matemático rumano Sabba S. Stefanescu ** y el físico francés Raymond Maillet, atacó los difíciles problemas matemáticos de la propagación de corrientes eléctricas constantes en medios estratificados, isótropos o anisótropos, cuya resolución era necesaria para la correcta aplicación e interpretación del método de sondeos eléctricos, en uso desde 1925. Desgraciadamente, los importantes resultados a que llegaron estos investigadores, que permitían calcular la profundidad de los estratos, no fueron dados a conocer sino en forma incompleta y retrasada, a veces 20 años después de haber sido obtenidos, mientras que otros permanecen inéditos. Incluso en la obra de G. KUNETZ (1966) encontramos correcciones misteriosas cuyo cálculo no se indica, fórmulas llovidas del cielo, etc. Esta política de secreto, de origen comercial, causó gran daño a la prospección geoeléctrica, pues hizo que las posibilidades de ésta quedasen oscurecidas e ignoradas.

No obstante, son de importancia fundamental, entre los resultados publicados, la solución dada por STEFANESCO (1932) a la distribución del potencial en un semiespacio estratificado, el trabajo de DOLL y MAILLET (1932) sobre anisotropía, y el de este último sobre las ecuaciones fundamentales de la prospección eléctrica.

---

* Aprovechamos la ocasión para hacer notar que la palabra "petrolífera" se emplea mal en España, aunque no en Hispanoamérica. Según la etimología y el Diccionario de la Academia, "petrolero" es lo que se refiere al petróleo y "petrolífero" lo que contiene dicha sustancia. Por lo tanto debe decirse "industria petrolera", "investigación petrolera", etc., y "yacimiento o estructura petrolífera". Pero en España, se usa casi siempre con ambos sentidos la palabra "petrolífero", lo que como vemos, es incorrecto.

** En esta edición se utiliza la grafía "Stefanescu", que es la auténtica, frente a la afrancesada "Stefanesco". El profesor Stefanescu, parte de cuyos trabajos son poco conocidos por haber sido publicados en revistas rumanas de escasa difusión, vive e investiga aún. Debo estas informaciones a su discípulo y colaborador Misac N. Nabighian.

La escuela francesa tiene una continuación muy importante en la Unión Soviética. Si bien en este país se aplicaron en un principio los métodos electromagnéticos de la escuela sueca, bajo la dirección de Petrowsky, a partir de 1928, por iniciativa de D. V. Golubonikov, fueron contratados los servicios de la compañía Schlumberger, incluyendo los de su fundador, para la prospección petrolera rusa. Aunque se obtuvieron notables éxitos en la región de Grozny, el resultado más importante de estos trabajos no fue este o aquel hallazgo de petróleo, sino la asimilación, por parte de los geofísicos rusos, de las técnicas e ideas de los investigadores franceses. De este modo los geofísicos soviéticos pudieron recorrer independientemente el camino abierto por Schlumberger; en un principio, siguiendo exactamente los procedimientos de éste, pero luego avanzando más allá. En 1938, dos años después de la muerte de Schlumberger, efectuaron los primeros sondeos eléctricos profundos (más de un kilómetro de penetración). Desde entonces aplicaron este método en la investigación petrolera de la Plataforma Rusa, Ucrania, Ural-Volga, Asia Central, Siberia, etc. Este método tuvo parte destacada en el descubrimiento de los yacimientos petrolíferos o de gas de Buguruslán, Saratov, Bashkiria, Stalingrado (ahora Volgogrado), etc. Desde entonces, el método eléctrico fue adoptado en la URSS como el de empleo más general en la prospección petrolera.

El método de sondeos dipolares fue sugerido, según Maillet, por el físico francés Geneslay, en época en que las dificultades instrumentales lo hacían impracticable. Independientemente, según parece, el soviético Alpin tuvo la misma idea en 1938, y en 1939 se realizaron los ensayos de campo en Tartaria. Los primeros sondeos dipolares profundos fueron realizados en 1945 por Yarishev, en la región de Grozny, y desde entonces este método se utiliza normalmente en la prospección petrolera soviética. Alpin efectuó los desarrollos teóricos necesarios y publicó un libro sobre el tema. Este nuevo método fue utilizado por Kraev y Semenov, para realizar estudios puramente científicos en la región de Leningrado, alcanzando profundidades de más de 10 km. I. M. Blokh, que efectuó sus prácticas de campo en los ensayos de 1939, aplicó el dispositivo dipolar a las calicatas eléctricas, con grandes resultados, que fueron expuestos en varias publicaciones. Otra aportación rusa a la técnica geoeléctrica es la ejecución de mediciones en el mar, en la que destacan los trabajos de I. V. Nazarenko.

Una de las mayores dificultades que hubieron de vencerse en la ejecución de sondeos eléctricos profundos fueron las perturbaciones producidas por las corrientes naturales denominadas telúricas, las cuales falseaban los potenciales producidos en el terreno por el circuito emisor. En el decenio 1930-1940, Conrad Schlumberger y sus colaboradores ensayaron un nuevo método de campo natural, el "método telúrico", basado

en el registro de los potenciales ligados a dichas corrientes. De este modo se suprimía el circuito emisor, y lo que antes era perturbación o "ruido" pasaba a ser considerado como señal. Terminada la segunda guerra mundial, este método, ya muy perfeccionado, fue aplicado en muchas partes del mundo por la francesa Compagnie General de Geophysique (C.G.G.), heredera de la tradición schlumbergeriana, en investigaciones tectónicas para petróleo, obteniendo al mismo tiempo interesantes resultados sobre las propiedades de las corrientes telúricas.

Este nuevo método fue introducido en la URSS en 1954 y cinco años después trabajaban en dicho país 24 equipos de prospección telúrica que exploraban cada año una superficie de 120.000 km². El soviético Berdichevskiy publicó, en 1960, el primer tratado sobre el método telúrico de prospección, que fue traducido al inglés en 1965.

El método telúrico adolece de algunos inconvenientes, que trató de superar el físico francés L. Cagniard en 1953, por medio del registro simultáneo del campo telúrico y de las micropulsaciones del campo geomagnético. Este nuevo método, denominado "magneto-telúrico", es atribuido por los autores soviéticos a su compatriota Tikhonov. De todos modos, el método magneto-telúrico era impracticable en aquel tiempo, por carecerse de instrumentos suficientemente sensibles.

En las perforaciones profundas se encontraban frecuentemente dificultades para averiguar la naturaleza de las formaciones atravesadas y la profundidad exacta a que se encontraban. Para eliminar este inconveniente, los Schlumberger, ensayaron, en 1928, la *testificación eléctrica* de las perforaciones, para lo cual hacían descender en el interior de éstas, por medio de un cable, un instrumento que registraba la resistividad de los materiales atravesados. Este método se reveló utilísimo, y pronto fue considerado indispensable en todos los sondeos para petróleo y cada vez se utiliza más en las perforaciones para búsqueda de aguas subterráneas y de minerales.

Actualmente, además de la resistividad, se miden otras magnitudes, como el potencial espontáneo, y propiedades mecánicas, nucleares, etcétera, por lo que se trata, más generalmente, de "testificación geofísica", la cual constituye una rama aparte de los métodos prospectivos, en la que los procedimientos más perfeccionados son los de la compañía Schlumberger.

b) *Escuela Wenner o de Gish-Rooney.*

Un día después de aquel (15-IX-1925) en que los Schlumberger solicitaron patente para su sistema de sondeo eléctrico, Gish y Rooney publicaban sus investigaciones independientes sobre un método similar. Desgraciadamente, mientras la escuela francesa edificó sus propias y sólidas bases físico-matemáticas, con los magníficos resultados que hemos visto,

en Estados Unidos, Canadá, Inglaterra y otros países se derivó hacia un tosco empirismo, en el que los datos de observación eran interpretados mediante erróneas ideas intuitivas, e inexactas reglas "de dedo". Como dispositivo electródico se empleaba exclusivamente el de Wenner, a pesar de su inferioridad práctica frente al de Schlumberger, el cual era ignorado. Un corto número de teóricos como Roman, Muskat, Slichter y Mooney trataron de luchar contra esta situación, pero no fueron oídos. Los resultados de la escuela francesa no fueron asimilados, en gran parte, por causa de la política de reserva de esta última. Tampoco se prestó atención a las publicaciones rusas sobre el tema, muy abundantes, ni a los progresos de la Geoelectricidad en la Unión Soviética, ni llegó a pensarse que métodos como el de sondeos eléctricos pudiesen aplicarse en la investigación petrolera.

Todos estos hechos, de difícil y compleja explicación, justifican que los métodos geoeléctricos mantuvieran, en los países que seguían esta escuela, una vida lánguida y raquítica y que los textos de Prospección Geofísica escritos en Estados Unidos e Inglaterra diesen de tales métodos una idea poco exacta y anticuada. Así, un libro publicado en 1960, dice que los métodos geoeléctricos no alcanzan profundidades superiores a unos 300 m por lo que no se emplean en la prospección petrolera, cuando en la Unión Soviética se realizaban investigaciones de este tipo hasta varios kilómetros de profundidad desde muchos años antes. Podrían citarse ejemplos análogos en obras más recientes, excelentes en otros aspectos.

Este anómalo aislamiento científico, inexplicable en la época actual, no ha desaparecido aún, como podremos ver más abajo.

c) *Escuela Sueca.*

Las propiedades eléctricas de los minerales y sus rocas encajantes en la Península Escandinava son muy favorables para el empleo de métodos electromagnéticos (inductivos). Por esta causa, cuando entre 1919 y 1932 Lundberg y Sundberg desarrollaron el método "de las dos antenas" en que se estudiaba el campo electromagnético producido por un inductor fijo, muchas mineralizaciones fueron descubiertas en Suecia por este medio.

Siguiendo este ejemplo, fueron ideados y utilizados en Norteamérica nuevos métodos electromagnéticos de finalidad minera como el "Radiore", el de Bieler-Watson y el de Mason-Slichter, todos ellos ya caídos en desuso.

Pocos años más tarde (1931) Karl Sundberg ideó el método "del compensador" en el que las componentes real e imaginaria del campo inducido eran medidas con gran exactitud. La aplicación de este método a problemas tectónicos planteaba difíciles cuestiones matemáticas que fue-

ron resueltas gracias a investigaciones efectuadas por el italiano Tulio Levi-Civita a principios de siglo.

En 1937, Helmer Hedström, sueco como Lundberg y Sundberg, inventó el método "Turam" en el que el campo electromagnético producido por un cable tendido en el suelo, es estudiado detalladamente por la comparación en intensidad y fase entre pares de puntos próximos.

En el decenio 1940-1950, los mismos geofísicos y sus sucesores desarrollan nuevos métodos, como el "Slingram", en los que tanto el elemento receptor como el emisor se desplazan conjuntamente. El paso siguiente es el de la prospección electromagnética aérea, esto es, realizada desde aviones o helicópteros. Son muchas las variantes de estos métodos, aparecidas en Suecia, Finlandia y Canadá, y de uso actual en todo el mundo; entre ellas mencionaremos el método ABEM de campo rotatorio, que utiliza dos aviones, uno emisor y otro receptor.

I.6.3 Epoca contemporánea

Incluimos en este párrafo los progresos de la prospección geoeléctrica realizados en los últimos quince o veinte años. Como carecemos de perspectiva histórica para juzgar tales progresos, nos limitaremos a dar una relación de los hechos más importantes.

a) La construcción de magnetómetros de gran sensibilidad, bien del tipo de bobina, bien del tipo atómico, ha permitido la puesta en práctica, con buenos resultados, del método magneto-telúrico, incluso para estudios a grandes profundidades.

b) Ha surgido una nueva y prometedora clase de sondeos eléctricos de campo artificial, los sondeos electromagnéticos, bien por frecuencia variable, bien por medio de transitorios, gracias a los trabajos de varios geofísicos soviéticos, especialmente de Vanyan. Esto ha servido además, para establecer una teoría general unitaria de los sondeos eléctricos sobre medios estratificados, tanto para campo constante como para campo variable.

c) Se han desarrollado otros nuevos métodos de prospección geoeléctrica, como el AFMAG, de campo natural, y de origen canadiense; el de polarización inducida, ya vislumbrado por Schlumberger, pero también desarrollado en Canadá, y el "Radiokip", que emplea ondas hertzianas y es de origen soviético.

d) Los ordenadores electrónicos han puesto al alcance del geofísico, cálculos inabordables antes. Estos aparatos se han aplicado a diversos tipos de problemas, como el cálculo de colecciones de curvas maestras, y cada vez se usan más para la elaboración de datos de campo y en ciertas fases de la interpretación.

En los últimos años, se ha incrementado notablemente el número relativo de trabajos publicados sobre métodos geoeléctricos. Parte de estos artículos da cuenta de importantes avances en dichos métodos, tanto en su teoría como en sus aplicaciones. Otros, desgraciadamente, se refieren a métodos ya superados en otros países, o despliegan grandes esfuerzos matemáticos, bien para la resolución de problemas sin interés práctico, bien para el estudio detallado de métodos cuyas posibilidades de aplicación en el campo son más que dudosas.

I.7 CLASIFICACION DE LOS METODOS GEOELECTRICOS

De lo dicho en el anterior bosquejo histórico se deduce que existen muchísimas modalidades en los métodos de exploración eléctrica del subsuelo, cada una de ellas con su propio campo de aplicación, sus ventajas y sus defectos. Como las características de cada procedimiento son múltiples, no es fácil establecer una clasificación de ellos.

Un criterio muy importante es el que clasifica los métodos según que el campo electromagnético que en ellos se estudia sea de origen natural, o se cree artificialmente para la prospección.

Otro criterio es el que considera si la información recogida se refiere a la vertical de un punto o se distribuye a lo largo de un perfil, dentro de un margen de profundidades aproximadamente constante. Por analogía con las labores mecánicas mineras los métodos se llaman de *Sondeo* en el primer caso, y de *Calicata* en el segundo.

En la mayoría de los casos, lo que se obtiene es la distribución de las resistividades en el subsuelo. Cuando tal distribución se representa gráficamente en forma de corte vertical, esta representación recibe el nombre de *corte geoeléctrico.*

También es interesante conocer si en un método determinado el campo electromagnético es constante (corriente continua) o varía en el transcurso del tiempo (métodos de campo variable). Es costumbre muy extendida, aunque incorrecta, llamar "métodos eléctricos" a los primeros y "electromagnéticos" a los segundos. En rigor, todos son electromagnéticos.

Teniendo en cuenta lo anterior damos a continuación un bosquejo de clasificación de los métodos geoeléctricos que, si bien no es completo, contiene los más importantes y difundidos.

METODOS GEOELECTRICOS DE PROSPECCION

A. METODOS DE CAMPO NATURAL.

A-1. Método del potencial espontáneo.
A-2. Método de corrientes telúricas.
A-3. Método magneto-telúrico (sondeos y calicatas).
A-4. Método AFMAG.

B. METODOS DE CAMPO ARTIFICIAL.

B-1. *Métodos de campo constante* (corriente continua).
B-1-1. Método de las líneas equipotenciales y del cuerpo cargado (mise-a-la masse).
B-1-2. Sondeos eléctricos (simétricos, dipolares, etc.).
B-1-3. Calicatas eléctricas (muchas modalidades).
B-1-4. Medición magnética de resistividades.

B-2. *Métodos de campo variable.*
B-2-1. Sondeos de frecuencia.
B-2-2. Sondeos por establecimiento de campo (transitorios).
B-2-3. Calicatas electromagnéticas (métodos de inclinación de campo, Turam, Slingram, etc.).
B-2-4. Método "Radio-Kip".
B-2-5. Método de radiografía hertziana.

B-3. *Método de polarización inducida.*

Los métodos B-2-4 y B-2-5 suelen considerarse como "hertzianos" y emplean por lo general frecuencias mucho más elevadas que los demás del mismo grupo.

Estos procedimientos prospectivos suelen aplicarse por medio de observaciones efectuadas en la superficie del terreno, pero algunos de ellos son susceptibles de ser empleados desde vehículos aéreos, o en la superficie del mar o de lagos, o en el interior de las minas.

En general, la calidad y seguridad de la información recogida aumentan grandemente si se combinan dos o más métodos, por ejemplo, las calicatas electromagnéticas, con el método magnético o la gravimetría de detalle.

I.8 APLICACIONES DE LOS METODOS GEOELECTRICOS DE PROSPECCION

La información que los métodos geoeléctricos nos dan sobre el subsuelo puede utilizarse con fines muy variados. Como estas aplicaciones

se enumerarán al tratar de cada método, nos limitaremos ahora a mencionarlas de modo general. Las más importantes y difundidas son las siguientes:

a) Investigaciones tectónicas para la búsqueda de petróleo.
b) Estudios para la localización de aguas subterráneas.
c) Estudios complementarios para cartografía geológica bajo recubrimiento.
d) Estudios de cuencas carboníferas.
e) Localización de yacimientos de otros minerales útiles, especialmente menas metálicas.
f) Investigaciones de firmes, cimentaciones y desprendimientos de tierras para Ingeniería civil.
g) Localización y cubicación aproximada de materiales de construcción.
h) Investigaciones a profundidad muy reducida para la localización de objetos y edificaciones enterradas, como guía y ayuda para las investigaciones arqueológicas.
i) Estudios de zonas muy profundas de la corteza terrestre.
j) Estudios geotérmicos.

Para el futuro, puede preverse la exploración geoeléctrica de la Luna y de otros astros.*

* En contra de lo que suele creerse, no habría dificultad etimológica en el empleo para estos casos de palabras con la raíz *geo*, lo que además resulta obligado por razones prácticas. De lo contrario, habría que hablar respectivamente de métodos selenoeléctricos, areo-eléctricos, ganimedoeléctricos, etc., según qué astro se estudiase.

Capítulo II

PROPIEDADES ELECTROMAGNETICAS DE LAS ROCAS

II.1 INTRODUCCION

Como es obvio, la aplicación de los métodos geoeléctricos exige el conocimiento de las propiedades electromagnéticas de las rocas y de los minerales que las constituyen. Estas propiedades se expresan fundamentalmente por medio de tres magnitudes físicas, que son la resistividad eléctrica ρ (o su inversa la conductividad σ), la constante dieléctrica ε y la permeabilidad magnética μ.

El comportamiento físico de las rocas depende de las propiedades y modo de agregación de sus minerales y de la forma, volumen y relleno (generalmente agua o aire) de los poros. Además de estas relaciones conviene estudiar el efecto que sobre dichas propiedades ejercen la presión y la temperatura, efecto que puede ser muy importante a grandes profundidades.

Las propiedades que interesan al prospector son las de las rocas y minerales reales, tal como se encuentran en la naturaleza, con sus impurezas, fisuras, diaclasas, humedad, etc. Los datos que aparecen en algunas tablas de constantes, obtenidos de muestras cuidadosamente escogidas y desecadas, carecen de interés para la Prospección *.

---

* El estudio de las propiedades electromagnéticas de las rocas es campo extenso y complejo del que sólo se consideran aquí los aspectos de mayor interés para la práctica de los métodos geoeléctricos.

Información más amplia puede encontrarse en la obra clásica de PARKHOMENKO (1967) y en el número especial de *Geophysics* (febrero 1973) dedicado a este tema.

II.2 LA RESISTIVIDAD

Se sabe por Física elemental que la resistencia R de un conductor alargado y homogéneo de forma cilíndrica o prismática, vale

$$R = \rho \frac{l}{s} \qquad \text{(II,1)}$$

donde l es la arista o generatriz del conductor y s su sección. La magnitud ρ es un coeficiente que depende de la naturaleza y estado físico del cuerpo considerado y que recibe el nombre de *resistividad.* Sus dimensiones, según se deduce de la fórmula anterior, serán

$$[\rho] = \left[\frac{R \cdot s}{l} \right] = [R] \cdot L = L^3MT^{-3}I^{-2} \qquad \text{(II,2)}$$

ya que

$$[R] = L^2MT^{-3}I^{-2}$$

Como la última expresión de la (II,2) es algo complicada, es preferible utilizar la anterior; esto es, considerar dimensionalmente la resistividad como el producto de una resistencia eléctrica por una longitud. Según esto, la unidad de resistividad en el sistema *SI* será el ohmio × metro (Ω × m). En la práctica, suele escribirse Ω - m o bien ohmio-metro, reemplazando el aspa por un guión, lo que a veces ha causado alguna confusión. En libros un poco antiguos se emplea como unidad de resistividad el Ω-cm, que vale la centésima parte del Ω-m. Por lo tanto, para expresar en esta última unidad los valores de resistividad dados en ohm-cm hay que dividirlos por 100.

Algunos autores expresan las resistividades en ohmios por cm^3 o por m^3, lo que es erróneo, puesto que como dice PARASNIS (1971) "la resistencia que experimenta una corriente eléctrica es proporcional al camino que ha de recorrer y *no* al volumen del cuerpo cuya resistividad se mide". Basta darse cuenta de que con un cm^3 de cobre, por ejemplo, pueden obtenerse resistencias muy diferentes según la forma que se le dé. También es erróneo escribir, como se vé a veces, ohm/m, ya que la longitud debe aparecer como factor y no como divisor.

El tamaño del Ω-m es muy adecuado para la práctica geoeléctrica; no obstante, en ciertos casos, puede resultar conveniente el empleo del kilo-ohmioxmetro (kΩ-m) o del miliohmio-metro (mΩ-m).

La resistividad es una medida de la dificultad que la corriente eléctrica encuentra a su paso en un material determinado; pero igualmente podía haberse considerado la facilidad de paso. Resulta así el concepto de *conductividad,* que expresado numéricamente será el inverso de la

resistividad. La conductividad se expresa por la letra σ de modo que se tiene

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \qquad \text{(II,3)}$$

La unidad de conductividad en el Sistema Internacional es el siemens/m. Es frecuente que la conductividad de las aguas subterráneas, medida en laboratorio, se exprese en μmho/cm (micro-mho/cm), costumbre que debería abandonarse, ya que esta unidad no pertenece al SI. Para pasar tales resultados a mhos/m hay que dividir por 10^4. Unidad muy adecuada para este sería el milimho/m, diez veces mayor que el μmho/cm.

La resistividad es una de las magnitudes físicas de mayor amplitud de variación, como lo prueba el hecho de que la resistividad del poliestireno supera a la del cobre en 23 órdenes de magnitud. Esto ocurre porque la conductividad puede deberse a diferentes mecanismos, que dependen de la estructura del cuerpo considerado. Tales mecanismos se exponen en el apartado siguiente en lo que respecta a sólidos y líquidos, ya que los gases no tienen interés en la Prospección Eléctrica.

II.3 CLASES DE CONDUCTIVIDAD EN MINERALES Y AGUA

Los cuerpos eléctricamente conductores lo son porque permiten el paso a su través de portadores de cargas eléctricas. Estos portadores pueden ser electrones o iones, por lo que pueden distinguirse dos tipos de conductividad: electrónica e iónica. Los del segundo tipo que no son gaseosos se llaman electrolitos. Los cuerpos con conductividad electrónica se clasifican a su vez en dos grupos: el de los conductores propiamente dichos o metales, y el de los semiconductores. Mayor claridad se obtiene con el siguiente cuadro:

- Conductividad
  - electrónica
    - metales
    - semiconductores
  - iónica
    - electrólitos sólidos (dieléctricos)
    - electrólitos líquidos

II.4 METALES

El mecanismo de la conductividad de los metales puede imaginarse como debido a que los electrones de valencia de sus átomos pueden mo-

verse libremente entre la red cristalina que éstos forman, sin vinculación a ninguno determinado. Según esto, los metales están constituidos por una red regular de iones positivos, entre los cuales se mueve una especie de gas electrónico, que actúa como cemento del conjunto. La facilidad de movimiento de los electrones y el gran número de éstos (del orden de 10^{22} por cm^3) redundan en una conductividad muy elevada; es más, según la mecánica cuántica, si la red iónica fuese perfectamente regular, y sus átomos inmóviles, la resistencia eléctrica del metal sería nula. Dicha resistencia aumenta, pues, con la temperatura, con el contenido de impurezas, y con la presencia de defectos y dislocaciones en la red. La resistividad de los metales a temperatura normal, oscila entre 10^{-8} y 10^{-7} ohm-m.

En los metales, los niveles energéticos de los átomos individuales se funden, debido a su proximidad, en bandas continuas. La de mayor energía, o *banda de conducción,* está llena parcialmente hasta un valor máximo llamado *nivel de Fermi.* La presencia de un campo exterior puede aumentar la energía de algunos electrones por encima de dicho nivel, pero dentro de la misma banda, dando lugar a la conducción (fig. II-1).

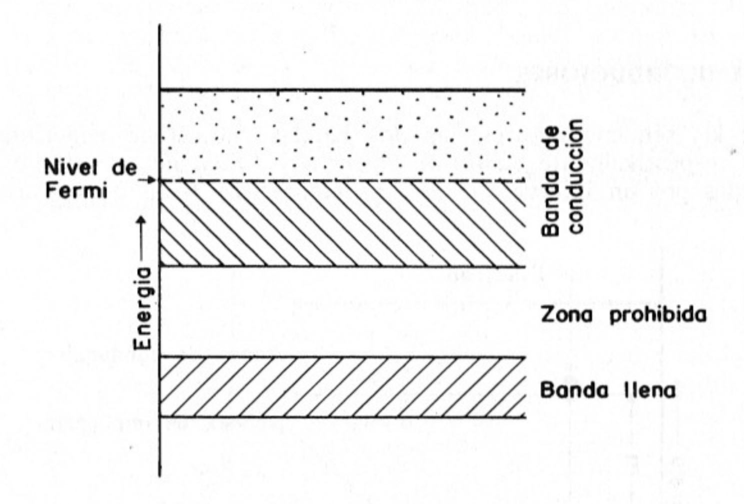


FIG. II-1. Bandas energéticas en los metales.

Son pocos y muy escasos los componentes de la corteza terrestre que posean conductividad metálica. Entre ellos se cuentan los metales nativos (oro, plata, cobre, estaño) y quizá algún mineral poco abundante, como la ullmanita (NiSbS). La resistividad de estos minerales está comprendida dentro de los límites indicados más arriba, pero puede ser algo

mayor en la práctica a causa de las impurezas. Dado que los minerales indicados aparecen con poca frecuencia, y siempre en cantidades muy pequeñas, los conductores metálicos tienen poco interés directo en la Prospección Geoeléctrica.

Algunos autores incluyen en este grupo al grafito, más interesante para el prospector, porque aparece con frecuencia en forma de impregnación de ciertas rocas, cuyas propiedades eléctricas modifica notablemente. La resistividad del grafito, paralelamente a la exfoliación, es del orden de 10^{-6} ohm-m, lo que lo hace comparable a los metales, pero en sentido perpendicular es de 10^{-2}, es decir, diez mil veces mayor. Esta anisotropía tan intensa sólo se manifiesta en los monocristales. El grafito policristalino presenta resistividades (del orden de 5×10^{-4}) que dependen del tamaño y orientación de los cristales, y en gran medida, de la densidad del conjunto, disminuyendo la resistividad con el aumento de la densidad. Además, el grafito policristalino no tiene, como era de esperar, tan grande anisotropía, sino que la relación entre la resistividad máxima y la mínima es algo inferior a 2. Estas propiedades, junto con otros hechos, indican que a pesar de su elevada conductividad el grafito debe considerarse como semiconductor.

II.5 SEMICONDUCTORES

En los semiconductores, las dos bandas energéticas superiores, llamadas respectivamente *banda de valencia* y *banda de conducción,* están separadas por un intervalo o *zona prohibida* (fig. II-2). En el cero abso-

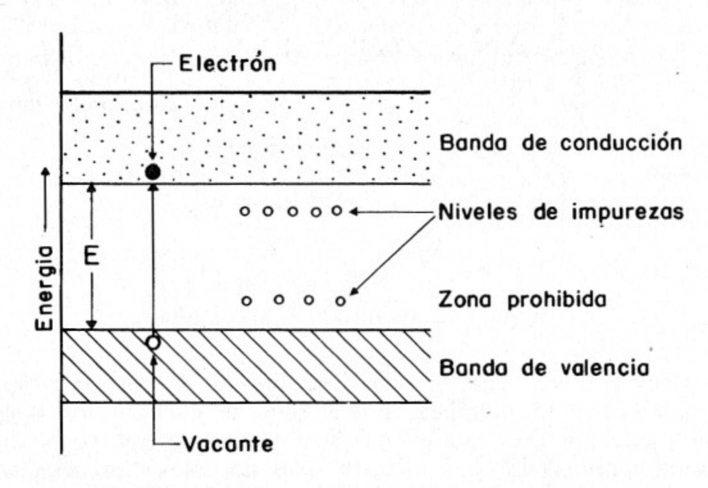


FIG. II-2. Bandas energéticas en los semiconductores.

luto, todos los niveles energéticos de la banda de valencia están ocupados por electrones, por lo que ninguno de ellos puede cambiar de energía, por causa del principio de exclusión de Pauli, y no existe conductividad; el cuerpo es aislante. El movimiento libre sería posible si pasaran electrones a la banda de conducción, pero ningún campo exterior de intensidad normal puede darle energía suficiente para saltar la zona prohibida, puesto que la anchura E de esta es del orden del electrónvoltio. Sin embargo, esto puede conseguirse, bien por la absorción de fotones, bien por medio de la temperatura. La probabilidad de que un electrón de valencia salte a la banda de conducción es pequeña, pero crece con la temperatura, de modo que el número n_T de electrones que ocupan la banda de conducción a la temperatura absoluta T cumple la proporcionalidad

$$n_T \propto e^{-E/2kT} \qquad \text{(II,4)}$$

donde E es la *energía* de *activación,* y k, como de costumbre, la constante de Boltzmann. Los semiconductores, pues, presentan conductividad creciente con la temperatura; esta conductividad se llama *intrínseca.* Se da otro tipo de conducción, *extrínseca,* debida a la presencia de impurezas, esto es, cuando en la red cristalina, algunos átomos se sustituyen por otros de valencia diferente, con lo que se produce la falta o sobra de algún electrón. Los niveles energéticos de éstos pueden quedar, puesto que el átomo es diferente, dentro de la zona prohibida, y muy cerca del límite inferior de la banda de conducción, o del superior de la banda de valencia (fig. II-3). Entonces un campo exterior puede hacer pasar fácilmente un electrón desde dicho nivel a la banda de conducción,

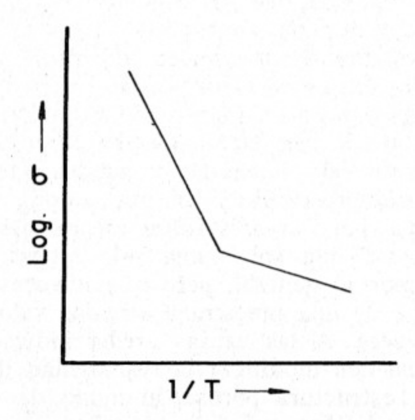


FIG. II-3. Variación de la conductividad de un semiconductor en función de la temperatura. (Curva esquemática.)

en el primer caso, o bien al nuevo nivel desde la de valencia en el segundo, con lo que se tiene respectivamente conducción por electrones o conducción *por agujeros*. Esta última consiste en que el electrón que falta puede ser sustituido por el de un átomo vecino, el cual queda con un electrón de menos, y así sucesivamente, con lo que la ausencia de un electrón va propagándose en sentido contrario al de las sustituciones, como si fuera un electrón positivo. En los semiconductores, la conducción extrínseca es la que predomina a temperaturas bajas, mientras que a temperaturas altas, una vez ionizados todos los átomos de impureza, la conducción intrínseca es la que prepondera. Esto se representa de modo un tanto esquemático en la figura II-3, donde se indica la variación del logaritmo de la conductividad en función del recíproco de la temperatura absoluta. La rama derecha de menor pendiente corresponde al predominio de las conductividad por impurezas y el tramo recto más inclinado al de la intrínseca.

II.6 MINERALES SEMICONDUCTORES. RESISTIVIDAD DE LAS MENAS

Son muchos, y de gran importancia práctica algunos de ellos, los minerales que pertenecen al grupo de los semiconductores. Ahora bien, según se ha visto, la resistividad de los semiconductores depende de su contenido en impurezas, a veces en grado extremo. Así, el germanio puro aumenta su conductividad en un millar de veces con sólo adicionarle arsénico en la proporción de una milmillonésima parte. Se deduce de ello, que no cabe esperar que la resistividad de una especie mineralógica determinada pueda representarse por un dato único, sino que puede variar dentro de límites amplios, en especial si las muestras provienen de localidades diferentes. Los datos que, en forma de tablas, se encuentran a este respecto en los libros de Geofísica no deben tomarse literalmente, sobre todo cuando en vez de un margen de variación se da una cantidad única. Además, las mediciones efectuadas en laboratorio sobre muestras están sujetas a errores experimentales y pueden verse afectadas por la presencia de fisuras microscópicas. En una amplia serie de cuidadosas mediciones efectuadas por Parasnis sobre menas suecas, este autor (PARASNIS, 1956), encontró que sobre una sola muestra había variaciones locales de $\pm 30\,\%$ por lo general, pero que a veces alcanzaban valores de 10^3 a $10^4\,\%$ y que de una muestra a otra los valores obtenidos variasen de 100 a 10^4 veces. A las causas arriba indicadas, Parasnis añade otros factores que pueden modificar la resistividad de la muestra, como son la presencia de estructura porosa, el modo de distribuirse los granos, etc. En tales condiciones, el dar una tabla de valores resulta inútil y desorientador. Por ello es preferible dar una lista de los minerales

semiconductores, o cuya resistividad es análoga a la de estos cuerpos, clasificándolos por su resistividad más frecuente dentro de una serie de márgenes de variación, cada uno de los cuales abarca tres órdenes decimales. A esta relación seguirán algunos comentarios. Los minerales que pertenecen a más de un grupo van señalados por un asterisco.

a) Minerales cuya resistividad está comprendida entre 10^{-6} y 10^{-3} Ω-m.

Altaíta, PbTe
Arsenopirita (mispíquel), FeAsS
Bornita, Cu_5FeS_4 *
Calaverita, AuTe
Calcopirita, $CuFeS_2$*
Calcosina, Cu_2S
Covellina, CuS
Discrasita, Ag_3Sb
Esmaltina, $CoAs_2$
Gersdorfita, NiAsS
Glaucodota (Co, Fe) AsS
Hauchecornita, $Ni_9(Bi, Sb)_2S_8$
Hessita, Ag_2Te
Lollingita, $FeAs_2$
Magnetita, Fe_3O_4 *
Metacinabrio, 4 HgS
Millerita, NiS
Nagiagita, $Pb_6Au\,(STe)_{14}$
Niquelina (Nicolina), NiAs
Pirita, FeS_2 *
Pirrotita, Fe_7S_8
Silvanita, $AgAuTe_4$
Skutterndita, $CoAs_3$

b) Minerales cuya resistividad está comprendida entre 10^{-3} y 1Ω-m.

Berthierita, $FeSb_2S_4$
Bornita, Cu_5FeS_4 *
Braunita, Mn_2O_3
Calcopirita, $CuFeS_2$ *
Casiterita, SnO_2
Cobaltina, CoAsS
Galena, PbS
Hollandita (Ba, Na, K) Mn_8O_{16}
Ilmenita, $TiFeO_3$
Jamesonita, $Pb_4FeSb_6S_{14}$
Magnetita, Fe_3O_4 *

Manganita, MnO (OH)
Marcasita, FeS_2
Molibdenita, MoS_2 *
Oligisto especular, Fe_2O_3
Pirita, FeS_2 *
Pirolusita, MnO_2 *
Psilomelana, KMn_2O_3

c) Minerales cuya resistividad está comprendida entre 1 y 10^3 Ω-m.

Al(l)emontita, $SbAs_3$
Bismutina, Bi_2S_3
Cromita, $Fe_3Cr_2O_4$
Cuprita, Cu_2O
Franckeita, $Pb_5Sn_3Sb_2S_{14}$
Haverita, MnS_2
Molibdenita, MoS_3 *
Pirolusita, MnO_2 *
Rutilo, TiO_2
Siderita, $FeCO_3$
Tenorita, CuO
Tetraedrita, Cu_3SbS_3
Uranita, UO_2
Wolframita, $MnFeWO_4$
Wurtzita, ZnS

La lista precedente se ha establecido sobre datos de diferentes autores, en especial PARKHOMENKO (1967), PARASNIS (1956), KELLER (1966), HEILAND (1940) y JAKOSKY (1950). No faltan contradicciones entre ellos. Así, Parasnis da como aislantes la braunita y la manganita, que en la lista se dan, basándose en otros autores, como de conductividad relativamente buena. Debe suponerse que la conductividad de estos dos minerales es muy variable.

La molibdenita presenta también variaciones muy amplias y muy fuerte anisotropía. La pirita es otro mineral de resistividad muy variable, que abarca unos cinco órdenes decimales, pero en general es buen conductor. La pirrotita y la calcopirita lo son también, con margen de variación mucho más estrecho. La magnetita suele serlo también, pero su resistividad aumenta considerablemente en ejemplares policristalinos. Un histograma de resistividad de la magnetita y otros minerales, realizado por Semenov y reproducido por Parkhomenko, presenta tres máximos de frecuencia correspondientes a 10^{-3}, 10^{-1} y 10 Ω-m. La galena es muy buen conductor en cristales pequeños, pero en cristales grandes su conducti-

vidad disminuye en grado notable, dada la tendencia de este mineral a fisurarse según los planos de exfoliación.

Desde el punto de vista de la composición química, se observa en la relación anterior que los telururos son conductores muy buenos, y que casi lo mismo ocurre con los arseniuros, probablemente porque, como indica Keller, estos minerales no sean semiconductores, sino aleaciones metálicas. Los sulfuros suelen entrar también entre los conductores buenos, con excepciones como la blenda y el cinabrio. Los óxidos, y los compuestos de antimonio suelen ser malos conductores, con la excepción de la magnetita.

Ahora bien, estos minerales no suelen aparecer en la naturaleza de forma individual, sino en asociaciones, y junto con una ganga frecuentemente aislante (cuarzo, calcita, etc.), por lo que la resistividad conjunta del filón puede variar mucho de unos casos a otros. En ello influye en gran medida la disposición de los elementos conductores. Si éstos aparecen en granos rodeados de material aislante, la resistividad conjunta de la metalización será elevada, mientras que ocurrirá lo contrario cuando los minerales conductores tienen disposición dendrítica, de modo que sus ramificaciones formen una red conductora. En todo caso, la resistividad de las menas suele ser más alta que la presentada por muestras escogidas de cada mineral.

Por regla general, las metalizaciones que contienen pirrotita en cantidad apreciable suelen ser muy conductoras, y lo mismo ocurre, aunque en grado algo menor, con la calcopirita. Las metalizaciones donde abundan la galena o la pirita presentan resistividades muy variables de unos casos a otros. Según Parkhomenko, las menas constituidas por sulfuros de cobre y níquel suelen presentar resistividades muy bajas, no superiores a 10^{-4} ohm-m.

Se deduce de lo dicho, que es muy aventurado hacer afirmaciones *a priori* sobre la resistividad de un yacimiento metálico, aunque de lo expuesto pueden extraerse algunas orientaciones. Por lo tanto, antes de decidir la aplicación de algún método eléctrico para la búsqueda o exploración de yacimientos de este tipo, es muy conveniente realizar mediciones de ensayo en algún lugar conocido de la zona que va a estudiarse y cuyas características se estimen representativas.

II.7 DIELECTRICOS

En los cuerpos dieléctricos o aisladores, los electrones están fuertemente ligados a los átomos. Esto puede deberse a que existan enlaces

covalentes, en los que dos átomos comparten dos electrones, o enlaces iónicos, en los que un átomo cede al otro su electrón o electrones de valencia, quedando ambos con sus capas completas y como iones de signo opuesto. En este último caso la red cristalina forma un *electrólito sólido.* La mayoría de los minerales pertenecen a este grupo.

La fuerte vinculación entre electrones y átomos exige mucha energía para separarlos o, dicho de otro modo, la diferencia entre los niveles energéticos de la banda de valencia y la banda de conducción es muy grande. Si se intentase aumentar la temperatura en grado suficiente para que pasen a la segunda electrones en número apreciable, se llegaría al punto de fusión. En los electrólitos sólidos no suele existir, pues, conducción por electrones, pero sí puede haber débil conductividad iónica originada por irregularidades o impurezas en la red iónica. Además de estos defectos intrínsecos o *de Schottky* pueden producirse otros de origen térmico. Estos últimos, denominados *defectos de Frenkel,* se producen porque la agitación térmica de los iones puede hacer que algunos de estos se alejen tanto de su posición de equilibrio que queden separados de ella definitivamente, y puedan moverse a través de la red hasta ocupar un lugar vacante. Incluso puede ocurrir que un ion pase de una posición intersticial a otra también intersticial. Todos estos movimientos se hacen tanto en una dirección como en otra, pero si existe un campo eléctrico exterior, predominarán los movimientos en la dirección del campo, y se tendrá una corriente eléctrica.

El número de iones disponibles para la conducción intrínseca crece lógicamente con la temperatura, según una ley de proporcionalidad que, según se prueba en Física Estadística, es

$$n_T \propto n_0 \, e^{-E''/kT} \qquad \text{(II,5)}$$

donde n_0 es el número total de iones por unidad de volumen, n_T el número de éstos disponible para la conducción a la temperatura absoluta T, E'' la energía de activación o disociación y k la constante de Boltzmann.

A temperaturas bajas predomina la conductividad extrínseca, en la que interviene un número de iones que cumple una condición análoga a la (II,5) con E'' sustituida por E', que es la energía de activación correspondiente.

Puede demostrarse que la conductividad σ_T de un electrolito sólido viene dada por la fórmula

$$\sigma_T = \sigma_1 \, e^{-E'/kT} + \sigma_2 \, e^{-E''/kT} \qquad \text{(II,6)}$$

a la que habría que añadir otros términos semejantes si existiesen otros mecanismos de conducción.

En general, la curva de variación de la conductividad con la temperatura, en el caso de los electrólitos sólidos, es semejante a la representada en la figura II-3, correspondiente a los semiconductores, con la diferencia de que en el caso presente las conductividades son mucho más pequeñas.

En todo caso, y a las temperaturas normales, los electrólitos sólidos presentan resistividades muy altas, generalmente superiores a 10^7 ohm-m.

Los minerales que se comportan como dieléctricos son muchos, entre ellos los más abundantes en la naturaleza. Entre otros, figuran en este grupo los siguientes:

Anhidrita
Azufre
Blenda
Calcita
Cinabrio
Cuarzo
Estibina
Feldespatos
Feldespatoides
Fluorita
Hematites
Hornablenda
Limonita
Micas
Olivino
Petróleo
Piroxeno
Sal gema
Silvina
Otras sales
Otros silicatos

En esta relación aparecen varios minerales de gran interés minero, como la blenda y el cinabrio; figuran también en ella los más importantes constituyentes de las rocas, las cuales, por lo general, se compor-

tarían como aisladoras si no fuera por la presencia de electrolitos en sus poros, cuestión de que se tratará más adelante.

II.8 ELECTROLITOS LIQUIDOS

Como es sabido, los portadores de la corriente eléctrica en las disoluciones acuosas son los cationes y aniones. Al aplicar un campo eléctrico, unos y otros se ponen en marcha según su signo hacia los respectivos electrodos. La velocidad de los iones es proporcional a la intensidad del campo eléctrico aplicado, y depende también de la temperatura, la concentración y del tamaño del ion. Se llama *movilidad* de un ion a la velocidad constante que adquiere en un campo eléctrico unidad. Si se mide la velocidad en m/s y el campo en V/m, las movilidades se expresarán en $m^2/V.s$ (metros cuadrados/Voltios × segundo).

La resistividad de un electrolito será la resistencia eléctrica presentada por un volumen de electrolito de forma cúbica y un metro de lado, cuando se establece una diferencia de potencial unidad entre dos caras opuestas. Si esta d.d.p. fuese un voltio, la intensidad obtenida será, numéricamente, la inversa de la resistividad. Como la longitud del conductor es de un metro, cada segundo llegará a uno de los electrodos un número de iones igual al total de éstos multiplicado por su velocidad, que en este caso será igual a la movilidad, pues el campo aplicado es igual a un V/m. El número de iones presente se hallará multiplicando la concentración en equivalentes-gramo por m^3 (con lo cual tendremos en cuenta el número de cargas o valencia del ion) por el factor de disociación α pues no todas las moléculas estarán disociadas. La carga de cada equivalente gramo es $F = 96.487$ culombios (Faraday), de modo que, finalmente, la intensidad de la corriente medida en amperios será:

$$I = F \alpha c m \qquad *$$

donde m es la movilidad del ion considerado a la temperatura del experimento. Hasta aquí se ha considerado un sólo tipo de ion; como habrán de existir varios, (al menos un catión y un anión) la intensidad debida a todos ellos será

* Tal como está escrita, esta fórmula aparece como dimensionalmente incorrecta. Ello se explica porque la I del primer miembro se ha definido como correspondiente al campo unidad y a la sección unidad. Es, pues, la densidad de corriente para el campo unidad, por lo que es realmente la conductividad del electrolito, lo que justifica el paso a la fórmula (II,7).

$$I = F \Sigma' \alpha_i c_i m_i$$

y la resistividad, en virtud de lo dicho al comienzo del párrafo vendrá dada por

$$\rho = \frac{1}{F \Sigma \alpha_i c_i m_i} \quad \text{(II,7)}$$

en ohm-m.

Para la aplicación de la fórmula (II,7), puede suponerse que $\alpha_i = 1$ siempre que se trate de electrolitos fuertes, como suele ocurrir. Las concentraciones han de expresarse en equivalente gramo por m^3, por lo que si los datos se dan, como sucede frecuentemente, en *g/l,* habrán de multiplicarse por 1000 y dividirse por el equivalente químico del ion correspondiente. En la tabla adjunta se indican los equivalentes químicos de los iones más corrientes.

TABLA I

Movilidad y equivalente químico de algunos iones

Ion	Equivalente químico	Equivalente en NaCl	Movilidad a 18 °C en $m^2/V.s$
K^+	39,1		$6{,}55 \times 10^{-8}$
Na^+	23,0	1,00	$4{,}47 \times 10^{-8}$
Ca^{++}	20,04	0,95	$4{,}62 \times 10^{-8}$
Mg^{++}	12,15	2,00	$4{,}55 \times 10^{-8}$
Cl^-	35,46	1,00	$6{,}65 \times 10^{-8}$
HCO_3^{--}	61,02	0,27	$3{,}95 \times 10^{-8}$
CO_3^{--}	30,00	1,27	$6{,}07 \times 10^{-8}$
SO_4^{--}	48,03	0,50	$6{,}95 \times 10^{-8}$

Otras veces, las concentraciones se expresan en e.p.m. o sea en equivalentes por millón, y en este caso tales datos pueden introducirse directamente en la fórmula (II,7), ya que son prácticamente iguales al número de equivalentes gramo por m^3.

Los iones más abundantes en las aguas naturales son el Cl^- y el Na^+. En la figura II-4 se representa, en gráfico logarítmico, la resistividad de las soluciones de ClNa en función de la concentración en g/1, a 18° de temperatura. Frecuentemente se calcula la resistividad de las aguas, reduciendo las concentraciones de los diversos iones a las cantidades equi-

valentes de ClNa. En la tabla se indican también los factores de equivalencia correspondientes.

Según se desprende de la mencionada tabla, las movilidades de los iones suelen estar próximas al valor 5×10^{-8}. Si se toma $\alpha = 1$ y se tiene en cuenta que al menos habrá un catión y un anión, ambos con igual concentración, y que además $F = 96.487 \simeq 10^5$, el denominador de la (II,7) será aproximadamente igual a $10^{-2} c_i$ para una sola sal, y por lo tanto,

$$\rho \simeq \frac{100}{c_i}$$

y si hay varias sales, será

$$\rho \simeq \frac{100}{\Sigma c_i} = \frac{100}{t} \qquad \text{(II,8)}$$

Al aplicar esta fórmula aproximada, muy útil por su sencillez, debe

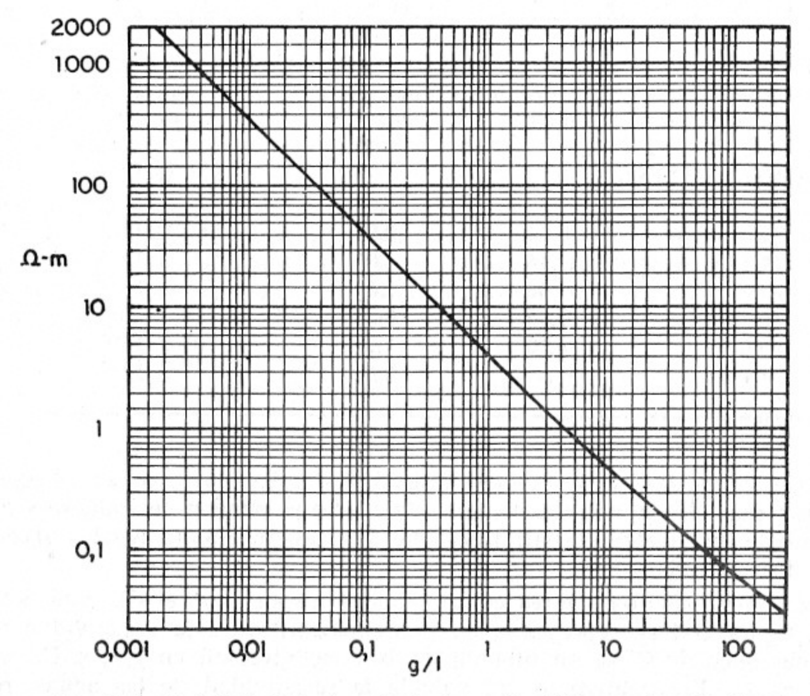


FIG. II-4. Resistividad de las disoluciones de ClNa en función de su concentración en g/l, a 18° C. (Según Dakhnov.)

tenerse en cuenta que las concentraciones que en ella aparecen corresponden a cada pareja catión-anión, y que por lo tanto, t, que suele denominarse *suma iónica* es la *mitad* de la suma de los equivalentes gramo de todos los iones presentes en 1 m^3 de agua, o lo que es igual a la mitad de la suma de los equivalentes por millón (epm) *. La movilidad de los iones es función de la temperatura, por lo que ocurrirá lo mismo con la conductividad. Si, como es costumbre en Prospección Geoeléctrica, expresamos ésta por su inversa la resistividad, se tiene que

$$\rho_T = \frac{\rho_0}{1 + a_T (T - T_0)} \qquad \text{(II,9)}$$

donde ρ_T es la resistividad a la temperatura T, ρ_0 la resistividad a la temperatura origen o de referencia T_0 que suele ser de 18°C, aunque algunos autores toman 20°C ó 25°C, y a es un coeficiente cuyo valor aproximado es de 0,022. Esta fórmula, aunque no rigurosamente exacta, es válida dentro de las temperaturas normales, e indica que la resistividad de los electrolitos *disminuye* con la temperatura.

Hasta aquí se ha considerado la cuestión de determinar la resistividad de un electrolito de composición conocida. En la práctica se presenta muchas veces el problema de medir dicha magnitud directamente sin análisis químico previo. Esto puede realizarse por medio de un puente de conductividades o *conductivímetro,* que consiste en un puente de corriente alterna (puente de Kohlraush) cuya resistencia incógnita es la presentada por el electrolito situado entre dos electrodos fijos. Estos suelen estar montados en el interior de una vasija o célula de material químicamente inerte, aunque en otros casos los electrodos están montados en un soporte, y pueden introducirse en cualquier recipiente. La medición consiste en equilibrar el puente para determinar la resistencia del electrolito, de la cual se deduce su resistividad mediante multiplicación por la constante de calibrado de la célula (o electrodos). Esta constante se determina previamente efectuando una medición con un electrolito de resistividad conocida, por ejemplo una disolución décimo-normal (0,1 N) de KCl. Es necesario medir la temperatura del líquido en el momento de la medición. El empleo de corriente alterna tiene por objeto

---

* Cuando en el electrolito predomina la sal común, su resistividad puede estimarse (XMELEVSKOY, 1975) mediante la fórmula empírica

$$\rho = \frac{8{,}4}{M} \qquad \text{(II,8}a\text{)}$$

donde M es el contenido de sales en gr/l.

eliminar la polarización de los electrodos, la cual falsearía las mediciones.

Existen en el comercio conductivímetros de lectura directa, graduados generalmente en microsiemens/cm* (o en micromhos/cm, que es el nombre antiguo de la misma unidad), construidos por Philips, Geotrón y otras casas.



FIG. II-5 Conductivímetro (para electrolitos) de precisión Philips modelo PW 9501/01

II.9 RESISTIVIDAD DE LAS AGUAS NATURALES

El agua pura es muy poco conductora, a causa de su muy reducida disociación, de modo que la resistividad del agua tridestilada es de unos 10^5 ohmios-m por lo que puede considerarse como aislante.

* Es costumbre expresar la conductividad de las aguas en la indicada unidad híbrida, aunque sería deseable el empleo de alguna unidad S.I. como el mili-mho/metro. En algunos campos e investigadores parece existir la idea subconsciente de que el cm es unidad más refinada que el metro. Así, PARKHOMENKO (1967, página 87), dice textualmente que: "En testificación eléctrica, las resistividades suelen expresarse en ohm-m, mientras que en los estudios teóricos y de laboratorio se expresan en ohm-cm." El autor no cree que el metro se vuelva más científico después de dividido en 100 partes.

Las aguas que se encuentran en la naturaleza presentan, sin embargo, conductividad apreciable, pues siempre tienen disuelta alguna sal, generalmente NaCl. La cantidad y clase de estas sales depende de la naturaleza de las rocas con que las aguas hayan entrado en contacto en su marcha por la superficie del terreno o subterránea. La cantidad de sales de las aguas suele oscilar entre 0,1 *g/l* y 35 *g/l*, cifra esta última que corresponde a las aguas marinas, y que es superada por algunas aguas de mina y por lagos salados, notablemente por el Mar Muerto, con unos 250 *g/l*.

A título orientativo se da a continuación una lista de los márgenes de variación de la resistividad de las aguas naturales, basada en datos de diferentes autores.

Agua de lagos y arroyos de alta montaña	10^3 a $3 \cdot 10^3$	Ω-m
Aguas dulces superficiales	10 a 10^3	Ω-m
Aguas salobres superficiales	2 a 10	Ω-m
Aguas subterráneas	1 a 20	Ω-m
Agua de lagos salados	0,1 a 1	Ω-m
Aguas marinas	~ 0,2	Ω-m
Aguas de impregnación de rocas	0,03 a 10	Ω-m

Los datos anteriores se refieren a los márgenes de variación usuales. Excepcionalmente se encuentran resistividades que exceden de los límites indicados. Así la resistividad de las aguas del Mar Muerto es de unos 0,05 ohmios-metro, y las aguas saladas de los yacimientos petrolíferos pueden llegar hasta valores análogos.

II.10 RESISTIVIDAD DE LAS ROCAS

II.10.1 Introducción

Si la resistividad de las rocas dependiese únicamente de los minerales constituyentes, habrían de considerarse como aislantes en la inmensa mayoría de los casos, puesto que el cuarzo, los silicatos, la calcita, las sales, etc., lo son prácticamente. Sólo en el caso de que la roca contuviese minerales semiconductores en cantidad apreciable, podría considerarse como conductora, es decir, sólo lo serían las menas metálicas.

Afortunadamente, todas las rocas tienen poros en proporción mayor o menor, los cuales suelen estar ocupados total o parcialmente por electrolitos, de lo que resulta que en conjunto, las rocas se comportan como conductores iónicos, de resistividad muy variable según los casos. Por

consiguiente, será necesario estudiar la resistividad de medios heterogéneos, los cuales en su caso más sencillo se compondrán de dos materiales, uno de los cuales, de resistividad ρ_2, sirve de matriz o medio encajante a otro de resistividad ρ_1 que está disperso en el interior del primero.

II.10.2 Resistividad de medios heterogéneos

El problema que se acaba de plantear fue estudiado, quizá por primera vez, por J. C. MAXWELL (1891) quien para el caso de que el medio de resistividad ρ_1 adoptase la forma de esferas pequeñas distribuidas aleatoriamente en el interior del medio de resistividad ρ_2 demostró la fórmula

$$\rho_{12} = \frac{2\,\rho_1 + \rho_2 + p\,(\rho_1 - \rho_2)}{2\,\rho_1 + \rho_2 - 2\,p\,(\rho_1 - \rho_2)}\,\rho_2 \qquad \text{(II,10)}$$

donde p es la fracción del volumen total ocupado por las esferas (que si éstas son poros sería la porosidad) y ρ_{12} la resistividad del medio heterogéneo. Se supone que el radio de las esferas es pequeño comparado con la distancia que las separa (fig. II-6).

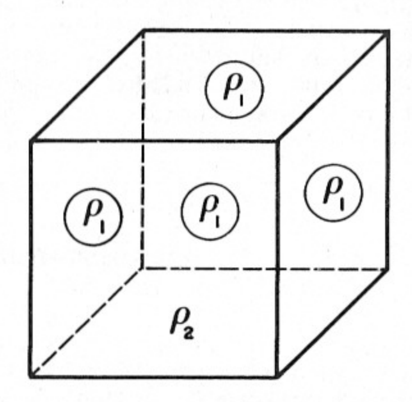


FIG. II-6. Medio homogéneo con inclusiones esféricas. (Fórmula de Maxwell.)

Si se representa por ρ' la relación de resistividades de ambas sustancias ρ_1/ρ_2 la fórmula toma la forma más expresiva,

$$\rho_{12} = \frac{2\,\rho' + 1 + p\,(\rho' - 1)}{2\,\rho' + 1 - 2\,p\,(\rho' - 1)}\,\rho_2 \qquad \text{(II,11)}$$

Vale la pena detenerse en algunos ejemplos numéricos deducidos de la fórmula anterior. En la suposición de que la resistividad ρ_2 de la matriz vale 1 y las inclusiones tienen resistividad $\rho_1 = 0{,}1$ ó $\rho_1 = 10$, con porosidad de 0,2, ρ_{12} vale 0,65 ó 1,31 respectivamente, lo que señala el mayor efecto relativo de las inclusiones conductoras respecto de las resistivas. En los casos límites en que las inclusiones sean perfectamente conductoras o completamente aislantes, ρ_{12} vale 0,44 ó 1,64 respectivamente, lo que aparte de confirmar lo dicho, indica el papel predominante de la resistividad de la matriz. Si esta fuese aislante, lo mismo ocurriría con el medio conjunto, y si fuese perfectamente conductora, lo sería también dicho medio. * En el caso de una matriz de resistividad finita ρ_2 con inclusiones de resistividad nula la fórmula anterior se reduce a

$$\rho_{12} = \frac{1 - p}{1 + 2p}\,\rho_2 \qquad \text{(II,12)}$$

Diversos autores (SEMENOV, 1959; OVECHENNIKOV y KILUKOVA, 1955, MANDEL *et alia,* 1957; MC EUEN *et alia,* 1959; MADDEN, 1976, etc., ver también PARKHOMENKO, 1967) han estudiado tanto teórica como experimentalmente la resistividad de medios heterogéneos o agregados, construyéndolos experimentalmente en algunos casos, con inclusiones esféricas, o en forma de elipsoides de revolución o triaxiles. En el caso de que las inclusiones sean alargadas y con orientación uniforme, el agregado manifiesta anisotropía. Los resultados de estos estudios aclaran el comportamiento de las rocas con minerales conductores diseminados, en lo concerniente a su resistividad.

La resistividad de un medio heterogéneo con inclusiones conductoras disminuye notablemente si éstas están en contacto entre sí. Este fenómeno es de gran importancia en las rocas con conductos formados por poros rellenos de electrolito, por lo que conviene considerarlo de modo detallado y cuantitativo.

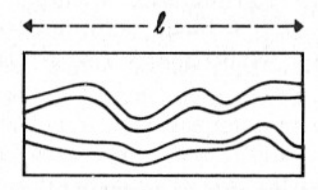


FIG. II-7. Conducción a través de poros.

* Algún autor ha efectuado cálculos para la porosidad de 0,5 por medio de la fórmula de Maxwell, lo que no es correcto, pues con tan gran porosidad, los radios de las esferas ya no son despreciables frente a su distancia mutua.

Según lo dicho, las rocas pueden considerarse como medios de matriz aislante, en los que existe una red de conductos irregulares y tortuosos llenos de electrolito, a los cuales se debe por completo la conductividad del conjunto. Si se toma un trozo de roca lo suficientemente grande para que sea representativo (fig. II-7), de forma cilíndrica o prismática, con longitud l y sección s, su resistencia valdrá

$$R = \rho_r \frac{l}{s} \tag{II,13}$$

donde ρ_r es la resistividad media de la roca, matriz y poros incluidos.

Como la conducción sólo se efectúa a través de los poros, llenos de agua con sales, de resistividad ρ_a, se tendrá por otra parte

$$R = \rho_a \frac{l_e}{s_e} \tag{II,14}$$

donde l_e es la longitud efectiva media de los conductos, y s_e la sección total de los mismos que es el área efectiva desde el punto de vista de la conducción.

Combinando las dos expresiones anteriores, resulta

$$\rho_r = \rho_a \frac{l_e}{l} \frac{s}{s_e} = \rho_a \left(\frac{l_e}{l} \right)^2 \frac{s\,l}{s_e\,l_e} \tag{II,15}$$

La relación l_e/l entre la longitud media de los conductos de poros y la longitud del trozo de roca se llama *tortuosidad,* y se representa por T. Este parámetro fue introducido por PIRSON (1958). La relación s_e/s ha sido denominada *coeficiente de disminución* por FRASER y WARD. En la fórmula anterior, el producto $s \cdot l = V_r$ es el volumen real del trozo de roca considerado, mientras que $s_e \cdot l_e = V_e$ es el volumen ocupado por los poros. Suele definirse como porosidad P la relación entre el volumen total de los poros y el de la roca:

$$P = \frac{s_e \cdot l_e}{s\,l} \tag{II,16}$$

con lo que la porosidad se expresa en fracciones de la unidad, pero es muy frecuente darla en tanto por ciento del volumen total. La fórmula (II,5) puede escribirse

$$\rho_r = \frac{T^2}{P} \rho_a = F \rho_a \tag{11,17}$$

donde el coeficiente F recibe el nombre (ARCHIE, 1942) de *factor de formación*. Esta es, pues, la relación entre la resistividad global de la roca y la del electrolito que llena sus poros.

Todo lo dicho respecto de roca y electrolito es aplicable a las inclusiones conductoras que formen filamentos continuos.

II.10.3 Medición de la resistividad de las rocas

Hasta aquí se ha considerado la resistividad de las rocas desde un punto de vista teórico. La resistividad de una porción determinada de roca puede medirse directamente por diversos métodos, los cuales pueden emplearse también para evaluar el grado de exactitud de las fórmulas teóricas.

Tales determinaciones experimentales pueden efectuarse de tres modos diferentes.

a) Por medio de mediciones geoeléctricas realizadas en la superficie del terreno, tales como sondeos eléctricos verticales, sondeos magnetotelúricos, y otros métodos que se describen en esta obra. Estos sistemas de medición presentan la ventaja de que la roca se estudia en su estado natural y que la medición afecta a un volumen grande de roca, por lo que los resultados no se ven interferidos por circunstancias locales, pero tienen en su contra las ambigüedades de que frecuentemente adolece la interpretación.

b) Por mediciones efectuadas en el interior de sondeos mecánicos, siguiendo los métodos *(Testificación eléctrica)* que se expondrán sucintamente en el volumen II de esta obra. Este sistema da resultados más detallados y locales, y la roca se encuentra en su estado natural, salvo en lo que respecta al efecto de los lodos del sondeo, pero este puede corregirse.

c) Por medio de determinaciones de laboratorio, sobre muestras de roca extraídas de afloramientos o de labores mineras, o bien sobre testigos de sondeo. Estas mediciones tienen el inconveniente del pequeño tamaño del trozo de roca que se utiliza, el cual puede no ser representativo, y el más importante aún de que el grado de humedad que la roca poseía "in situ" se altera en las operaciones de corte y transporte al laboratorio. No obstante, este sistema de medición proporciona resultados interesantes, y es insustituible para el estudio de los factores que pueden influir en la resistividad de las rocas tales como grado de humedad, presión, temperatura, etc.

Dos son los métodos principales utilizados en laboratorio para la medición de la resistividad de muestras de rocas o minerales. Estos métodos se denominan respectivamente *de dos electrodos* y *de cuatro electrodos*.

El primero de ellos se basa fundamentalmente en medir la resistencia óhmica R de muestras de roca de forma cilíndrica o prismática, de donde se deduce la resistividad ρ por medio de la conocida fórmula

$$\rho = R \frac{s}{l} \qquad \text{(II,18)}$$

donde l es la longitud de la muestra, y S su sección, que han de expresarse respectivamente en m y m^2, y la resistencia en ohmios, si los resultados se desean en ohmios-metro.

La muestra debe ser notablemente mayor que su tamaño de grano, y puede cortarse por medio de sierras especiales de dureza adecuada. Las superficies terminales, esto es, las que van a entrar en contacto con los electrodos, deben pulirse cuidadosamente.

Una cuestión muy importante es la que se refiere al contacto entre la muestra y los electrodos. Se han utilizado diversos procedimientos con este fin. Uno de los más antiguos consiste en sujetar la muestra en un marco rígido, aprisionándola con un vástago roscado, que se aprieta todo lo posible, de modo que hagan buen contacto con la muestra hojas de papel de estaño o aluminio colocadas en sus extremos. También puede emplearse mercurio, por ejemplo del modo indicado en la figura II-8, inspirada en Heiland, y que el autor ha empleado con resultados aceptables. Este tipo de contacto es muy adecuado para testigos de sondeo, aunque, como es natural, puede emplearse también para muestras prismáticas.

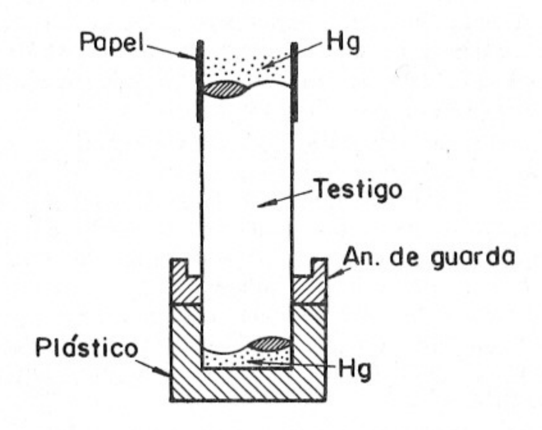


FIG. II-8. Empleo de mercurio para establecer el contacto con las muestras en la medición de resistividades.

Otro procedimiento consiste en cubrir dos caras opuestas de la muestra con una capa de grafito, la cual puede obtenerse incluso frotando la superficie con un lápiz blando. Sobre esta capa se colocan hojas de papel metálico conectadas al circuito de medición. Parkhomenko indica que este procedimiento no puede utilizarse para medidas a temperaturas altas (más de 300°) ya que el grafito se quemaría, y recomienda electrodos de oro o platino depositados en el vacío sobre la muestra, o bien panes de estos metales apretados contra ella a presiones del orden de 100 kg/cm², siempre que la superficie de la muestra pueda considerarse como ópticamente plana.

Una causa de error en las mediciones es la conducción superficial en la muestra, causada porque las paredes de ésta hayan adsorbido humedad. Tal circunstancia puede evitarse mediante el empleo de anillos de guarda, que rodean a uno de los electrodos, y estén separados de él, según Parkhomenko, no más de 2 mm. El anillo de guarda se conecta del modo indicado en la figura II-9.

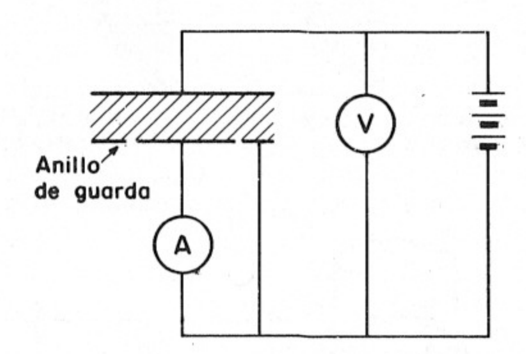
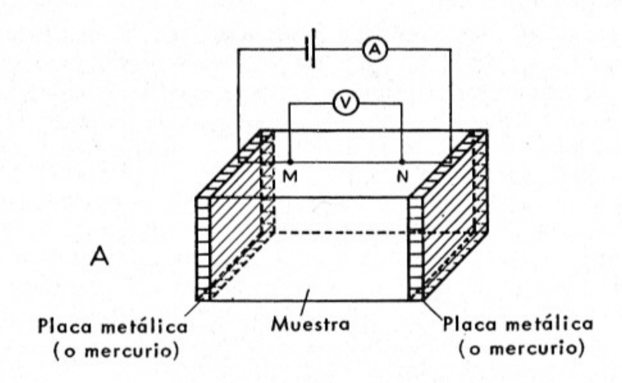


FIG. II-9. Esquema de un montaje con anillo de guarda, para la medición de resistividades de muestras.

Preparada la muestra con sus contactos, basta medir la resistencia óhmica de aquélla y aplicar la fórmula (II,18) para obtener la resistividad. La medida de dicha resistencia puede efectuarse con un puente de Wheasthone o un ohmímetro de características adecuadas al valor que va a medirse, el cual puede oscilar en margen amplísimo, desde el caso de un mineral semiconductor a una roca dieléctrica y seca. También puede utilizarse una combinación de voltímetro y amperímetro, como la indicada en la figura 9. Cuando la resistencia de la muestra es relativamente pequeña puede ser preferible conectar en serie el amperímetro con el circuito formado por la muestra y el voltímetro en paralelo. En realidad el amperímetro habrá de ser, según los casos, un mili o microamperímetro e incluso un pico-amperímetro.

Si la resistencia de la muestra fuese excesivamente grande, hay que recurrir a técnicas especiales, como las indicadas por Parkhomenko. Una de ellas consiste en cargar un condensador, durante unos cinco minutos, con la corriente que fluye a través de la muestra, y medir luego la carga con un galvanómetro balístico. Si la resistencia de la muestra fuese elevadísima (más de 10^4 tera-ohmios) la citada autora recomienda la medición de la capacidad total del circuito, y sustituir al amperímetro por un electrómetro cuya lectura se toma después de transcurrido un tiempo determinado desde su conexión.



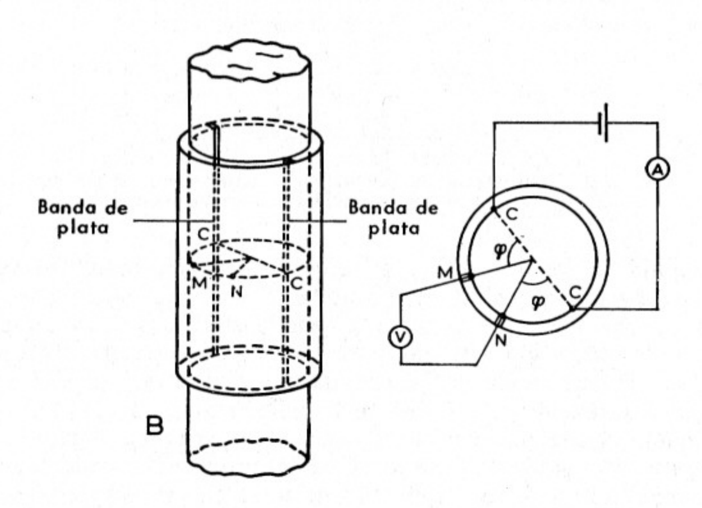


FIG. II-10. Artificios de laboratorio para la medición de la resistividad, de muestras prismáticas (A), y de un testigo de sondeo (B). (Según Parasnis.)

La medición de resistividades de muestras por el método de los cuatro electrodos adopta diversas modalidades. En todas ellas se utilizan dos electrodos *A* y *B* por donde penetra la corriente, cuya intensidad *I* se mide, y otros dos *M* y *N*, entre los cuales se mide la d.d.p. ΔV. Los electrodos consisten en puntas metálicas apretadas contra la superficie de la muestra.

En la modalidad indicada en la figura 10 *a,* cuya claridad exime de explicaciones, se emplea la misma fórmula (II,8) dando a *l* el valor de la distancia entre los electrodos *M* y *N* y no el de la longitud de la muestra.

Para medidas de exactitud no muy grandes pueden aplicarse cuatro electrodos puntuales alineados y a intervalos iguales sobre la superficie de la muestra (fig. II-11). Si es *a* la distancia entre cada dos electrodos contiguos, la resistividad vendrá dada por

$$\rho = 2\pi a \frac{\Delta V}{I} \qquad \text{(II,19)}$$

fórmula cuya justificación para un semiespacio se da en el apartado III.7. Como el tamaño de la muestra es finito, la expresión anterior es solo aproximada, pero según los experimentos de Parasnis (1956) el error cometido es menor que el 10 % si la distancia *AB* no sobrepasa la mitad de la longitud de la muestra ni es menor que la anchura de ésta.

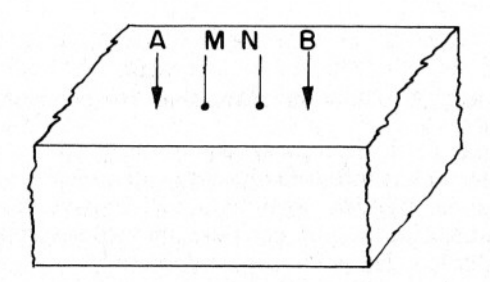


Fig. II-11. Medición de resistividades por el método de cuatro electrodos.

El propio Parasnis ha descrito una variante del método de cuatro electrodos, aplicable a testigos de sondeo, aun cuando sus extremos no estén pulidos ni cortados. Se introduce el testigo en un tubo de plástico

que ajuste estrechamente (fig. II-10) el cual lleva sujetas dos bandas metálicas muy delgadas a lo largo de dos generatrices opuestas. En el ecuador del tubo se hacen dos perforaciones, por las que se introducen los electrodos M y N. Las bandas metálicas sirven de electrodos A y B. La resistividad viene dada por

$$\rho = \pi \left(\ln \frac{1 + \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} \right) \frac{b \, \Delta V}{I} \tag{II,20}$$

donde b es la longitud de las bandas y φ el ángulo indicado en la figura. Para más detalles, véase la *Geofísica Minera* de PARASNIS en la página 168 de su edición española (Paraninfo, 1971).

Es importante que en las mediciones de resistividades por el método de los cuatro electrodos, la distancia MN sea varias veces superior al tamaño de grano de la roca.

Tanto en uno como en otro método, las mediciones no requieren gran exactitud, que no tiene objeto dada la gran variación de resistividad entre unas y otras muestras de la misma roca.

Según Parkhomenko, el método de los dos electrodos da resistividades más altas que el de cuatro, por causa del efecto de los contactos. También pueden efectuarse mediciones en corriente alterna, que elimina la posible polarización de los electrodos, pero puede dar resultados que varíen con la frecuencia empleada, por causa, entre otros fenómenos, de la polarización inducida, que será estudiada en el volumen II de esta obra.

II.10.4 Rocas con inclusiones de minerales conductores

La resistividad de algunas rocas puede verse disminuida considerablemente si contienen elementos conductores diseminados. Esta cuestión es de gran importancia práctica, pues está relacionada, no sólo con la posibilidad de detectar menas por prospección geoeléctrica, sino con la de determinar la riqueza del yacimiento detectado.

Desgraciadamente, no existe correlación entre la resistividad de una roca y su contenido en minerales conductores, y mucho menos entre aquélla y la proporción de minerales útiles. Esto se debe a que el hábito del mineral influye tanto como su proporción relativa. Si el mineral es de hábito dendrítico, y su concentración supera un cierto valor mínimo, las ramificaciones de cada cristal hacen contacto con las de otros próximos, y se forma una red conductora que baja grandemente la resistividad de la roca. En cambio, si el mismo mineral se encuentra en cantidad mucho

mayor, pero en forma de cristales rodeados por una matriz o ganga aislante, su efecto sobre la resistividad de la roca será muy pequeña e incluso inapreciable.

Faltan estudios sistemáticos y generales sobre esta cuestión, pero los de carácter local realizados hasta ahora, parecen indicar que, a partir de cierto valor umbral de la concentración de mineral conductor, la resistividad de la roca disminuye rápidamente con el aumento de la proporción de mineral, hasta quedar estabilizado en un valor generalmente muy pequeño, que ya no decrece por aumentos sucesivos de la cantidad de mineral. Esto se debe a que siendo muy grande la proporción de mineral conductor, la roca se comporta como si su matriz fuese conductora y en ella ejercerán poco efecto las inclusiones resistivas, según se vio en el apartado II.10.2.

Como ejemplo de lo dicho, señalaremos que la resistividad de los gabros de Maine no se ve afectada por la presencia de pirrotita en cantidades inferiores al 5 % (en volumen) siendo próxima a 2000 ohmios-m para un 10 % de pirrotita, y a unos 0,6 para el 15 % (ANDERSON, 1962). El valor umbral depende del hábito del mineral y de otras circunstancias, y en casos desfavorables puede ser del 25 % y hasta del 60 %, valor este último deducido de las observaciones de Murashov y sus colaboradores, citados por Parkhomenko. En cuanto al efecto de saturación o dintel aludido más arriba, queda ilustrado por el hecho de que menas ricas en calcopirita, estudiadas por el mismo Murashov, no experimentan cambio sensible en su resistividad cuando el contenido de dicho mineral sobrepasa el 70 %.

Todo lo anterior confirma lo dicho de que no existe correlación simple entre la cantidad de minerales conductores y la resistividad de la roca que los contiene, si bien, en algunos casos pueden establecerse regularidades aproximadamente válidas para una región y tipo de yacimiento determinados. Además puede ocurrir que los minerales que contribuyen a la conductividad de la roca de modo más decisivo sean de valor económico nulo, dada su diseminación, como suele ocurrir con la pirita y el grafito. Las pizarras que contienen diseminaciones de estos minerales suelen ser muy conductoras, y pueden dar indicaciones eléctricas atribuibles erróneamente a yacimientos de minerales explotables. Esto es especialmente cierto para las pizarras carbonosas o grafitosas, las cuales constituyen una calamidad para la prospección geoeléctrica cuando abundan en zonas mineras, como ocurre en Río Tinto (España), en algunas regiones de Suecia, y en otras partes. Para mayor desgracia, las pizarras grafitosas producen fenómenos de polarización (espontánea o inducida) análogos a los originados por menas metálicas, por lo que la diferenciación entre unas y otras no es fácil.

II.10.5 Efectos de la humedad

Las rocas cuya conductividad se debe a la presencia de inclusiones de minerales conductores ocupan un volumen relativamente muy pequeño de las capas superiores de la corteza terrestre. La conductividad de la mayor parte de las rocas se debe a otra causa, que es la existencia de poros y fisuras rellenos total o parcialmente de electrolitos. Además de los poros propiamente dichos o *poros intergranulares,* existe otra porosidad debida a las fisuras y diaclasas, que no suele exceder del 2 % del volumen total. En las rocas sedimentarias y en las cineritas predomina el primer tipo de porosidad, mientras que la segunda es la más importante en las rocas ígneas. KELLER y FRISCHKNECHT (1966) definen un tercer tipo de porosidad, la *vugular,* constituida por cavidades grandes e irregulares, como las de disolución en calizas, o las que existen en las vulcanitas, debidas a burbujas de gas. El citado autor divide los poros en dos clases, *poros de almacenamiento,* que son los de mayor tamaño, y los *poros de conexión,* más pequeños y que comunican entre sí los primeros.

Como la porosidad vugular no suele influir en medida importante sobre la porosidad total, y la debida a fisuras y diaclasas no excede del 2 % del volumen total, bastará una tabla de los límites de variación de la porosidad intergranular.

Conocida la porosidad de una roca, y la resistividad de las soluciones acuosas que rellenan sus poros, podría calcularse la resistividad de

TABLA II

Porosidad intergranular de diversas rocas

Arcillas	20—50 %
Arenas gruesas	25—60 %
" finas	30—60 %
" de médanos	40 %
" de playa	80—85 %
Arenisca	20—35 %
Caliza	1,5—20 %
Cienos	80—85 %
Dolomías	3—20 %
Grava	20—40 %
Lavas	20—80 %
Margas	4—60 %
Rocas ígneas	0,3—5 %
Vulcanitas clásticas	5—60 %

la roca por medio de la fórmula (II,17) pero ésta exige, además, el conocimiento de un tercer dato, la tortuosidad T, de medición difícil, aunque según parece, no suele variar mucho, de 1,3 a 2 en la mayoría de los casos. Por este motivo, se ha trabajado mucho en la determinación empírica del factor de formación F en función de la porosidad de la roca considerada, cuestión de gran interés en la industria petrolera, por estar relacionada con la evaluación de las reservas de un yacimiento.

La porosidad de una misma clase de roca disminuye con la edad y el grado de metamorfismo.

Las primeras representaciones gráficas de Sundberg y de Jakosky y Hopper, fueron expresadas matemáticamente por ARCHIE (1942) en la fórmula, conocida por el nombre de *Ley de Archie,*

$$\rho_r = P^{-m} \rho_a \tag{II,20}$$

donde se utiliza la misma notación del apartado II.10.2 y el exponente m recibe el nombre de *parámetro de cementación.* Esta ecuación ha sido modificada por la introducción de un coeficiente a:

$$\rho_r = a P^{-m} \rho_a \tag{II,21}$$

que es la *ecuación de Winsauer,* la cual, teniendo en cuenta lo dicho en el apartado a que se acaba de aludir equivale a

$$F = a P^{-m} \tag{II,22}$$

El valor del coeficiente a parece depender de la textura de la roca, y suele oscilar entre 0,5 y 1,5, aunque Keller cita rocas volcánicas muy porosas con $a = 3{,}5$. Como valores típicos pueden considerarse 0,6 para rocas sedimentarias bien cementadas; 0,9 para rocas no cementadas del mismo tipo; de 1,0 a 2,0 para calizas y dolomías, y 1,4 para rocas ígneas compactas, pero estos datos tienen valor puramente orientativo.

El exponente m suele variar entre 1,3 y 2,3. He aquí algunos ejemplos:

$m = 1{,}3$ Rocas detríticas débilmente cementadas; a veces las calizas oolíticas.

$m = 1{,}4$ Areniscas poco cementadas, lavas y otras vulcanitas muy porosas.

$m = 1{,}6$ Rocas poco porosas (< 5 %) ígneas y sedimentarias.

$m = 1{,}7$ Rocas sedimentarias relativamente bien cementadas, incluyendo areniscas y calizas.

$m = 2,0$ Calizas y dolomías, areniscas cementadas y poco porosas.
$m = 2,3$ Calizas y dolomías de grano muy fino.

JACKSON *et al.* (1978) han estudiado experimentalmente el factor de formación de arenas naturales y artificiales, confirmando la validez de la ley de Archie. El exponente m depende de la forma de los granos, y aumenta conforme éstos se separan de la forma esférica.

La figura II-12 representa gráficamente la variación del factor de formación F en función de la porosidad, para diversos valores de los parámetros a y m. Tales parámetros sólo pueden conocerse con seguridad mediante una serie numerosa de determinaciones de laboratorio sobre muestras de la roca en cuestión. A falta de estas mediciones, y en primera aproximación, pueden tomarse los valores $a = 1$ y $m = 2$, según aconseja Keller, lo que no produce grave error para porosidades comprendidas entre 10 y 30 % que son las más corrientes en las rocas sedimentarias.

Como puede deducirse de lo anterior, la resistividad de las rocas puede variar en margen amplísimo en función del contenido en agua, de la salinidad de ésta, y del modo de distribución de los poros. Keller, en su suplemento a la edición americana de la obra de PARKHOMENKO (1967) señala los márgenes extremos de variación de estos factores: 1 a 10^3, 1 a 500, y 1 a 20, respectivamente. Como el contenido en agua depende de la porosidad y ésta aparece elevada al cuadrado (aproximadamente) en las fórmulas de Archie y Winsauer, resulta que el margen total de variación en la resistividad de las rocas por causa de su contenido en agua, es de 10^{10}, bien entendido que esta cifra se refiere no a una clase de rocas en particular, sino a todos los tipos conocidos, comparados dentro de ellos mismos y unos con otros.

La salinidad de las aguas contenidas en las rocas depende en cierta medida del origen de éstas y de su grado de metamorfismo, siendo mayor en las rocas sedimentarias marinas que en las continentales. En cuanto al efecto del metamorfismo, consiste en la disminución del volumen de poros con pérdida de agua, y en el aumento de salinidad por disolución de granos de mineral. Por esta causa, las rocas más antiguas suelen contener menos agua que las modernas, pero con mayor salinidad.

Se ha supuesto en lo anterior que los poros de la roca estaban llenas por completo de agua, y en tal estado de saturación el contenido en agua de la roca dependía enteramente de la porosidad. Ahora bien, los poros no están siempre saturados de agua, puesto que en ellos puede existir aire (en las rocas más próximas a la superficie del terreno), gas natural, o petróleo (en las regiones petrolíferas). Por ello se ha hecho necesario

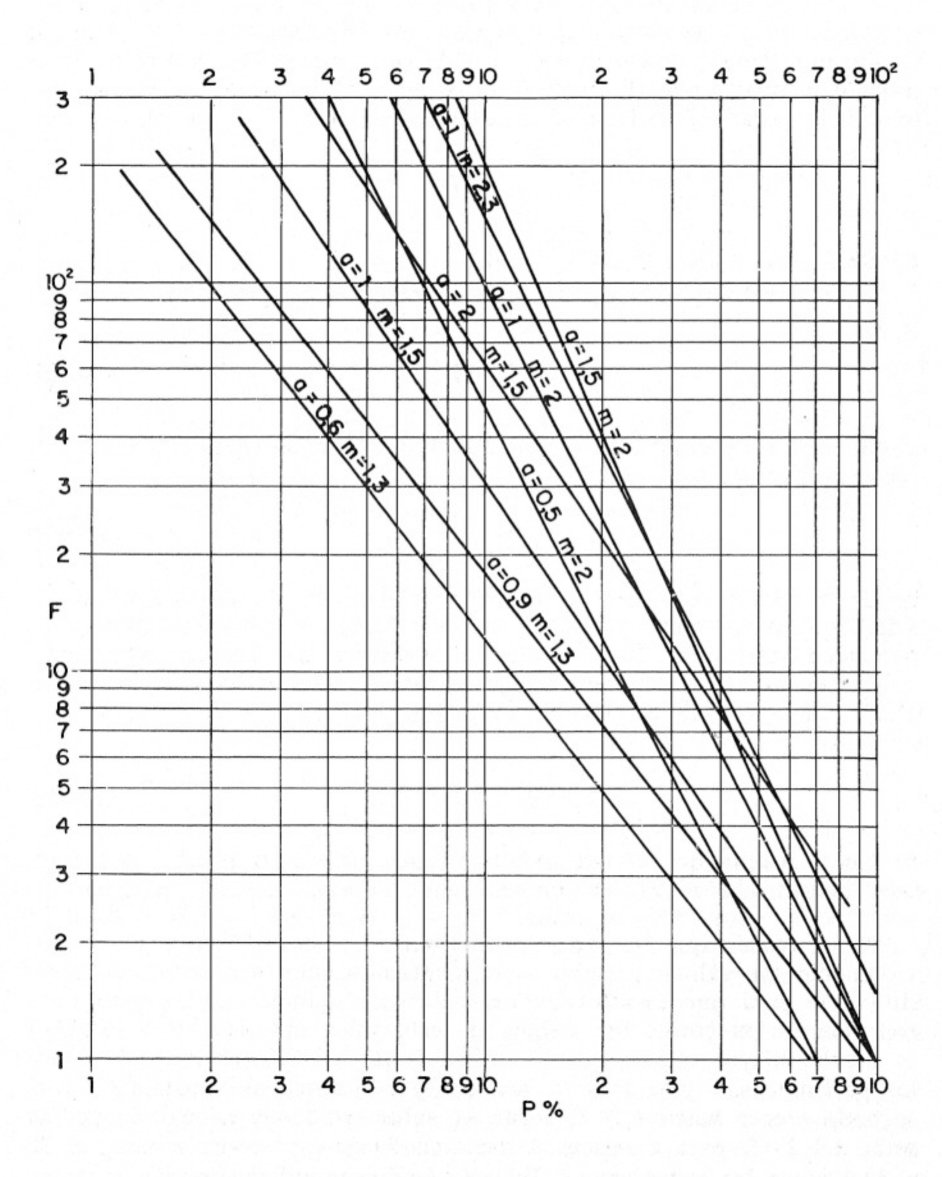


FIG. II-12. Variación del factor de formación F en función de la porosidad para diferentes valores de *a* y de *m*.

introducir el *índice de resistividad,* que es la relación entre la resistividad de la roca con el grado de saturación considerado y con sus poros totalmente llenos de agua. Se entiende por *grado de saturación* S la fracción ocupada por el agua respecto del volumen total de poros. Entonces, la resistividad de la roca vendrá dada por

$$\rho_r = I F \rho_a \tag{II,23}$$

donde I es el índice de resistividad.

Según Archie y Guyod, el índice de resistividad puede expresarse en la forma

$$I = S^{-n} \tag{II,24}$$

donde $n = 2$ (Archie) o $n = 1{,}98$ (Guyod). Dakhnov, por su parte, propone la fórmula

$$I = b S^{-n} \tag{II,25}$$

donde $b = 0{,}6$ y $n = 2{,}25$ para areniscas y pizarras arcillosas de porosidad inferior al 40 %; $b = 0{,}4$ y $n = 2{,}1$ para rocas carbonatadas de porosidad inferior al 25 %. El lector observará que las dos ecuaciones anteriores son formalmente análogas a las (II,20) y (II,21). La expresión (II,23) puede escribirse, teniendo en cuenta las (II,22) y (II,25) en la forma más explícita

$$\rho_r = (a b P^{-m} S^{-n}) \rho_a \tag{II,26}$$

de donde resulta que la resistividad de una roca cuya conductividad se debe únicamente a su contenido en agua, depende de siete parámetros.

Keller señala que las expresiones anteriores para el índice de resistividad sólo son válidas a partir de un contenido mínimo o crítico de agua, suficiente para que ésta forme una película conductora que recubra interiormente los poros. Por debajo de este valor mínimo, la resistividad es mucho mayor que lo que se deduciría de los valores indicados para los parámetros b y n, pues el primero puede descender hasta 0,05 y el segundo crecer hasta 4 ó 5. Según el autor citado, la saturación crítica sería del 25 % para areniscas y rocas similares y ascendería hasta el 70 u 80 % para las rocas ígneas. En este fenómeno influye mucho la naturaleza hidrófila o hidrófuga de los granos de mineral, esto es, el hecho de que puedan ser o no "mojados" por el agua.

Las relaciones expuestas a lo largo de este apartado tienen diversas e importantes aplicaciones prácticas. Por una parte, se utilizan, según se sugirió más arriba, para la evaluación de yacimientos petrolíferos, partiendo entre otros datos de las resistividades obtenidas por testificación eléctrica; por otra parte, se aplican a los estudios hidrológicos. En este último campo puede mencionarse la determinación de la potabilidad (en cuanto a su contenido total en sales) de las aguas subterráneas; para lo que basta conocer el factor de formación F de la roca acuífera y su resistividad, la cual puede obtenerse por métodos geofísicos de superficie (sondeos eléctricos verticales, por ejemplo). De estos datos, puede deducirse, por medio de la ecuación (II,17) la resistividad del agua, y de ésta su contenido equivalente en NaCl.

Los fenómenos expuestos son muy complejos, por lo que hay que tener precaución en deducir consecuencias. Así, Keller señala que si una roca se deseca por evaporación del agua de sus poros, la disminución de ésta va acompañada por un aumento de salinidad, con lo que puede ocurrir que la resistividad global de las rocas se altere muy poco por la pérdida de humedad. En algunos tipos de rocas la geometría de sus poros influye notablemente en su resistividad, de modo que la correlación entre esta magnitud y la permeabilidad de la roca es más clara que con respecto a la porosidad, hecho este de gran valor práctico en la investigación geoeléctrica de aguas subterráneas. Otro fenómeno curioso, llamado *paradoja de los suelos,* será comentado más abajo (apartado II.10.7).

II.10.6 Interacción entre el agua y la roca

Se ha supuesto implícitamente, en lo dicho hasta aquí, que la matriz aislante de la roca no reacciona en modo alguno con el agua que llena los poros. Esto no es cierto en general, y cuando la roca contiene elementos arcillosos los fenómenos producidos pueden influir notablemente en la resistividad global. La interacción entre la matriz de la roca, y el agua contenida en sus poros adopta dos formas fundamentales: la *conducción superficial* y la *ionización de los minerales de la arcilla,* fenómenos ambos muy complejos y necesitados de ulteriores investigaciones.

La conducción superficial tiene su origen en que la capa superficial de los minerales que forman la pared interior de los poros está, en muchos casos, cargada eléctricamente. Esto se debe a que los átomos más próximos a la superficie límite o pared del poro, suelen ser, por la estructura cristalina del mineral, iones del mismo signo, generalmente negativo (oxígeno) en los silicatos. Esta carga atrae cationes del electrolito contenido

en los poros, e incluso moléculas de agua, dado el carácter polar de éstas. Se forma así una capa de agua, con espesor de una o varias moléculas, cuya resistividad es menor que la del agua no absorbida. Este fenómeno disminuye, pues, la resistividad, cuando el contenido en agua es escaso, pues ayuda a la formación de una capa conductora en la superficie de los poros. Cuando el contenido en agua es mayor, el aumento de conductividad debido a la adsorción es pequeño en relación con la conductividad total, y si la salinidad excede de cierto valor, este aumento es contrarrestado y superado por la pérdida de movilidad de los iones adsorbidos. En resumen, el efecto de la conducción superficial es el de disminuir la resistividad de los electrolitos poco conductores por su escasez o débil concentración, y aumentar la resistividad de los más conductores.

Los fenómenos debidos a la presencia en la roca de granos de arcilla son más complejos. Casi todos los minerales, incluso el cuarzo, tienen la propiedad de adsorber cationes, los cuales pueden ceder luego si el mineral se pone en contacto con agua (*iones cambiables*), pero donde este fenómeno alcanza verdadera importancia es en los minerales de la arcilla, especialmente en algunos (montmorillonita, vermiculita, halloysita, etc.). Cada grupo o partícula de estos minerales adsorbe cationes, los cuales, en razón de su tamaño, no forman una capa simple y uniforme, sino que los cationes más próximos a la partícula de arcilla quedan retenidos en una *capa fija,* y los demás forman una *capa difusa* cuya densidad decrece exponencialmente con la distancia a la partícula, y pueden moverse en el seno del electrolito, originando una conductividad apreciable. Los iones más frecuentemente adsorbidos son, por este orden, Ca, Mg, H, Na y NH_3. La cantidad de iones cambiables se expresa en miliequivalentes por cantidad en peso de arcilla.

La primera consecuencia de estos fenómenos es que el agua contenida en los poros de las rocas experimenta un aumento en su conductividad, por lo que la resistividad de estas aguas no suele ser superior a 10 ohmios-m y menor aún si las rocas contienen arcillas, aun en escasa proporción. Sin embargo, si se extrae el agua contenida en la roca, y se mide su conductividad, el valor obtenido es el inicial del agua no modificada por la interacción, ya que los iones cambiables quedan retenidos en la roca. Por lo tanto, no se puede conocer la conductividad efectiva del agua de los poros si no se ha determinado independientemente la capacidad de cambio iónico de la roca. El efecto de este es de poca importancia relativa si el agua de los poros tiene de por sí bastante salinidad, pero es notable si esta salinidad es pequeña.

La segunda consecuencia es que en las rocas que contienen alguna proporción de arcilla, el factor de formación F no puede considerarse constante. Entonces, al disminuir la salinidad del agua, el factor F dis-

minuye también, y este efecto es tanto más marcado cuanto mayor sea el contenido arcilloso de la roca.

Por otra parte, la resistividad de las rocas que contienen agua dulce aumenta con el tamaño de grano, mientras que si el agua es salada, ocurre lo contrario. Esto se explica, según Dakhnov, porque cuando el electrolito es muy salino, parte de los iones son retenidos por las partículas de arcilla, con pérdida de su movilidad y aumento de la resistividad. Si el tamaño de grano disminuye, crece la superficie de contacto, y con ella, el número de iones retenidos, por lo que la resistividad será mayor en las rocas de grano fino. Cuando se trata de electrolitos diluidos (agua dulce) predomina la conductividad adicional debida a la hidrólisis parcial de los minerales de la arcilla, descrita más arriba, conductividad que será tanto mayor cuanto menor sea el grano, en razón del aumento correlativo de superficie. De este modo se explica el conocido hecho de que, en sedimentos que contienen agua dulce, la resistividad crezca en el orden arcilla-limos-arenas-gravas, mientras que si el agua es salada, el orden de resistividades sea el opuesto.

II.10.7 Resistividad de las rocas más frecuentes

Como puede deducirse de lo expuesto en los apartados anteriores, la resistividad de las rocas depende de demasiados factores para que pueda atribuirse un solo valor, ni siquiera un margen moderadamente estrecho de variabilidad, a la de cada tipo de roca. Por el contrario, a cada uno de ellos suele corresponder un campo de variación de unos tres órdenes decimales, ya que, aunque la naturaleza de la roca sea la misma, influyen las condiciones locales de contenido en agua, conductividad de ésta, tamaño de grano, porosidad, metamorfismo, efectos tectónicos, etc. Por otra parte, dado un valor de resistividad, tampoco puede identificarse como correspondiente a un solo tipo determinado de roca.

Sin embargo, la situación no es tan desesperada como podría parecer en virtud de lo dicho, porque dentro de la extensión de terreno abarcada por una determinada campaña geoeléctrica, el margen de variación es mucho más reducido, y en general pueden identificarse las rocas por su resistividad, aunque a veces puedan existir ambigüedades, y en algún caso, originarse sorpresas. Para esta identificación es necesario disponer de datos previos suficientes (sondeos eléctricos paramétricos, esto es, efectuados junto a perforaciones o en afloramientos; testificaciones eléctricas, cartografía geológica, etc.). Las medidas sobre muestras tienen, en general, poco valor desde este punto de vista, por las razones expuestas en el apartado II.10.3 *c*).

Aun así, y dentro de zonas relativamente pequeñas, la resistividad de una misma roca puede variar, como dice acertadamente FAVRE (1956) "del simple al doble, y más". Es frecuente, sobre todo en cuencas sedimentarias, que la resistividad de una capa o de un estrato, o de todas las de una serie estratigráfica, varíe sistemáticamente, creciendo o disminuyendo a lo largo de distancias que pueden alcanzar incluso el centenar de Km. KUNETZ (1966) cita un ejemplo de lo contrario, el de ciertas pizarras arcillosas de la costa del Golfo de Méjico "que mantienen prácticamente la misma resistividad sobre centenares de kilómetros", pero según la experiencia del autor estos casos son poco frecuentes.

Los márgenes de variación más usuales para la resistividad de las rocas más importantes se expresan en la figura II-13 juntamente con la de algunos minerales. Debe entenderse que, en ciertos casos, la resistividad de algunas rocas puede exceder, por arriba o por abajo, los límites indicados en la figura.

Las rocas ígneas y metamórficas suelen presentar resistividades comprendidas entre 10^2 y 10^5 ohmios-m. En las segundas, la resistividad suele aumentar con el grado de metamorfismo. Las pizarras paleozoicas, cuando son algo arcillosas, pueden presentar resistividades algo menores, del orden de 80 ohmios-m y aun menos. La presencia de grafito en forma diseminada rebaja notablemente la resistividad, a veces hasta 0,1 ohm-m. Lo mismo ocurre cuando están presentes otros minerales conductores, según se ha dicho más arriba. Por el contrario, las pizarras bituminosas son muy resistivas.

En las rocas sedimentarias, es mayor la diversidad de resistividades. Los valores más altos corresponden a las evaporitas, en especial la anhidrita y la sal gema cuya resistividad oscila entre 10^4 y 10^6 ohmios-m. Más conductores suelen ser las calizas, que presentan resistividades comprendidas generalmente entre 10^2 y $5 \cdot 10^3$ ohmios-m. Valores semejantes presentan las areniscas y dolomías. Mayor conductividad aún presentan las margas, con resistividades que suelen variar entre 1 y 10^2 ohmios-m. La resistividad de las rocas detríticas y clásticas crece con el tamaño de grano, siendo para las arcillas de 1 a 50 ohmios-m, de 10 a 10^2 para los limos, de 10^2 a 10^3 para las arenas, y de 10^2 a 10^4 para las gravas; todo esto suponiendo que contengan agua dulce. La resistividad de las arenas impregnadas de agua salada es muy inferior a la indicada y puede descender hasta 0,1 ohmios-m.

La resistividad de los yesos es muy variable, siendo de pocos ohmios-m cuando están asociados con margas, como suele ocurrir en el Keuper, pero en otros casos, cuando aparecen en forma más pura y compacta, su resistividad puede superar el millar de ohmios-m (quizá por transformación parcial en anhidrita) lo que sucede a veces en España en algunos tramos del Keuper.

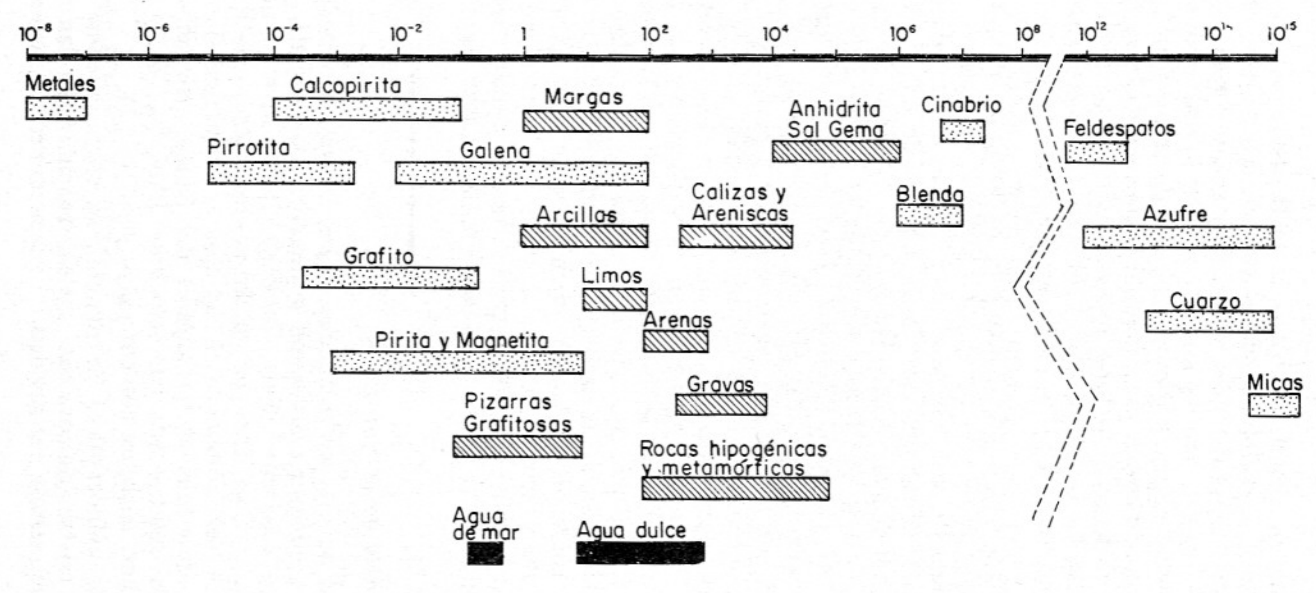


FIG. II-13. Gráfico de los márgenes de variación más comunes en algunas rocas y minerales. La fisuración, impregnación de agua salada, etc., pueden extender estos límites.

La resistividad de los carbones varía entre límites aún más amplios, pues, según Dakhnov, la antracita puede tener menos de 10^{-2} ohmios-m mientras que ciertos tipos de hulla y carbones grasos llegan a alcanzar 10^5 ohmios-m, correspondiendo valores intermedios a otras clases de carbones. La resistividad de estos parece depender de la proporción de sus componentes mineralógicos, y del grado de humedad y de metamorfismo, pero el influjo de estos factores no está suficientemente aclarado y no existe concordancia entre los datos referentes a regiones diversas, ni entre los varios autores que se han ocupado del tema.

En los afloramientos, la capa superficial meteorizada suele presentar menor resistividad que la roca sana, por causa de su mayor porosidad. Esto no ocurre siempre, sino que se observa a veces la llamada *paradoja de los suelos,* según la cual, los suelos de regiones de clima seco o desértico pueden tener menor resistividad que los de zonas de clima muy húmedo, en contra de lo que cabría esperar de la disminución de la resistividad con el contenido en agua. Así, en la mayor parte de España, la zona de alteración de las rocas paleozoicas y graníticas presenta mayor conductividad que las mismas rocas en estado sano, pero en Galicia, de clima muy húmedo, ocurre lo contrario, teniendo la roca alterada resistividad varias veces superior a la sana, siempre que el terreno no esté abonado. La razón de este fenómeno es la siguiente: en zonas de clima muy seco, es frecuente la ascensión de agua hacia la superficie, a través de poros y capilares, con ulterior evaporación y consiguiente aumento del contenido iónico de las capas superficiales. En las regiones húmedas, por el contrario, la intensa circulación de agua en las capas superficiales disuelve y arrastra los iones, con lo que tales capas quedan muy empobrecidas en ellos. De ahí la mucho menor conductividad en el segundo caso respecto del primero en relación con la roca sana.

II.10.8 La anisotropía de las rocas

La resistividad de muchos minerales, y como consecuencia, la de las rocas que éstos constituyen, varían con la dirección considerada, es decir, que estos cuerpos son anisótropos. Entonces, la resistividad no puede expresarse por un escalar, sino por un tensor simétrico ρ_{ij}, lo que exige el conocimiento de seis componentes. La cosa se simplifica si se toman como ejes de coordenadas los principales del tensor, pues entonces la resistividad queda determinada por solo tres datos, ρ_{xx}, ρ_{yy} y ρ_{zz} que, para mayor sencillez, denotaremos por ρ_x, ρ_x y ρ_z.

En el caso de monocristales de mineral, se tomarán como ejes de coordenadas los cristalográficos, que suelen coincidir con las direcciones principales del tensor resistividad. Algunos minerales tienen aniso-

tropía muy fuerte, como ocurre con el grafito, ya mencionado a este respecto, o con el cuarzo, donde la relación entre las resistividades medidas en dos direcciones perpendiculares, es de 200 veces, según datos citados por Parkhomenko.

La anisotropía de las rocas, sin embargo, suele ser débil, siempre que los minerales que las constituyen no muestren orientación sistemática, pues el medio resultante es más o menos isótropo al compensarse los efectos de las diferentes orientaciones de los cristales. Cuando predomina alguna dirección en la posición de los minerales, como suele ocurrir en las rocas metamórficas, el conjunto se comporta como anisótropo. La presencia de direcciones preferentes de fisuración o diaclasamiento es otra causa de anisotropía en las rocas.

En todos estos casos, si se eligen convenientemente los ejes de coordenadas, ocurre que $\rho_x = \rho_y \neq \rho_z$; por lo que el tensor resistividad puede expresarse por sólo dos cantidades. Llamaremos a este tipo de anisotropía, *anisotropía transversal,* y *eje de anisotropía,* al eje z. Se utilizará la notación $\rho_{\shortparallel} = \rho_x = \rho_y$ y $\rho_{\perp} = \rho_z$, denominando a la primera *resistividad longitudinal,* y a la segunda *resistividad transversal.* De estos parámetros se deducen otros dos, el *coeficiente de anisotropía* (o simplemente, *anisotropía*)

$$A = \sqrt{\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\shortparallel}}} \qquad \text{(II,27)}$$

y la *resistividad media*

$$\rho_m = \sqrt{\rho_{\perp}\,\rho_{\shortparallel}} \qquad \text{(II,28)}$$

Siempre ocurre que $\rho_{\perp} > \rho_{\shortparallel}$ por lo que en todos los casos $A > 1$. De las dos ecuaciones anteriores se deducen otras dos:

$$\begin{aligned} \rho_{\shortparallel} &= \rho_m / A \\ \rho_{\perp} &= A\,\rho_m \end{aligned} \qquad \text{(II,29)}$$

La anisotropía de la mayoría de las rocas no suele exceder de $A = 1{,}1$ pero algunas de ellas, por razón de su textura, alcanzan valores notablemente más altos, según se indica en los ejemplos siguientes (KELLER, 1966, PARKHOMENKO, 1967):

Hulla — 1,7
Esquistos — 1,40-2,30
Antracita — 2,0-2,6
Pizarras grafitosas — 2-2,8

La anisotropía aquí considerada tiene su origen en la textura de la roca, y recibe, en Prospección Geoeléctrica, el nombre de *microanisotro-*

pía, con objeto de distinguirla de otra propiedad, la *macroanisotropía.* Se produce ésta en ciertas formaciones sedimentarias, donde alternan repetidamente estratos delgados de diferente resistividad, como ocurre en el Flysch. Entonces, aunque cada estrato individual sea isótropo, el conjunto se comporta como anisótropo.

Si se supone que en cada unidad de espesor del paquete de capas hay una fracción m de resistividad ρ_1 y el resto, de espesor $(1 - m)$ tiene resistividad ρ_2 resulta que

$$\rho_{\perp} = \rho_1 m + \rho_2 (1 - m) = (\rho_1 - \rho_2) m + \rho_2$$

$$\frac{1}{\rho_{\shortparallel}} = \frac{m}{\rho_1} + \frac{1 - m}{\rho_2} = \frac{(\rho_2 - \rho_1) m + \rho_1}{\rho_1 \rho_2} \qquad \text{(II,30)}$$

expresiones que se deducen fácilmente si se tiene en cuenta que para el cálculo de la resistividad transversal las capas han de considerarse como agrupadas en serie, y para la longitudinal como si estuviesen en paralelo. Partiendo de estas fórmula puede calcularse la macro-anisotropía, que será

$$A = \left(1 - \frac{(\rho_1 - \rho_2)^2 (m^2 - m)}{\rho_1 \rho_2}\right)^{1/2} \qquad \text{(II,31)}$$

de cuya expresión se desprende que la macroanisotropía será tanto mayor cuanto más grande sea la relación entre ρ_1 y ρ_2. Suponiendo constantes estas resistividades, y variable m, puede probarse, por derivación de la (II,31) que el coeficiente A es máximo cuando $m = 0{,}5$, es decir, cuando los espesores de ambos componentes son iguales.

Para el caso de más de dos componentes o clases de estratos pueden obtenerse expresiones semejantes a las anteriores.

Los valores del coeficiente de anisotropía, pueden ser mayores en el caso de rocas macro-anisótropas que en el de microanisotropía; Keller cita el caso de una alternancia de arcillas y anhidrita en el NE de Colorado, con valores de A entre 4 y 7,5.

II.10.9 Resistividad y temperatura

El estudio de la variación de la resistividad de las rocas en función de la temperatura debe su interés a dos cuestiones; por una parte, el posible efecto de las temperaturas bajas propias de países de latitud muy elevada, con zonas de congelación permanente, y por otra, las altas temperaturas que reinan en las zonas inferiores de la corteza y parte superior del manto, al alcance de sondeos eléctricos ultraprofundos.

Los estudios realizados sobre muestras de diversas rocas indican que cuando la conductividad se debe al agua contenida en los poros, el descenso de temperatura produce un aumento rápido de la resistividad en las proximidades de 0°C, seguido por un crecimiento más suave a temperaturas aun más bajas, según se indica de modo esquemático en la figura II-14. El aumento producido a la temperatura aproximada del punto de congelación es más fuerte cuando la roca es de grano grueso (curva *a*) que cuando es fino (curva *b*). En general, la resistividad de las rocas con agua aumenta de 10 a 1000 veces al pasar de + 20°C a — 20°C.

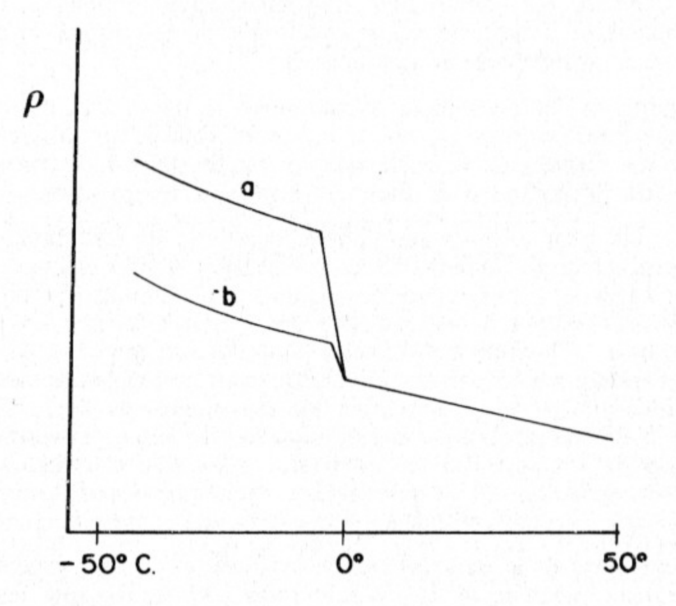


FIG. II-14. Curvas esquemáticas de la resistividad de las rocas en función de la temperatura, en las proximidades del punto de congelación del agua: a) roca de grano grueso, b) roca de grano fino.

Los hechos reseñados se explican del modo siguiente. El hielo es aislante, pues su resistividad es de 10^7 ohmios-m, por lo que se produce un aumento de resistividad cuandó la temperatura desciende por debajo del punto de congelación, que será algo inferior a 0° en razón del contenido en sales del agua. Pero no toda el agua se congela, pues la parte que lo hace, aumenta de volumen, incrementando la presión y la salinidad del agua sin congelar, cuyo punto de congelación desciende por estas causas y este efecto se intensifica conforme van solidificándose nuevas porciones de agua. El resultado de todo esto es que la congelación del agua de los poros va haciéndose gradualmente, lo que explica que el aumento de resistividad se reparta sobre un intervalo de temperaturas relativamente

amplio. Parece que aún a $-60°C$ queda agua sin congelar. La proporción de agua adsorbida también influye, pues estando ésta a mayor presión, su punto de congelación es inferior al normal y este efecto será más intenso en las rocas de grano fino, o que tienen más agua adsorbida.

La congelación del agua en los poros puede producir un aumento notable en el valor del coeficiente de anisotropía de algunos tipos de rocas, a causa de la orientación sistemática de los primeros cristales de hielo formados. Parkhomenko cita este fenómeno en arcillas laminadas y en arcillas con intercalaciones finas de arenas, cuyo coeficiente A crece considerablemente dentro de un intervalo de pocos grados bajo cero, volviendo a su valor normal fuera de él.

Cuando la conductividad de las rocas se debe a la presencia de inclusiones semiconductoras, no se producen cambios notables en su resistividad por debajo de 0°C, ya que la conductividad de los semiconductores varía poco dentro de dicho intervalo de temperaturas.

Para las temperaturas centígradas positivas, la resistividad de las rocas decrece con el aumento de temperatura. Cuando la conductividad de la roca se debe a su contenido en agua, esta disminución de la resistividad tiene su origen en el aumento de la movilidad de los iones con la temperatura. Por encima de cierto valor de ésta puede suponerse que el agua ha desaparecido por evaporación, a menos que la roca esté sometida a presiones muy elevadas, pero estos fenómenos, es decir, el comportamiento eléctrico de las rocas impregnadas de agua por encima de temperaturas de, digamos, 200°C no parece haber sido estudiado. Hasta unos 150°C la variación de la resistividad viene dada por la fórmula (II,9) siempre que la conductividad electrolítica sea la predominante.

El aumento de conductividad de las rocas secas por crecimiento de la temperatura, se debe al de los minerales dieléctricos que las componen, el cual viene dado por la fórmula (II,6) que suele representarse gráficamente en la forma $\log \sigma = f(T^{-1})$ como en la figura II-3. Los diversos tramos rectilíneos del gráfico representan el predominio de otros tantos mecanismos de conducción. La pendiente de estos tramos permite calcular la energía de activación correspondiente a cada uno, pero no está aclarada la naturaleza de los portadores. Parece que a temperaturas relativamente bajas predomina la conducción por impurezas, hasta unos 700°C y por encima de esta temperatura la conducción es de tipo semiconductor o iónico. Según Noritomi, para el olivino la conducción sería iónica por encima de 1100°C. Zakirova supone, basándose en estudios experimentales sobre una numerosa serie de muestras de diferentes rocas y minerales, que entre 700° y 1150°, temperaturas que corresponden a un tramo rectilíneo en las curvas de $\log \sigma = f(T^{-1})$ los portadores serían iones de Na o K.

Estos problemas, como puede verse, requieren investigación más amplia, dado su interés. En los trabajos realizados hasta ahora se da preferencia a las rocas básicas y ultrabásicas, por ser las que se encuentran a grandes profundidades y a temperaturas elevadas.

A temperaturas superiores a las indicadas se produce la fusión de la roca. No existen trabajos sobre la resistividad de las rocas fundidas, salvo las interesantes observaciones realizadas por Keller, Frischknecht y sus colaboradores sobre lava basáltica fundida en la caldera del Kilauea (Hawaii). Los valores medidos (0,2 a 0,3 ohmios-m) eran 10 a 20 veces menores que los que presenta la misma roca a temperaturas inferiores a la de fusión en algunas decenas de grados. *

II.10.10 Resistividad y presión

El estudio de la variación de la resistividad de las rocas en función de la presión tiene doble interés, tanto para la adecuada interpretación de las testificaciones eléctricas de los sondeos realizados en zonas petrolíferas como para el entendimiento de las propiedades eléctricas de las rocas a grandes profundidades.

En el primer caso intervienen rocas sedimentarias y presiones hasta 1000 kg/cm^2. Se ha observado que dichas rocas se vuelven más resistivas con el aumento de presión, y que el crecimiento de la resistividad es rápido al principio, esto es, con presiones pequeñas, y más lento después (fig. II-15). El aumento de resistividad con la presión depende de la cantidad y naturaleza del cemento, y del volumen relativo y forma geométrica de los poros más pequeños o de conexión, ya que éstos, que serán los primeros en cerrarse por efecto de la presión, influyen grandemente en la conducción, por enlazar los poros más grandes. También se han observado fenómenos de histéresis, debidos sin duda a la aparición de deformaciones permanentes en la matriz de la roca.

En cambio, la resistividad de las rocas sedimentarias densas con escaso contenido en agua, así como de las ígneas decrece por aplicación de presiones monoaxiles, con la variación más rápida a presiones de 200-400 kg/cm^2.

En el segundo caso interesa el comportamiento de las rocas ígneas hasta presiones de 40.000 kg/cm^2 o más. Esta presión es la que se atribuye a las rocas situadas a profundidades del orden de 150 km. El iniciador de los estudios sobre las propiedades de los materiales sometidos

---

* Este fenómeno podría aplicarse al estudio de erupciones volcánicas, detectando en profundidad la presencia de materiales fundidos por medio de un dispositivo eléctrico fijo.

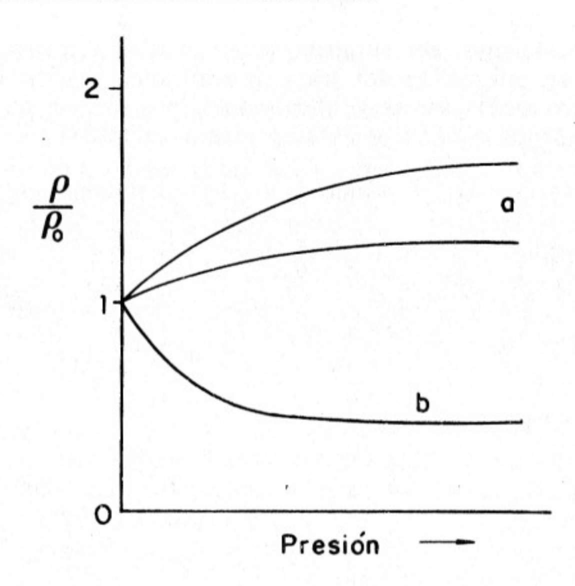


FIG. II-15. Forma general de la variación de la resistividad de las rocas con la presión: a) rocas porosas y húmedas, b) rocas secas de porosidad pequeña.

a presiones muy altas fue el físico norteamericano Percy W. Bridgman. Este investigador estudió, en 1952, la resistividad de 52 elementos a presiones de hasta 100.000 Kg/cm^2.

La variación de la resistividad de las rocas a presiones superiores a 1000 Kg/cm^2 ha sido estudiado por Hugues, Parkhomenko, Bodarenko y otros investigadores. La descripción de los artificios utilizados en las mediciones pueden encontrarse en PARKHOMENKO (1967) junto con la bibliografía pertinente. También son interesantes los artículos de GRIGGS (1954) y WYLLIE (1966), y el más reciente de DVORAK (1973). Se ha observado la existencia de dos tipos de comportamiento, pues la resistividad de algunas rocas decrece monótona y lentamente hasta 40.000 Kg/cm^2, mientras que la de otras decrece hasta una cierta presión, más allá del cual aumenta paulatinamente. En todo caso, el efecto de la presión sobre la resistividad es mucho menor que el de la temperatura, pues la variación mayor observada por Parkhomenko, para presiones hasta 40.000 Kg/cm^2, no excede del 70 %, mientras que el efecto de la temperatura podía llegar a ser de varios órdenes decimales, según se vio en el apartado anterior.

Cuando la medición del efecto de las presiones elevadas se ha efectuado a temperaturas altas, la curva resistividad-presión sufre un desplazamiento, sin variación importante en su forma y pendiente.

II.10.11 Relaciones entre la resistividad y otras propiedades de las rocas

Sería muy interesante poder determinar ciertas características de las rocas (velocidad sísmica, densidad, resistencia mecánica, etc.), en función de su resistividad, ya que ésta puede determinarse por mediciones geoeléctricas de superficie, o por medio de la testificación eléctrica de perforaciones. Según parece, la resistividad crece con la resistencia mecánica, y en rocas arenoso-arcillosas la correlación entre porosidad y densidad implica otra entre la resistividad y la densidad, a través del factor de formación. Sin embargo, estas relaciones no han sido estudiadas a fondo ni, que el autor sepa, aplicadas en la práctica, pero constituyen un interesante tema de investigación.

El sismólogo americano Faust (1953) encontró empíricamente la fórmula

$$V = C\,L^{1/6}\,z^{1/6}$$

donde V es la velocidad, L un "factor litológico" igual numéricamente a la resistividad, y z, la profundidad.

Poco antes, Gassmann (1951) había llegado teóricamente a una fórmula análoga para las rocas compuestas por granos esféricos.

Hutt y Berg (1968) han estudiado teórica y experimentalmente la relación entre la conductividad eléctrica y térmica de areniscas y sedimentos marinos, probando que la conductividad térmica de dichas rocas puede deducirse de la eléctrica, cuando se conoce la conductividad térmica de los constituyentes sólidos.

II.11 LA CONSTANTE DIELECTRICA. DEFINICION Y UNIDADES

Una carga eléctrica Q produce dos efectos; atrae a las cargas próximas, y causa la electrización por influencia de los cuerpos cercanos. El primer fenómeno puede describirse matemáticamente por medio de un campo vectorial **E** que expresa la fuerza con que es atraída en cada punto una carga eléctrica unidad. El segundo fenómeno, también llamado *inducción electrostática,* puede expresarse matemáticamente por otro campo vectorial **D** que debería llamarse "inducción", pero que, por razones históricas, se denomina *desplazamiento.* Colocando una lámina conductora pequeña en un punto P y haciéndola girar hasta que la carga inducida sea máxima, la normal a dicha posición representa la dirección del vector **D** (con sentido desde la cara negativa a la positiva) y la densidad de carga inducida representa su módulo.

Los vectores **D** y **E** están ligados por un operador lineal ε con matriz de nueve componentes que, según puede demostrarse, tiene carácter ten-

sorial, con matriz simétrica, por lo que el número de componentes independientes es de seis como máximo. La relación entre D y E puede escribirse, pues,

$$D_i = \varepsilon_{ij} E_j \qquad \text{(II,32)}$$

con

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$$

En los cuerpos cristalizados en el sistema triclínico, las seis componentes del tensor son independientes entre sí, pero éstas se reducen a cuatro en el sistema monoclínico:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & \varepsilon_{31} \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ \varepsilon_{31} & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}$$

En los demás sistemas cristalinos, el tensor se reduce a su diagonal principal. En los sistemas mono-áxicos (trigònal, tetragonal, hexagonal) dos de los componentes son iguales entre sí. En el sistema cúbico (cuerpos isótropos) las tres componentes son iguales, por lo que el tensor se reduce a un escalar.

Las dimensiones de **D** y **E**, son, respectivamente,

$$[\mathbf{D}] = L^{-2}\, T\, I$$
$$[\mathbf{E}] = L\, M\, T^{-3}\, I^{-1}$$

por lo que se tendrá (II,32)

$$[\varepsilon] = L^{-3}\, M^{-1}\, T^{4}\, I^{2} = \frac{L^{-2}\, M^{-1}\, T^{4}\, I^{2}}{L}$$

donde las dimensiones del numerador son las de una capacidad. Por esta causa la unidad de ε en el sistema MKSA recibe el nombre de Faradio/metro. En cuanto a la magnitud ε recibe los nombres de *permitividad* y de *constante dieléctrica.*

En el vacío, la permitividad vale

$$\varepsilon_0 = (36\,\pi \times 10^9)^{-1} \text{ Farad/m} = 8{,}854 \text{ pF/m}$$

Para todos los cuerpos conocidos hasta ahora, su permitividad es superior a la del vacío. En muchas obras la constante dieléctrica se expresa por medio del factor adimensional K, tal que $K = \varepsilon/\varepsilon_0$. K representa, pues, la permitividad del cuerpo comparada con la del vacío, por lo que se llama *permitividad relativa.*

La medición experimental de la constante dieléctrica consiste fundamentalmente en determinar la capacidad C_1, de un condensador cuyo dieléctrico es el material considerado, y compararlo con la capacidad C_0 del mismo condensador con el aire como dieléctrico (en rigor debería ser el vacío). Entonces la constante dieléctrica ε_1 del material problema se deduce por medio de la proporcionalidad

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} = \frac{C_1}{C_0}$$

No entraremos en la descripción de los circuitos empleados en tales mediciones ni en sus detalles prácticos. A este respecto pueden consultarse los trabajos de COLLET y KATSUBE (1973), KATSUBE y COLLET (1973), y KHALAFALLA y MAEGLEY (1973), así como otros artículos, incluidos, como los anteriores, en el número de *Geophysics* de febrero de 1973.

II.12 POLARIZACION Y POLARIZABILIDAD

El desplazamiento **D** es independiente de la naturaleza del medio: no así el campo **E** que resulta menor en los medios materiales que en el vacío. En los primeros es

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \qquad \text{(II,33)}$$

donde **P** es la *polarización* del medio, equivalente al momento eléctrico correspondiente a la unidad de volumen, y homogénea con **D**. La unidad **P** será, pues, el culombio/m^2.

Se tiene, por lo tanto,

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \qquad \text{(II,34)}$$

donde ε es la permitividad del medio considerado. Entonces

$$\mathbf{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 \right) \mathbf{E} \qquad \text{(II,35)}$$

Se llama *susceptibilidad eléctrica* a

$$\chi_e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 \qquad \text{(II,36)}$$

que, como se ve, carece de dimensiones.

Se deduce de las expresiones anteriores que

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$$

La susceptibilidad χ_e es un tensor de características análogas al ε y que, con él, se reduce a un escalar en los cuerpos isótropos.

La aplicación de un campo exterior **E** sobre un cuerpo origina en éste uno o varios tipos de polarización: *interfacial,* producida por la acumulación de cargas en las superficies límites o de separación entre materias diferentes; *electrónica,* debida al desplazamiento de los electrones de cada átomo con respecto a su núcleo; *iónica,* originada por desplazamiento de los iones respecto de su posición de equilibrio en la red cristalina; *dipolar,* producida por la orientación de las moléculas, cuando éstas poseen momento eléctrico permanente, y pueden considerarse como dipolos (*cuerpos paraeléctricos*).

Se llama *polarizabilidad* de un átomo o molécula el momento eléctrico γ inducido por un campo unidad, de modo que en general

$$\mathbf{M}_e = \gamma\, \mathbf{E}^l \qquad \text{(II,37)}$$

donde $\mathbf{M}_e$ es el momento inducido en el átomo o molécula por el campo E. Se incluye el superíndice l para indicar que el campo que debe tenerse en cuenta es el que reina localmente en la partícula. La unidad de polarizabilidad en el SI será, pues, el culombio $\times$ m^2/voltio. Algunos autores miden la polarizabilidad en cm^3, unidad que parece impropia, pero es la que corresponde al sistema cegesimal electrostático.

La polarización de un cuerpo vale

$$\mathbf{M}_e = \Sigma\, N_i\, \gamma_i\, \mathbf{E}_i^l \qquad \text{(II,38)}$$

donde N_i es el número de átomos del tipo i por unidad de volumen, γ_i su polarizabilidad y $\mathbf{E}_i^l$ el campo local correspondiente.

Existen diversas fórmulas (Clausius-Mosotti, Burniston Brown, Lorentz-Lorenz, Debye, etc.), para el cálculo de la constante dieléctrica de los cuerpos para diversos tipos de polarización, y que no es el caso detallar aquí. Cuando la polarización es puramente electrónica se cumple la ley de Maxwell

$$\varepsilon = \varepsilon_0\, n^2 \qquad \text{(II,39)}$$

donde ε_0 es la constante dieléctrica del vacío, ε la del cuerpo considerado, y n su índice de refracción óptica. El grado de exactitud con que se cumple esta fórmula para cada sustancia es una medida del predominio en ella de la polarización electrónica.

La polarización de los átomos o moléculas no es instantánea, sino que requiere un tiempo finito, aunque muy breve (10^{-13} a 10^{-12} segs para la polarización iónica). Si el campo aplicado es alterno y de frecuencia

muy alta, puede ocurrir que la polarización se retrase respecto de la variación del campo, e incluso que no llegue a producirse. El resultado de esto es que la polarizabilidad, y con ella la constante dieléctrica, disminuyen cuando crece la frecuencia, según se indica esquemáticamente en la figura II-16, donde se señala el orden en que al aumentar la frecuencia van desapareciendo los diferentes tipos de polarización.

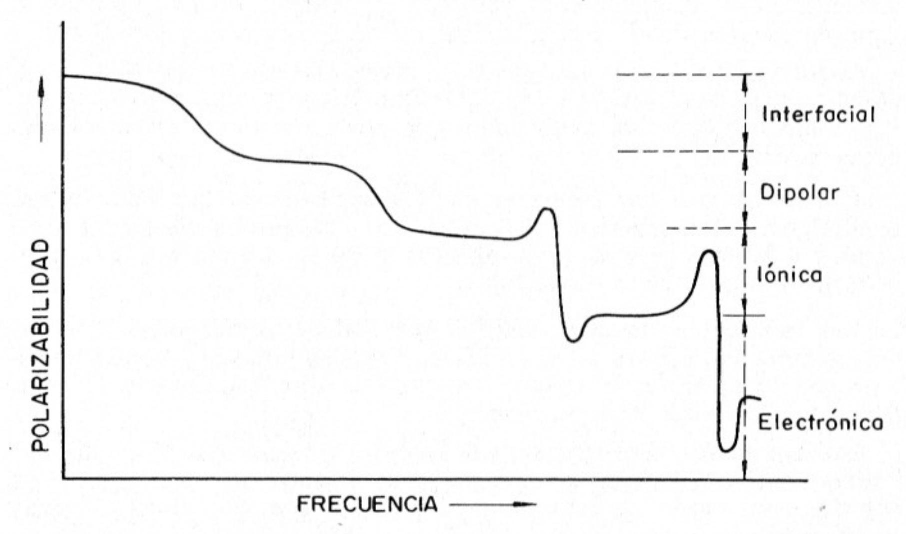


FIG. II-16. Variación de la polarizabilidad con la frecuencia y tipos de polarización.

II.13 CONSTANTE DIELECTRICA DE LOS MINERALES

La constante dieléctrica de los minerales varía dentro de un margen mucho más reducido que el de la resistividad, pues su amplitud no llega a dos órdenes decimales. Los valores medidos hasta ahora están comprendidos entre 25 y 1.500 pF/m correspondiendo al rutilo el último valor.

En general, la constante dieléctrica de los minerales depende de la polarizabilidad individual de sus átomos, o sea de su composición química, y también de su densidad y estructura cristalográfica. El efecto de la densidad se explica porque al aumentar ésta, crece el número de átomos por unidad de volumen, que aparece en la ecuación (II,38).

En los minerales formados por un solo elemento, se cumple casi exclusivamente la ley de Maxwell, de donde se deduce que su polarización

es exclusivamente electrónica. La constante dieléctrica de estos minerales aumenta con la densidad.

Los sulfuros, según Parkhomenko, pueden dividirse en dos grupos, según que el valor de su permitividad sea igual o mayor que 180 pF/m o esté comprendido entre los límites (aproximados) de 50 y 70 pF/m. En los segundos predomina la polarización electrónica. Figuran en este grupo, entre otros, el cinabrio, la blenda, y el rejalgar. En los primeros se incluyen sulfuros conductores, como la pirita, la galena y la pirrotita.

Los compuestos de cobre, plata y plomo tienen permitividad muy grande; sus sulfuros tienen $\varepsilon > 700$ pF/m. Algunos compuestos de hierro, como la magnetita, la ilmenita y la pirita presentan permitividades comprendidas entre 300 y 700 pF/m.

Los compuestos que contienen oxígeno suelen tener también constante dieléctrica alta, superior a 200 pF/m. Los valores más elevados corresponden a los compuestos de manganeso y titanio, siendo máximos para el rutilo y la perovskita ($CaTiO_3$).

Los carbonatos, sulfatos, fosfatos y wolframatos tienen permitividades comprendidas entre 50 y 70 pF/m. En ellas influyen otros mecanismos que la polarización electrónica, dada la discrepancia con el valor deducido del índice de refracción.

Las constantes dieléctricas de los silicatos varían entre los mismos límites de 50 y 70 pF/m con excepción de algunos compuestos de Fe y Mg. La polarización de estos minerales es electrónica e iónica, y quizá de otros tipos.

Los datos disponibles hasta ahora sobre las constantes dieléctricas de los minerales son escasos e incompletos. Los valores observados están influidos por la presencia de impurezas, y en mayor grado por la humedad. La anisotropía no parece ser grande, ya que entre los valores recopilados por Parkhomenko, la mayor diferencia entre los valores de ε para ejes cristalográficos diversos, no supera el 30 % (barita).

II.14 CONSTANTE DIELECTRICA DE LAS ROCAS

La constante dieléctrica de las rocas es función de la de sus componentes, de la proporción de éstos, y de su modo de agruparse. Si alguno de sus componentes presenta conductividad apreciable, en los límites de sus granos aparecen polarizaciones interfaciales. La presencia de agua, por la elevada permitividad de ésta (721 pF/m) influye también notablemente. Hasta ahora no se ha encontrado ninguna fórmula que permita calcular ε en función de las variables mencionadas. Cuando las compo-

nentes son dos, de permitividades respectivas ε_1 y ε_2, y ocupan respectivamente las fracciones V y $(1 - V)$ del volumen total, la ε del conjunto viene dada aproximadamente por

$$\log \varepsilon = V_1 \log \varepsilon_1 + (1 - V_1) \log \varepsilon_2$$

siempre que no exista conductividad apreciable.

La falta de fórmulas teóricas presta mayor interés a las determinaciones experimentales de la permitividad de las rocas. La siguiente lista incluye una selección de valores representativos, para frecuencias bajas, que deben tomarse como ejemplos orientativos, y no como valores fijos.

Arenisca: 50 pF/m
Caliza, mármol: 75-90 pF/m
Arcillas: 100 pF/m
Dolomías: 100 pF/m
Granito: 15 pF/m
Diabasa, gabro, basalto: 100-130 pF/m
Talco-esquisto: 280 pF/m

La menor permitividad de las rocas sedimentarias silíceas frente a las carbonatadas se debe al menor valor de la del cuarzo respecto de la calcita y de la dolomita. En cuanto a las rocas ígneas, la ε es más grande en las rocas básicas que en las ácidas, debido a la mayor permitividad de los elementos oscuros. Cuando existe orientación preferente en los granos se observa anisotropía.

II.15 EFECTO DE LA HUMEDAD

La constante dieléctrica de las rocas húmedas es mayor, e incluso notablemente mayor, que cuando están secas, por causa de la elevada ε del agua (721 pF/m). Cuando el contenido en agua es muy pequeño, la relación entre éste y la ε de la roca es lineal y para mayores contenidos, la constante dieléctrica tiende a un valor límite, obteniéndose en conjunto una curva de forma parabólica. Sin embargo, Tarkhov ha encontrado para rocas sedimentarias muy porosas, y contenidos en agua inferiores al 1 %, la relación

$$\varepsilon' = \varepsilon w^n$$

donde ε' es la constante dieléctrica para un contenido en agua w, ε el valor correspondiente a la roca seca, y n un exponente próximo a 0,3.

Si el agua, como suele ocurrir, tiene salinidad apreciable, el efecto será mayor, puesto que la permitividad de un electrolito binario viene dada por la fórmula de Falkenhagen

$$\varepsilon = 721 + 33{,}5 \sqrt{c}\ \mathrm{pF/m}$$

donde ε es la constante dieléctrica del electrolito, y c la concentración de éste en moles por litro.

Algunos autores afirman que la permitividad relativa de las rocas no pasa de 15 unidades, lo que equivale a 133 pF/m. Otros, por el contrario, como Parkhomenko o Fuller, encuentran para las rocas húmedas valores de K de 100 y hasta de 10.000. KATSUBE y COLLET (1973) sugieren que estos valores se deben a la técnica experimental, y demuestran que aplicando las debidas correcciones (por el micro-huelgo entre muestra y electrodo, por falta de paralelismo entre las caras de la muestra, etc.) se obtienen valores concordantes con las cifras dadas al principio de este párrafo.

II.16 INFLUJO DE DIVERSAS VARIABLES

El valor de la constante dieléctrica de las rocas y minerales puede depender de la presión y temperatura a que se haga la medición, así como de la frecuencia de la corriente empleada.

En general, a mayor presión corresponde mayor permitividad, puesto que al aumentar la presión crece el número N de átomos por unidad de volumen que aparece en la fórmula (II,38). Las mediciones realizadas sobre diversas rocas indican que ε crece rápidamente con la aplicación de presiones pequeñas, pero, al seguir aumentando la presión, los incrementos de ε son cada vez más reducidos, de modo que la curva tiene aspecto parabólico. El valor a presiones altas no suele exceder del doble del valor observado a presión normal. Los resultados son análogos tanto para presión monoaxil como triaxil.

Podría ocurrir que algunos, si no todos los aumentos de la constante dieléctrica observados para presiones pequeñas no fuesen reales, sino debidos a la mejora del contacto de los electrodos con la muestra por efecto de la presión.

La temperatura influye poco en la constante dieléctrica. El efecto principal se debe a la disminución del número de átomos o moléculas por unidad de volumen producida por el aumento de temperatura. Esta, sin embargo, puede disminuir el tiempo de relajación, con lo que aumenta la constante dieléctrica, salvo a temperaturas muy altas. Otra causa que puede producir aumento de la constante dieléctrica es el incremento

en la conductividad debido a la elevación de temperatura. Las mediciones efectuadas sobre algunos minerales demuestran que sus constantes dieléctricas no varían apreciablemente con la temperatura, dentro de un margen de varios centenares de grados. La ε del cuarzo, sin embargo, comienza a crecer rápidamente a partir de una cierta temperatura, tanto más alta cuanto mayor sea la frecuencia de la corriente empleada en la medición. Este fenómeno se debe a la presencia de impurezas, lo que ha podido demostrarse probando que el aumento de ε desaparece después de un "lavado" eléctrico de la muestra, sometiéndola a un intenso campo eléctrico para extraer los iones. Análogos aumentos se han observado en otros minerales, probablemente debidos también a la presencia de impurezas.

El carbón y la pirolusita se comportan anómalamente, con un máximo en la ε para una cierta temperatura, que es de 100°C para el primero y de 40°C para la segunda.

En cuanto a las rocas, los resultados obtenidos son semejantes a los indicados para los minerales. El comportamiento de la serpentinita es anormal, pues su constante dieléctrica aumenta extraordinariamente por calentamiento a 700° y no vuelve a su valor inicial al ser enfriada hasta la temperatura ambiente.

El tercer parámetro que hay que tener en cuenta es la frecuencia de la corriente. La variación de ε con la frecuencia, o dispersión, es muy pequeña para las rocas secas. En cambio, cuando las rocas contienen agua, los valores obtenidos para ε disminuyen paulatinamente con el aumento de la frecuencia. A los valores de ε dados en el apartado II,14 para frecuencias bajas y diferentes rocas corresponden, según Keller, para 10 MHz, otros valores comprendidos entre 40 y 75 pF/m, es decir, que también resulta menor el margen de variación entre rocas distintas.

SAINT-AMANT y STRANGWAY (1970) han estudiado la variación de la permitividad en función de la temperatura en diversas rocas en muestra y en polvo, con resultados análogos a los dichos.

II.17 ANGULO DE PERDIDAS

Cuando se aplica a un dieléctrico un campo de frecuencia alta, la reorientación de las moléculas polares o la relajación de las cargas desplazadas no puede seguir en fase la variación del campo, y se produce un retraso entre este y la polarización. Este desfase es causa de una absorción de energía por parte del dieléctrico.

Para dar cuenta de estos fenómenos se utiliza la constante dieléctrica compleja

$$\varepsilon = \varepsilon_1 - i\,\varepsilon_2 \qquad \text{(II,40)}$$

así como el llamado *ángulo de pérdidas* δ siendo

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \qquad \text{(II,41)}$$

y cuyo nombre alude a que dicha tangente es proporcional a la absorción de energía por el dieléctrico.

Parkhomenko da gran importancia a la medición de tg δ en las rocas y minerales, pero los datos que ha podido recopilar son insuficientes para el establecimiento de leyes generales.

Los minerales estudiados (mica, talco, yeso, caolín, plagioclasas, ortoclasas y otros silicatos de aluminio) presentan uno o dos máximos en su tg δ, tanto en función de la temperatura como de la frecuencia. Por lo general, la frecuencia a que se produce el máximo crece al aumentar la temperatura. Parece que en estos máximos influyen el agua de cristalización, la humedad, y la presencia de impurezas y defectos estructurales. En el caolín, una vez eliminado el agua, desaparece el máximo. En la moscovita exenta de impurezas, tg δ crece gradualmente con la temperatura. Fuera de los máximos, el valor de tg δ varía desde 2×10^{-4} para el yeso, hasta 0,13 para el albita.

Los datos existentes sobre el ángulo de pérdidas en las rocas son también poco abundantes. Para las rocas sedimentarias, Parkhomenko cita los trabajos de Chelidze, sobre areniscas, calizas, pizarras, arenas y arcillas en los que se tomaron precauciones especiales para atenuar el efecto de los electrodos. La tg δ de la mayoría de las rocas así estudiadas presentaba un máximo para frecuencias de 10 a 100 kHz mientras que otras, en número menor, lo tenían para frecuencias inferiores a 1 kHz. Otras determinaciones indican que tg δ suele aumentar con la temperatura en las rocas sedimentarias, lo que puede explicarse, al menos en gran parte, por el aumento de la conductividad.

Este aumento con la temperatura se observa también en las rocas ígneas y metamórficas. En las rocas de esta clase, originarias de la península de Kola y estudiadas por Bodarenko, se observó un decrecimiento general de tg δ con la frecuencia, así como un aumento con la temperatura. Algunas rocas básicas y ultrabásicas mostraron valores prácticamente constantes de dicha magnitud para frecuencias desde 100 kHz hasta 10 MHz y probablemente más altas. Los valores de tg δ para frecuencias bajas son relativamente elevados, del orden de 0,1 y más.

El comportamiento de la tg δ del carbón en función de la temperatura es anómalo, pues presenta un máximo y un mínimo, respectivamente a 100° y 300° más o menos.

Saint Amant y Strangway (1970) confirman el crecimiento del ángulo de pérdidas con la temperatura para diversas rocas, así como la tendencia a un valor asintótico al aumentar la frecuencia.

II.18 PERMEABILIDAD Y SUSCEPTIBILIDAD MAGNETICAS

Si se hace actuar un campo magnético de *poder imanador* **H** sobre un cuerpo cualquiera, éste se imana, en general débilmente. El cuerpo por lo tanto, adquiere un *momento magnético* **m**, y si el volumen del cuerpo es V y el momento está distribuido uniformemente, a cada unidad de volumen corresponderá un momento **M** tal que

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}}{V} \tag{II,42}$$

La magnitud **M** recibe el nombre de *imanación* y es proporcional al poder imanador **H**, por lo que puede escribirse

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} \tag{II,43}$$

La magnitud χ que depende de la naturaleza del cuerpo considerado se denomina *susceptibilidad magnética*. En los medios isótropos es un escalar, y en los anisótropos, un tensor simétrico, por lo que se tiene

$$M_i = \chi_{ij} H_j \tag{II,44}$$

En general, χ es constante para cada cuerpo, pero en los ferromagnéticos es función de **H**.

En el Sistema Internacional de unidades (S.I.) se emplean en electromagnetismo las mismas que en el sistema MKSA o Giorgi (racionalizado); por consiguiente, el poder imanador **H** se mide en A/m (amperio/metro) y lo mismo ocurrirá con la imanación **M**. Por lo tanto, la susceptibilidad es un número puro, o sea, carente de dimensiones. (Véase el apartado siguiente.)

La imanación **M** se suma al poder imanador **H** de modo que si en el vacío se cumple que

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \tag{II,45}$$

en el interior del cuerpo considerado será

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0 (\mathbf{H} + \chi \mathbf{H}) = \mu_0 (1 + \chi) \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}$$

o sea que

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi) \tag{II,46}$$

ecuación que expresa la permeabilidad magnética μ de un cuerpo en función de su susceptibilidad y de la permeabilidad magnética del vacío que, como es sabido, vale $4\pi \times 10^{-7}$ H/m (Henrio/metro).

Todos los cuerpos pueden clasificarse en lo que respecta a su comportamiento magnético, como *diamagnéticos* ($\chi < 0$) *paramagnéticos* ($\chi > 0$, pero pequeño) y *ferromagnéticos* ($\chi > 0$ y grande). Dentro de estos últimos existen dos subdivisiones muy importantes, que corresponden a los cuerpos *anti-ferromagnéticos,* y a los *ferrimagnéticos,* aunque también pueden considerarse estos como pertenecientes a tipos independientes de magnetismo.

II.19 DIGRESION SOBRE UNIDADES

Se ha dicho en el apartado anterior que la susceptibilidad magnética carece de dimensiones, afirmación que puede encontrarse en cualquier tratado de Electromagnetismo. De esta carencia de dimensiones se deduce que el valor de la susceptibilidad magnética es independiente del sistema de unidades que se emplee, sea este el cegesimal, el Giorgi o cualquier otro, si bien puede verse afectado por los criterios de "racionalización" en un factor 4π.

Sin embargo, si el lector consulta alguna publicación donde se mencionen susceptibilidades de rocas o minerales, o que tengan relación con el Paleomagnetismo, encontrará casi siempre que los valores correspondientes se dan en "unidades electromagnéticas por centímetro cúbico" (que en inglés suele escribirse abreviadamente "e.m.u./cc.") o bien en "unidades cegesimales" ("c.g.s. unit."), equivalentes a las anteriores. Esto produce notable perplejidad, pues está en aparente contradicción con las dimensiones nulas de la susceptibilidad, y lleva además a preguntarse cuál será la unidad e.m. a que se alude de modo tan impreciso. Cuestión secundaria es el porqué se escribe "c.c." en vez de cm^3 según la costumbre en Física.

El autor desconoce con exactitud las causas históricas que hayan podido llevar al empleo de tales denominaciones, carentes de justificación científica, a menos que se opine, con R. GREEN (1968), que "ciertos investigadores, inseguros acerca de la magnitud física concreta que están considerando, ocultan su confusión expresando sus datos como «tantas unidades c.g.s.»", opinión que parece muy fuerte. No obstante, puede probarse que la misteriosa "Unidad electromagnética" no es otra que el centímetro cúbico, por extraño que pueda parecer la atribución de carácter electromagnético al volumen, o que se den datos en cm^3/cm^3. (ORELLANA, 1969.)

Para llegar a dicho resultado bastaría tener en cuenta que, careciendo de dimensiones la susceptibilidad, habrán de ser iguales el numerador y el denominador de la expresión simbólica "e.m.u./c.c."; pero conviene considerar más detalladamente el proceso por el que parece haberse llegado a tan extraño modo de expresarse.

Es lícito considerar, en un cuerpo imanado, el momento magnético que corresponde a cada unidad de volumen o a cada unidad de masa; si se pretende expresar del mismo modo la susceptibilidad, resultarán las expresiones

$$\chi_v = \frac{\mathbf{m}/\mathbf{H}}{V}; \qquad \chi_m = \frac{\mathbf{m}/\mathbf{H}}{m}$$

que son denominadas por algunos autores "susceptibilidad de volumen" y "susceptibilidad de masa" respectivamente. Téngase en cuenta que en la segunda de ellas m es la masa del cuerpo y no el módulo del *momento* $\mathbf{m}$. Ahora bien, la presunta "susceptibilidad de volumen" no es otra que la susceptibilidad definida por la (II,43), ya que utilizando la (II,42) resulta

$$\chi = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{H}} = \frac{\mathbf{m}/V}{\mathbf{H}} = \frac{\mathbf{m}/\mathbf{H}}{V} \tag{II,47}$$

Por consiguiente la magnitud $\mathbf{m}/\mathbf{H}$ es la que se mide en la anónima "unidad electromagnética" de los autores cegesimales. No es difícil determinar sus dimensiones, para lo que se procederá desde las ecuaciones básicas, y según la ideología "cegesimal"

La fuerza $\mathbf{F}$ entre dos polos magnéticos p_1, p_2 viene dada por

$$\mathbf{F} = \mu \frac{p_1 p_2}{r^3} \mathbf{r} \tag{II,48}$$

que corresponde a la forma no racionalizada, usual en el llamado "sistema de unidades electromagnético cegesimal". En éste se toma $\mu = 1$, lo que es permisible, y además se supone que μ carece de dimensiones (cosa inadmisible y que equivale en realidad a tomar μ como cuarta magnitud fundamental) por lo que resulta

$$[p^2] = [\mathbf{F}]\,[L^2]$$

y en consecuencia

$$[p] = L^{3/2}\, M^{1/2}\, T^{-1}$$

y por lo tanto, las dimensiones del momento magnético $\mathbf{m}$ en el citado sistema serán

$$[\mathbf{m}] = [p \cdot L] = L^{5/2}\, M^{1/2}\, T^{-1}$$

Para determinar las dimensiones de **H**, basta considerar que

$$\mathbf{F} = p\,\mathbf{H}$$

ya que en el sistema electromagnético **H** y **B** se tomán como dimensionalmente equivalentes, y por lo tanto,

$$[\mathbf{H}] = \frac{L\,M\,T^{-2}}{L^{3/2}\,M^{1/2}\,T^{-1}} = L^{-1/2}\,M^{1/2}\,T^{-1}$$

de donde resulta que

$$\left[\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{H}}\right] = \frac{L^{5/2}\,M^{1/2}\,T^{-1}}{L^{-1/2}\,M^{1/2}\,T^{-1}} = L^{3}$$

lo que prueba el resultado anunciado más arriba de que la anónima unidad electromagnética que se trata de identificar no es otra que el cm^3. Queda, pues, probado que cuando se habla de "u.e.m./c.c." se habla en realidad de cm^3/cm^3 *.

Inconvenientes como éste se derivan del empleo del confuso e híbrido sistema de unidades denominado "electromagnético cegesimal o "sistema de Gauss". Ya en 1941 se escribía (STRATTON, 1941) que "the sooner the old favorite is discarded, the sooner will an end be made to a wholly unneccesary source of confusion". Veintitrés años después indicaba Julio Palacios que "la desdichada adopción del sistema de Gauss ha tenido fatales consecuencias para la Física teórica" (PALACIOS, 1964). Hora es, pues, de relegar definitivamente al olvido sistema tan defectuoso.**

Pero la cuestión de la susceptibilidad magnética no termina aquí, pues su valor numérico, si bien no depende de las unidades fundamentales del sistema empleado, varía según se adopte o no el criterio de racionalización de Heaviside. En el primer caso se tiene que

$$\mu = \mu_0\,(1 + \chi)$$

mientras que en el segundo se define

$$\mu = \mu_0\,(1 + 4\pi\,\chi')$$

---

* Actualmente, la revista "Geophysical Prospecting" rechaza la referida unidad: "The expression e.m.u./cm^3 though common in the literature is considered to be unaceptable, because it is illogical" [HELBIG (1974), *Geoph. Prosp.*, 22, pp. 203-210.]

** La EAEG (European Association of Exploration Geophysicists) recomienda el empleo del Sistema Internacional. (Véase KOEFOED, 1967).)

donde se escribe χ' para distinguir la susceptibilidad no racionalizada. Como la relación μ/μ_0 es un cociente de magnitudes homogéneas y es por eso independiente de las unidades empleadas, se deduce de las dos igualdades anteriores que

$$\chi = 4\pi \chi' \qquad \text{(II,49)}$$

Este hecho es importante, y para evitar confusiones sería necesario que al dar valores numéricos de susceptibilidades magnéticas se indicase si éstos están o no racionalizados, en vez de hacer alusión a "unidades electromagnéticas" que no son tales. Ordinariamente los seguidores del sistema electromagnético cegesimal no racionalizan, por lo que las indicaciones "e.m.u./c.c." o "unidades cegesimales" pueden interpretarse como si significaran "valores sin racionalizar", aunque esta conclusión no es totalmente segura, porque también en el sistema de Gauss cabe la racionalización, y en algunos casos se ha aplicado.

En la presente obra se utilizan exclusivamente valores racionalizados, los cuales se deducen, simplemente, multiplicando por 4π los no racionalizados.

II.20 CUERPOS DIAMAGNETICOS

La polarizabilidad magnética de los cuerpos diamagnéticos tiene su origen en los electrones de la corteza de los átomos que los constituyen. En efecto, cada uno de estos electrones, al recorrer su órbita alrededor del núcleo describe una espira diminuta que, al estar sometida a la acción de un campo magnético exterior, se comporta como un giróscopo (precesión de Larmor).

Esta precesión produce un campo magnético adicional, de sentido opuesto al del campo exterior, o sea que se induce en el cuerpo un momento magnético negativo. La susceptibilidad de los cuerpos diamagnéticos es, pues, negativa, y según puede demostrarse, vale

$$\chi = -\frac{1}{6} \mu_0 \frac{Ne^2}{m} \Sigma \bar{r}_i^2 \qquad \text{(II,50)}$$

donde μ_0 es la permeabilidad del vacío, N el número de átomos por unidad de volumen, e y m la carga y la masa del electrón y $\bar{r}_i$ el radio medio de la órbita de cada electrón cortical.

El fenómeno aludido se produce en todos los cuerpos, aunque sólo algunas sustancias se manifiestan como diamagnéticas, ya que en los restantes intervienen otras causas productoras de momentos magnéticos que se oponen y superan a los debidos al diamagnetismo, dando lugar a susceptibilidades positivas.

Entre las sustancias diamagnéticas figuran algunos minerales y rocas, como el cuarzo, la calcita y el grafito, el mármol, la fluorita, la sal gema y la silvinita. La mayor susceptibilidad negativa corresponde al grafito (-100×10^{-6}) y para los demás minerales y rocas diamagnéticas suele estar comprendida entre -9×10^{-6} y -25×10^{-6}. En virtud de la ecuación (II,46) la permeabilidad magnética de estas sustancias diferirá muy poco, todo lo más una cienmilésima, de la correspondiente al vacío, por lo que puede atribuírselas este último valor sin error apreciable.

II.21 CUERPOS PARAMAGNETICOS

Son paramagnéticas aquellas sustancias cuyos átomos o moléculas poseen, por sí mismos, momento magnético, aun en ausencia de campo exterior, pero en los que la interacción magnética entre los momentos de átomos contiguos es débil. Tales momentos magnéticos se deben a que los espines de ciertos electrones no están compensados, bien por estar éstos en número impar, bien por su pertenencia a ciertas capas incompletas de la corteza atómica. En presencia de un campo exterior, estos momentos, normalmente orientados al azar, toman la dirección de dicho campo.

La susceptibilidad magnética de los cuerpos paramagnéticos es pequeña y positiva; a causa de la agitación térmica, varía en razón inversa de la temperatura absoluta (Ley de Curie-Weiss).

Entre los minerales paramagnéticos figuran el olivino, la augita, la biotita, la serpentina, la flogopita, el anfibol, y el piroxeno, con susceptibilidades comprendidas generalmente entre $2{,}5 \times 10^{-5}$ y $3{,}5 \times 10^{-1}$ (valores racionalizados).

Sin embargo, parece que no hay rocas que, en conjunto, puedan considerarse como paramagnéticas, porque aunque algunas presentan susceptibilidad débil y positiva, se cree que ello es debido a la presencia de pequeñas cantidades de minerales ferrimagnéticos o antiferromagnéticos.

II.22 FERROMAGNETISMO

Los cuerpos ferromagnéticos se diferencian de los paramagnéticos en que la interacción magnética entre átomos próximos es intensa, lo que hace que en el interior de estos cuerpos se formen *dominios* microscópicos (del orden de una décima de micra) dentro de cada uno de los cuales, todos los momentos magnéticos apuntan en la misma dirección. La existencia de tales dominios se explica porque reduce al mínimo la energía libre del cuerpo. Si se aplica un campo magnético exterior, los

dominios cuyas imanaciones coinciden con la dirección de aquél, se agrandan, por desplazamiento de sus paredes, a costa de los demás.

La susceptibilidad magnética de los cuerpos ferromagnéticos es elevadísima, y puede alcanzar el valor 10.000. Los cuerpos ferromagnéticos, como es sabido, presentan importantes fenómenos de saturación y de histéresis. El ferromagnetismo desaparece por encima de una cierta temperatura, diferente para cada sustancia, denominada *punto de Curie,* comportándose entonces la sustancia como paramagnética.

Los típicos cuerpos ferromagnéticos son del hierro, el níquel, y el cobalto, amén de algunas aleaciones especiales, pero salvo el hierro nativo, muy poco abundante, no existen minerales, ni por lo tanto, rocas, que puedan considerarse como ferromagnéticas en sentido estricto.

II.23 ANTIFERROMAGNETISMO

El antiferromagnetismo es un caso particular del ferromagnetismo, en el que los iones de la red cristalina forman dos subredes, cada una de las cuales, considerada por separado, se comportaría ferromagnéticamente, pero en conjunto se anulan, porque sus momentos magnéticos son iguales y opuestos (fig. II-17). La realidad de este estado de cosas fue comprobada por Shull y sus colaboradores, empleando la difracción de neutrones.

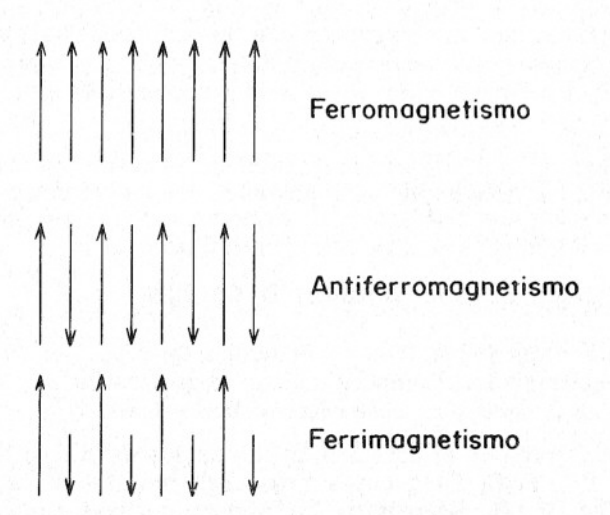


FIG. II-17. Espines de los cuerpos ferromagnéticos, antiferromagnéticos y ferrimagnéticos, a temperaturas inferiores al punto de Curie.

La susceptibilidad de estos cuerpos es positiva, y aumenta con la temperatura, hasta que ésta toma cierto valor, denominado *punto de Neel* (y también de Curie y punto λ) a partir de la cual decrece según la ley

$$\chi = \frac{C}{T + \theta} \tag{II,51}$$

donde C y θ son constantes para cada sustancia. El punto de Neel representa la temperatura a la que la agitación térmica destruye el orden antiferromagnético; por encima de ella, el cuerpo se comporta como paramagnético, de acuerdo con la fórmula anterior. Por debajo de aquélla, existe una imanación máxima o de saturación, como en los ferromagnéticos propiamente dichos.

Los minerales antiferromagnéticos más importantes son la ilmenita y la hematites α, cuyas propiedades magnéticas serán consideradas más abajo (apartado II,25).

II.24 CUERPOS FERRIMAGNETICOS O FERRITAS

Los cuerpos ferrimagnéticos o ferritas son análogos a los antiferromagnéticos, con la diferencia de que en los primeros los momentos magnéticos, o espines de átomos contiguos, aunque opuestos, no son iguales (fig. II-17) por lo que su comportamiento es muy semejante al de las sustancias ferromagnéticas, con susceptibilidad positiva y elevada, pero que varía con la temperatura de modo más complejo que en los casos anteriores.

Los minerales que por su comportamiento suelen denominarse "magnéticos", como la magnetita y la pirrotita, son en realidad ferritas.

II.25 MINERALES DE SUSCEPTIBILIDAD GRANDE

Existe un pequeño número de minerales que, por su elevada susceptibilidad, determinan el comportamiento magnético de las rocas que los contienen. Tales minerales pertenecen a dos grupos.

El primer grupo es el constituido por óxidos de hierro pertenecientes al sistema FeO-Fe_2O_3-TiO_2, cuyas relaciones mutuas se expresan en el diagrama (fig. II-18). Además de los minerales cuyas composiciones corresponden a puntos situados en los vértices o lados del triángulo, existen otros constituidos por soluciones sólidas de los primeros.

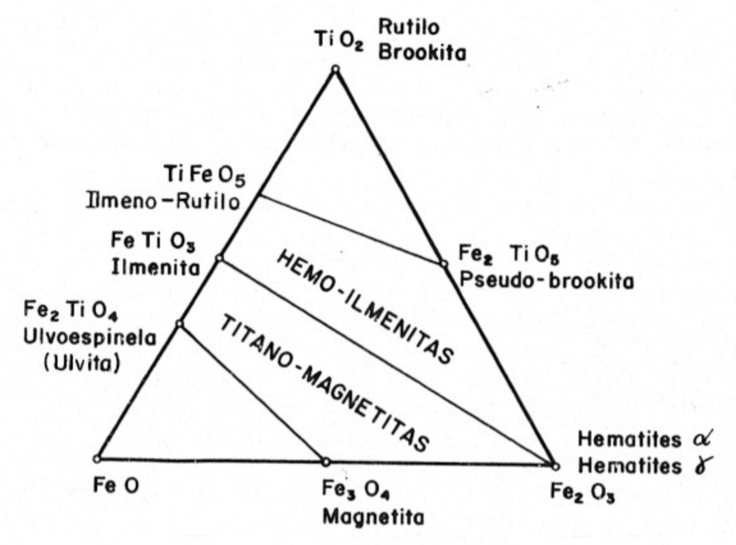


FIG. II-18. Diagrama del sistema $FeO—Fe_2O_3—TiO_2$.

La *ilmenita* ($FeTiO_3$) es romboédrica y antiferromagnética, con un ligero desequilibrio en la compensación de espines. Su punto de Neel es de —218°C según algunos autores, o de 100-150°C según otros. Su imanación de saturación vale $\mathbf{M}_s = 9 \times 10^3$ A/m.

La *hematites* α (Fe_2O_3) es también romboédrica y antiferromagnética, con su punto de Neel a 675°C. $\chi = 1{,}3 \times 10^{-3}$. $\mathbf{M}_s = 9 \times 10^3$ A/m.

Aunque tanto la ilmenita como la hematites α sean débilmente magnéticas, las soluciones sólidas entre ambos componentes, que se encuentran en el diagrama en el segmento que une los puntos representativos de dichos minerales, se comportan para ciertas composiciones, como intensamente ferromagnéticas, aunque no son posibles todas las composiciones intermedias.

Otra serie tiene por extremos la magnetita y la ulvoespinela.

La *magnetita* (Fe_3O_4) posee estructura de espinela inversa, y es una ferrita con su punto de Curie a 585°C. Su susceptibilidad oscila entre 5 y 35. $\mathbf{M}_s = 4{,}7 \times 10^5$ A/m.

Estos valores, como se ve, son muy superiores a los de cualquier otro mineral.

La *ulvo-espinela* o *ulvita* (Fe_2TiO_4), semejante por su estructura a la magnetita, y que no siempre es reconocida como mineral independiente, es débilmente ferrimagnética, y forma con la magnetita el extremo de una

serie continua de soluciones sólidas con propiedades magnéticas intermedias, tanto más intensas cuanto mayor sea la proporción de magnetita.

Una tercera serie de soluciones sólidas tiene por términos extremos la magnetita, ya mencionada, y la hematites γ (lado inferior del diagrama).

La *hematites* γ o *maghemita*, (Fe_2O_3) difiere de la α en que la primera tiene la misma estructura de espinela inversa que la magnetita, con la vacante exigida por la diferencia de composición. Este mineral es inestable por encima de los 275 °C, transformándose en hematites α pero, según parece, la presencia de impurezas lo estabiliza, y entonces su punto de Curie es de 675 °C aproximadamente. Es ferrimagnética, y su imanación de saturación es algo inferior a la de la magnetita. Las soluciones sólidas magnetita-maghemita pueden tener cualquier composición.

El segundo grupo de minerales ferromagnéticos es el de los sulfuros de hierro, cuya fórmula general es FeS_{1+x}. Cuando $x = 0$, se trata del mineral *troilita* (FeS) del sistema hexagonal, antiferromagnético, con punto de Curie a unos 600°C. Los minerales con $0 < x < 1{,}0$ son las *pirrotitas,* que se caracterizan por presentar vacantes en los lugares donde debería haber átomos de Fe; cuando $x < 0{,}08$ el mineral es antiferromagnético, pero si $0{,}08 < x < 0{,}94$ es ferrimagnético, con punto de Curie entre 300 y 325 °C y susceptibilidad del orden de 0,3 e imanación de saturación del tipo de 3×10^5 A/m pero los valores de estas magnitudes dependen de la composición exacta del mineral. Para $x = 1$, el mineral es la *pirita* (FeS_2), paramagnético y de estructura cúbica.

II.26 SUSCEPTIBILIDAD Y PERMEABILIDAD MAGNETICAS DE LAS ROCAS

Resulta de lo dicho en los apartados anteriores, que siendo casi siempre muy pequeña la susceptibilidad de los minerales, lo será también la de las rocas, a menos que éstas contengan alguna cantidad de minerales ferrimagnéticos, en especial magnetita. En ausencia de estos minerales, la susceptibilidad de las rocas puede considerarse que varía entre los límites de -10^{-4} y $+7 \times 10^{-4}$. Por consiguiente, su permeabilidad magnética μ no discrepa del valor $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m correspondiente al vacío, sino a partir de la cuarta cifra significativa.

Se ha intentado establecer una fórmula para determinar la susceptibilidad de las rocas en función de su contenido en magnetita. Así, WERNER (1945) obtuvo empíricamente la fórmula

$$\chi_v = \frac{4\pi \chi}{1 + N \chi (1 - V^{1/6})} \qquad \text{(II,52)}$$

donde χ es la susceptibilidad de la magnetita o mineral "magnético", V la fracción de volumen que éste ocupa en la roca, N el factor de desimanación de los granos de mineral (que depende de la forma de éstos) y χ_v la susceptibilidad de la roca. La fórmula anterior aparece modificada para operar con susceptibilidades racionalizadas.

Otros investigadores, también empíricamente, han establecido fórmulas del tipo

$$\chi = a \times 10^{-2} V^{b}$$

donde para rocas precámbricas de Minnesota (MOONEY y BLEIFUSS, 1953) $a = 3{,}63$ y $b = 1{,}01$; para una serie de rocas de Adirondack (BASLEY y BUDDINGTON, 1958), $a = 3{,}27$ y $b = 1{,}33$; y para menas de hierro de Minnesota (BATH, 1962), $a = 1{,}46$ y $b = 1{,}39$. Los coeficientes originales se han adaptado aquí a las susceptibilidades racionalizadas.

Las fórmulas anteriores tienen el inconveniente de que su validez es puramente local, por lo que no pueden aplicarse sin riesgo a otras rocas o regiones.

De los trabajos de los investigadores citados y de otros, resulta que la susceptibilidad de las rocas básicas, que son las más ricas en elementos ferrimagnéticos no suele exceder de 5×10^{-2}. En resumen, puede afirmarse que la permeabilidad de las rocas puede tomarse, sin grave error, como igual a la μ_0 del vacío, salvo en los casos en que las rocas contengan apreciable cantidad de magnetita, caso en el cual su permeabilidad puede ser notablemente superior a μ_0 (en el caso de magnetita pura unas seis veces y aún más).

II.27 OTRAS CUESTIONES

El magnetismo de las rocas es cuestión muy complicada, y abarca problemas como la remanencia, paleomagnetismo, las imanaciones viscosa, termoremanente, etc., que, aun siendo enorme interés, exceden del marco del presente libro, dada que (hasta ahora) no tienen relación directa con la Prospección Geoeléctrica. Tampoco se describen aquí los instrumentos y artificios empleados para la medición de la susceptibilidad de las rocas. Sobre estas cuestiones, remitimos a los trabajos citados más arriba, así como a la clásica obra de NAGATA (1961) y a los varios artículos sobre el tema incluidos en el segundo volumen de la obra MINING GEOPHYSICS (1967) editada por la S.E.G.

Capítulo **III**

CONCEPTOS Y DISPOSITIVOS FUNDAMENTALES EN LA PROSPECCION ELECTRICA POR CORRIENTE CONTINUA

III.1 INTRODUCCION

Las corrientes eléctricas que interesan en la prospección no recorren conductores lineales (hilos y cables) como en las instalaciones y aparatos eléctricos usuales, sino que se mueven en medio tridimensional, por lo que hay que estudiar las leyes físicas a que obedecen estas corrientes.

Para hacer el problema más fácilmente abordable desde el punto de vista matemático, habremos de estilizar las condiciones reales, suponiendo que el subsuelo se compone de varias zonas, dentro de cada una de las cuales la resistividad es constante, separadas entre sí por superficies límite perfectamente planas. A pesar de esta simplificación, el problema es matemáticamente muy difícil, y sólo ha sido resuelto en casos relativamente sencillos.

Comenzaremos por estudiar el caso más simple, en el que el subsuelo se supone constituido por un semiespacio homogéneo.

III.2 ECUACIONES GENERALES

Consideremos un subsuelo compuesto por un semiespacio de resistividad ρ (fig. III-1). El otro semiespacio, de resistividad infinita, representará la atmósfera. Para establecer un campo eléctrico, será preciso disponer de un generador de corriente, por ejemplo una batería de pilas, y conectarla, por medio de cables, a dos electrodos *A* y *B*, que pueden

materializarse mediante sendas barrenas metálicas parcialmente clavadas en el suelo. Como el tamaño de éstas es pequeño relativamente, podremos considerar que los electrodos se reducen a puntos situados en el suelo. La corriente, de intensidad I_A penetrará por A en el subsuelo, y después de recorrerlo, saldrá por B con intensidad I_B volviendo a la pila para cerrar el circuito. Es evidente que

$$I_A + I_B = 0$$

si el régimen es estacionario.

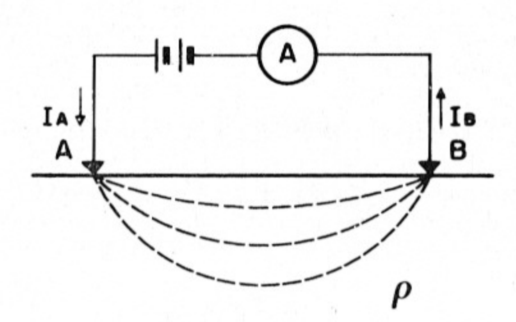


FIG. III-1. Aplicación de corriente eléctrica al terreno.

Para establecer las leyes del fenómeno considerado, partiremos de las ecuaciones de Maxwell

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{aligned} \qquad \text{(III,1)}$$

donde, por tratarse de un campo estacionario, habrán de anularse las derivadas temporales, y tendremos

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \qquad \text{(III,2)}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \qquad \text{(III,3)}$$

Dejemos por ahora la ecuación (III,3) de la que nos ocuparemos más adelante, y consideremos la (III,2). Esta nos dice que el campo eléctrico **E** es conservativo o irrotacional, por lo que deriva de un potencial escalar U. Es decir que

$$\mathbf{E} = -\nabla U \qquad \text{(III,4)}$$

donde se incluye el signo menos de acuerdo con la convención comúnmente aceptada.

Por otra parte, habrá de cumplirse la ley de Ohm, en su forma diferencial para medios isótropos

$$\mathbf{J} = \sigma\, \mathbf{E} \tag{III,5}$$

la cual nos dice que la densidad de corriente **J** en un punto, tiene la misma dirección y sentido que el campo **E** en el mismo punto, y es proporcional a él. El factor de proporcionalidad es la conductividad σ inversa de la resistividad ρ. *

En todos los puntos se cumplirá la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

que se reduce a

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \tag{III,6}$$

en todos los puntos, excepto en los electrodos.

Combinando esta ecuación con las anteriores, tendremos que

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \nabla \cdot (\sigma \mathbf{E}) = 0 \tag{III,7}$$

* La ecuación (III,5) se deduce fácilmente de la conocida fórmula aplicable a un conductor cilíndrico homogéneo de resistencia R, longitud l y sección s,

$$R = \rho\, l/s$$

Por otra parte,

$$R = \frac{V}{I} = \frac{E\,l}{I} = \frac{E\,l}{s\,J}$$

y entonces

$$\frac{\mathbf{E}\,l}{s\,\mathbf{J}} = \rho\,\frac{l}{s}$$

de donde

$$\mathbf{J} = \frac{\mathbf{E}}{\rho} = \sigma\,\mathbf{E}$$

Todo ello suponiendo que el conductor es lo suficientemente pequeño para que **J** y **E** se puedan suponer constantes dentro de él.

Esta ecuación es la más general de la prospección eléctrica. Desarrollándola,

$$\nabla \cdot (\sigma \mathbf{E}) = \sigma \nabla \cdot \mathbf{E} + \mathbf{E} \cdot \nabla \sigma =$$
$$= - \sigma \nabla \cdot \nabla U + \mathbf{E} \cdot \nabla \sigma = - \sigma \nabla^2 U + \mathbf{E} \cdot \nabla \sigma = 0$$

Dentro de cada zona de conductividad uniforme será $\nabla \sigma = 0$, y por lo tanto,

$$\nabla^2 U = 0 \qquad \text{(III,8)}$$

que es la ecuación de Laplace, la cual será válida en todo el semiespacio conductor, pero no en los electrodos, ni en las superficies de discontinuidad de la resistividad, que aparecen en otros casos.

Si trazamos alrededor del electrodo A y dentro del semiespacio inferior una superficie semiesférica, en cualquier punto de ella, por razón de simetría, la densidad de corriente $\mathbf{J}$ tendrá el mismo valor, y estará dirigida radialmente (fig. III-2). La integral de $\mathbf{J}$ sobre la superficie semiesférica será igual a I por lo que si el radio es r se tendrá

$$2\pi r^2 J = I$$

y por lo tanto,

$$J = \sigma E = \frac{I}{2\pi r^2}$$

de donde

$$|\mathbf{E}| = \frac{I}{\sigma \, 2\pi r^2} = \frac{I \rho}{2\pi r^2} \qquad \text{(III.9)}$$

o sea que el campo $\mathbf{E}$ de un electrodo puntual es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r.

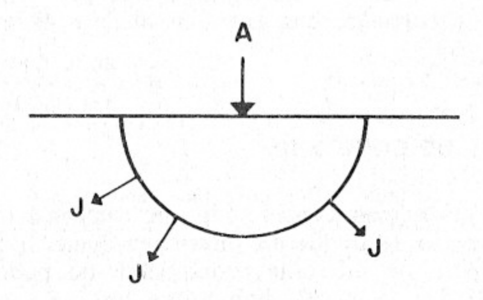


FIG. III-2. Vectores densidad de corriente en semiespacio homogéneo, con electrodo puntual en la superficie límite.

La diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera M y N vendrá dada, según se deduce de la (III,4), por

$$U_N^M = -\int_N^M \mathbf{E} \cdot d\,l \qquad \text{(III,10)}$$

donde el camino de integración es indiferente, pues como hemos visto, el campo es conservativo. Entonces, si son r_1 y r_2 las distancias respectivas de los puntos M y N al electrodo A, tendremos

$$U_N^M = \frac{I\rho}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \qquad \text{(III,11)}$$

Si en vez de considerar diferencias de potencial, queremos considerar potenciales absolutos, habrá que atribuir a un punto determinado el potencial cero. Por convenio universal se toma como origen de potenciales un punto situado a distancia infinita del manantial, por lo que hallaremos el potencial absoluto en el punto M calculando el límite de la (III,11) para $r_2 \to \infty$ que es

$$U_M = \frac{I\rho}{2\pi} \; \frac{1}{r_1} \qquad \text{(III,12)}$$

donde la primera fracción recibe el nombre de *emisividad*. Como el potencial es magnitud aditiva, si son varios los manantiales, habrá que sumar algebraicamente los potenciales respectivos, de modo que

$$U = \frac{\rho}{2\pi} \Sigma \frac{I_i}{r_i} \qquad \text{(III,13)}$$

donde r_i es la distancia del manantial de índice i al punto considerado, e I_i la intensidad de corriente que entra o sale por él, con su signo correspondiente.

III.3 CONDICIONES DE CONTORNO

Hasta ahora sólo hemos considerado un semiespacio homogéneo e isótropo. Si el subsuelo se divide en diferentes zonas o medios homogéneas e isótropas, pero de diferente resistividad, no podemos utilizar la sencilla fórmula (III,13), sino que habrá que buscar una integral de la ecuación de Laplace que satisfaga las condiciones de contorno. Veamos cómo se plantean éstas.

En primer lugar, *el potencial es continuo,* es decir, no experimenta ningún cambio brusco al pasar de un medio a otro. En efecto, la diferencia de potencial entre dos puntos M y N situados a un lado y otro de la superficie de separación de dos medios de diferente resistividad vendrá dada por la (III,10) en la que al tender la distancia MN a cero, U_N^M también tenderá a cero, ya que E habrá de estar acotada.

Sin embargo, las líneas equipotenciales y las de corriente sufren refracción al pasar de un medio a otro.

Consideremos en la superficie límite un cilindro corto, con sus bases paralelas a dicha superficie, y situadas una en cada medio (fig. III-3). Si el área de cada base es pequeña y la altura tiende a cero, como el flujo total de corriente a través del cilindro habrá de anularse, ocurrirá que

$$J'_{\perp} = J''_{\perp} \tag{III,14}$$

es decir, que habrá continuidad en las componentes normales de la densidad de corriente. Teniendo en cuenta la (III,5) resulta

$$\sigma_1 \mathrm{E}'_{\perp} = \sigma_2 E''_{\perp} \qquad \text{(III,14 bis)}$$

o sea que hay discontinuidad en las componentes normales del campo.

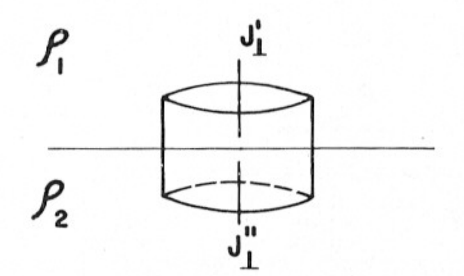


FIG. III-3. Determinación de las condiciones de contorno para la densidad de corriente, en la interfaz de dos medios de resistividad diferente.

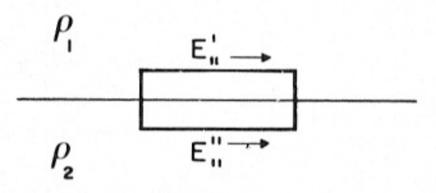


FIG. III-4. Determinación de las condiciones de contorno para el campo eléctrico.

Para ver lo que ocurre con las componentes tangenciales, bastará considerar un rectángulo de altura muy pequeña, y cuyas bases sean paralelas a la superficie de separación, a uno y otro lado de la misma (fig. III-4). La integral

$$\int \mathbf{E} \cdot dl$$

a lo largo de este rectángulo habrá de ser nula, en virtud de la (III,2) y del teorema de Stokes. Si la altura tiende a cero, sólo contribuirán a la integral las bases, por lo que

$$E'_{\parallel} = E''_{\parallel} \tag{III,15}$$

expresión que indica que las componentes tangenciales del campo son continuas. Aplicando la (III,5) resulta

$$\frac{J'_{\parallel}}{\sigma_1} = \frac{J''_{\parallel}}{\sigma_2} \tag{III,16}$$

que indica que las componentes tangenciales de la densidad de corriente son discontinuas.

Junto al suelo no existe componente normal de la corriente, dada la continuidad de esta componente y que la atmósfera no es conductora. Sólo existirán componentes tangenciales de la corriente y del campo, y *las equipotenciales llegarán perpendiculares al suelo* dado que el campo es el gradiente del potencial.

Tanto las líneas de corriente como las equipotenciales sufren refracción al pasar de un medio a otro.

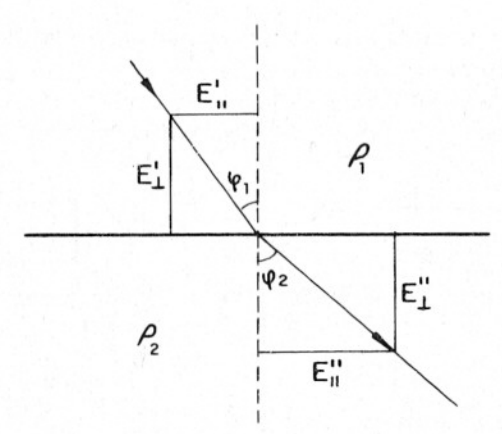


FIG. III-5. Refracción de las líneas de corriente en una interfaz.

De la figura III-5 se deduce que

$$\text{tg}\,\varphi_1 = \frac{E'_{\parallel}}{E'_{\perp}} \quad ; \quad \text{tg}\,\varphi_2 = \frac{E''_{\parallel}}{E''_{\perp}}$$

y por lo tanto

$$\frac{\operatorname{tg}\varphi_1}{\operatorname{tg}\varphi_2} = \frac{E'_{||}}{E''_{||}}\,\frac{E''_{\perp}}{E'_{\perp}} = \frac{E''_{\perp}}{E'_{\perp}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

según las (III,15) y (III,5).

La ley de refracción de las líneas de campo y de corriente, en medios isótropos será, pues,

$$\rho_1 \operatorname{tg}\varphi_1 = \rho_2 \operatorname{tg}\varphi_2 \qquad \text{(III,17)}$$

En cuanto a las líneas equipotenciales, por ser ortogonales a las de campo cumplirán la ley de refracción

$$\rho_1 \operatorname{ctg}\varphi_1 = \rho_2 \operatorname{ctg}\varphi_2 \qquad \text{(III,18)}$$

III.4 RESISTIVIDAD APARENTE

Vamos a definir ahora un concepto de importancia fundamental en la prospección eléctrica, que es el de resistividad aparente. Consideremos en primer lugar un subsuelo homogéneo de resistividad ρ en cuya superficie colocaremos un dispositivo electródico AMN (fig. III-6). El

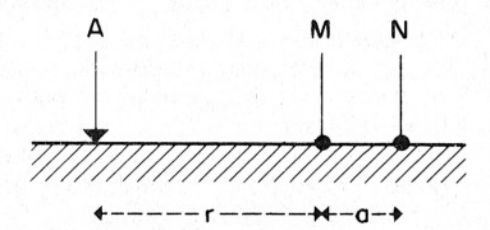


FIG. III-6. Para la definición de resistividad aparente.

electrodo A está conectado a un generador y el campo eléctrico que produce se estudia por medio de los electrodos M y N que están conectados a un voltímetro que mide la diferencia de potencial que aparece entre ellos. Los tres electrodos están alineados. El electrodo B, que cierra el circuito de A se supone lo suficientemente alejado de los demás para que no influya en las observaciones (electrodo en el "infinito"). Entonces si, $AM = r$ y $MN = a$, según la (III,11) tendremos

$$\Delta V = U_N^M = \frac{\rho I}{2\pi}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+a}\right) = \frac{\rho I}{2\pi}\,\frac{a}{r(r+a)} \qquad \text{(III,19)}$$

Despejando la ρ resulta

$$\rho = 2\pi \frac{r(r+a)}{a} \frac{\Delta V}{I} \qquad \text{(III,20)}$$

Esta fórmula puede utilizarse para calcular la resistividad ρ de un subsuelo homogéneo, si se miden las magnitudes que aparecen en el segundo miembro.

Llegados a este punto, cabe preguntarse qué ocurrirá si el subsuelo no es homogéneo, sino por ejemplo, como el representado en la figura III-7. Si efectuamos las mediciones pertinentes y llevamos los datos obtenidos a la fórmula (III,20) resultará una resistividad ficticia ρ_a que en general no será igual a la ρ_1 que corresponde a la zona del electrodo *A*, ni a la ρ_2 que se halla bajo los *M* y *N*, sino que dependerá de ρ_1, ρ_2, ρ_3 y de las distancias *r* y *a*. Esta resistividad tampoco puede considerarse como promedio ni como media ponderada de las tres resistividades presentes, pues puede ocurrir que sea mayor o menor que todas ellas. Esta resistividad ficticia ρ_a que se obtiene aplicando a los datos obtenidos sobre un medio heterogéneo la expresión correspondiente a medio homogéneo, es la *resistividad aparente*. Esta es la variable experimental que expresa los resultados de las mediciones en la mayoría de los métodos geoeléctricos y la que se toma como base para la interpretación. Las dimensiones de la resistividad aparente, en virtud de su definición, son las mismas que para la resistividad, y su unidad será también el ohmio-metro (Ω-m).

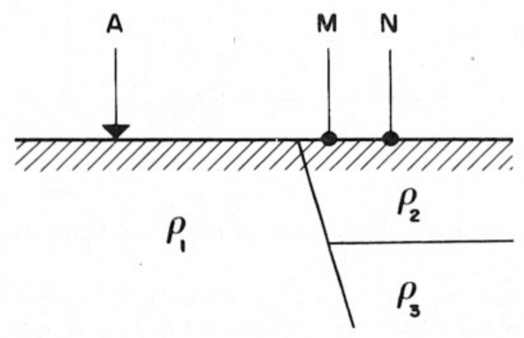


FIG. III-7. Ejemplo de subsuelo heterogéneo.

III.5 LA RESISTIVIDAD APARENTE CONSIDERADA COMO ANOMALIA

En muchos métodos de prospección (magnético, gravimétrico, etc.), el campo observado se compara con el campo teórico o "normal" corres-

pondiente a medio homogéneo, y la interpretación se basa en el estudio de las discrepancias entre uno y otro, a las que se da el nombre de *anomalías*. Cabe preguntarse si no podría hacerse lo mismo con la distribución de potenciales y campos eléctricos y si la anomalía así obtenida no sería más expresiva de las características del subsuelo que la resistividad aparente. El modo más simple para expresar esta anomalía sería obtener la relación entre el ΔV observado sobre el medio heterogéneo en cuestión para determinada posición de los electrodos, y el $\Delta V'$ que se observaría en las mismas condiciones sobre medio homogéneo de resistividad unidad. De la (III,19) se deduce, poniendo ρ_a en vez de ρ en el caso de medio heterogéneo,

$$\Delta V = \frac{\rho_a I}{2\pi} \frac{a}{(r + a)\, r}$$

$$\Delta V' = \frac{I}{2\pi} \frac{a}{(r + a)\, r}$$

y como tanto las distancias entre electrodos como la intensidad han de ser iguales, se obtiene para la anomalía A,

$$A = \frac{\Delta V}{\Delta V'} = \rho_a$$

interesante resultado que indica que la anomalía es igual a la resistividad aparente. Esta puede considerarse, pues, tanto como resistividad de un medio homogéneo que, en igualdad de las demás condiciones, produciría entre los electrodos M y N una diferencia de potencial igual a la observada, como perturbación producida en el potencial normal por causa de la heterogeneidad del subsuelo.

Si el subsuelo es un medio estratificado, esto es, compuesto de capas homogéneas paralelas a la superficie, podríamos tomar como potencial de referencia el correspondiente a un medio homogéneo, cuya resistividad en vez de ser la unidad, fuese igual a la resistividad de la primera o más superficial de las capas. Entonces, la medida de la perturbación del potencial producida por la inhomogeneidad del subsuelo diferirá de la resistividad aparente en un factor constante. Esta magnitud

$$\rho' = \frac{\rho_a}{\rho_1}$$

ha sido denominada "resistividad aparente reducida" por los geofísicos de la escuela Schlumberger, y se utiliza mucho, aunque sin darle nombre especial, en el cálculo de curvas teóricas o maestras.

III.6 DISPOSITIVOS ELECTRODICOS. RECIPROCIDAD

Un conjunto de electrodos como el representado en las figuras III-6 y III-7 o similar, recibe el nombre de *dispositivo electródico.* En general, consta de cuatro electrodos; dos de ellos A y B (en las figuras mencionadas el electrodo B se supone situado a gran distancia) por los que la corriente entra y sale, y los otros dos M y N entre los cuales se mide la diferencia de potencial creada por los A y B. Estos han de ir unidos, por medio de cables aislados, a un generador eléctrico provisto de un amperímetro. Los M y N, análogamente, van unidos a un instrumento (milivoltímetro, potenciómetro, etc.) capaz de medir la diferencia de potencial entre ellos. Tenemos así dos circuitos independientes. El primero recibe los nombres de *circuito de corriente* (autores anglo-sajones), *de emisión* (autores franceses) o *de alimentación* (autores soviéticos). El segundo, respectivamente, los *de circuito de potencial, de recepción* y *de medición.*

El conjunto de los cuatro electrodos se denomina a veces *cuadripolo* o *tetrapolo.* En principio, los cuatro electrodos pueden adoptar cualquier disposición geométrica sobre el plano que representa la superficie del terreno. Estas disposiciones geométricas se denominan *dispositivos* o *configuraciones,* y muchas de ellas reciben nombres especiales, según iremos viendo en el curso de esta obra. En ella se usará preferentemente el término dispositivo.

En cualquier dispositivo, si conocemos las distancias mutuas entre los electrodos y medimos la intensidad I que pasa por los electrodos A y B y la diferencia de potencial ΔV que, como consecuencia, aparece entre M y N, podremos calcular la resistividad aparente ρ_a mediante una fórmula del tipo

$$\rho_a = K \frac{\Delta V}{I} \qquad \text{(III,21)}$$

donde K es un coeficiente que depende únicamente de la geometría del dispositivo electródico, y cuyas dimensiones, según se deduce fácilmente, son las de una longitud.

Si el medio es homogéneo, la fórmula (III,21) nos dará su resistividad verdadera.

En el caso más general, en que los cuatro electrodos están dispuestos de modo cualquiera sobre una superficie plana, se tendrá, según la (III,13)

$$\Delta V = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right)$$

y por lo tanto

$$\rho_a = 2\pi \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right)^{-1} \frac{\Delta V}{I} \qquad \text{(III,22)}$$

donde hemos puesto ρ_a en vez de ρ en virtud de la definición de resistividad aparente.

En este caso el coeficiente de dispositivo es

$$K = 2\pi \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right)^{-1} \qquad \text{(III,23)}$$

En los circuitos eléctricos usuales, compuestos por redes, se cumple el llamado Principio de Reciprocidad, que dice que en cualquier red compuesta por elementos lineales (es decir, de impedancias independientes de la intensidad que las atraviesa) si la aplicación de una d.d.p. ΔV entre dos terminales determinados produce una corriente I en cierta rama del circuito, entonces la aplicación de la misma ΔV en los extremos de esta rama hace circular la misma intensidad I entre los dos primeros terminales.

En los medios continuos, que son los que intervienen en Prospección, también se cumple el Principio de Reciprocidad *. Así, si en la expresión (III,22) se truecan entre sí los electrodos A y M, por una parte, y los B y N por otra, vuelve a obtenerse la misma ecuación, según es fácil comprobar. Quiere esto decir, que si los electrodos de corriente intercambian sus posiciones con los de potencial, todo permanece igual y el coeficiente de dispositivo permanece invariable.

No obstante, aunque el Principio de Reciprocidad es útil para consideraciones teóricas, por ejemplo para comparar dispositivos diferentes, etc., no es factible en la práctica el colocar los electrodos M y N tan separados como suelen estar los A y B, pues al ser grande la distancia entre los primeros, junto con el potencial estudiado, penetrarían las corrientes telúricas, parásitos industriales, etc., cuyo efecto aumenta proporcionalmente con la distancia entre M y N.

III.7 DISPOSITIVOS ELECTRODICOS LINEALES

Son muy empleados los dispositivos en que los cuatro electrodos $AMNB$ se encuentran, por este orden, sobre una misma recta. Si además, los cuatro electrodos se disponen simétricamente respecto de un centro 0, tendremos un *dispositivo simétrico* (fig. III-8).

---

* Sobre la comprobación experimental de este principio en las mediciones geoeléctricas, véase HABBERJAM (1967).

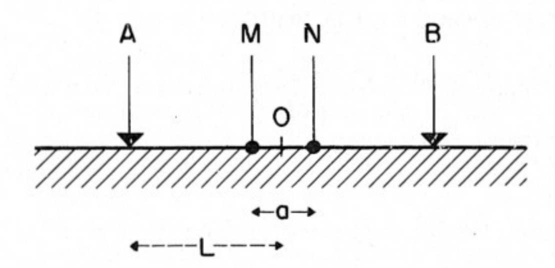


FIG. III-8. Dispositivo electródico lineal y simétrico.

El coeficiente de dispositivo correspondiente puede calcularse por medio de la (III,23) pero quizá sea más sencillo deducirla de la (III,20) teniendo en cuenta que la adición del electrodo B duplica el potencial, dada la posición simétrica de este respecto de A y su signo opuesto. Por lo tanto, el coeficiente de dispositivo habrá de ser la mitad que en la (III,20), puesto que ρ no ha variado. Tendremos, pues,

$$\rho = \pi \frac{r(r + a)}{a} \frac{\Delta V}{I} \qquad \text{(III,24)}$$

Si las distancias entre electrodos contiguos son iguales, $AM = MN = NB$ o sea $r = a$ resulta el dispositivo llamado de *Wenner*, muy usado en los países anglosajones. Sustituyendo en la (III,24) se obtiene

$$\rho_a = 2\pi\, a \frac{\Delta V}{I} \qquad \text{(III,25)}$$

El coeficiente del dispositivo Wenner es, pues, $K = 2\pi\, a$.

Si llamamos L a la distancia $OA = OB$ la expresión (III,24) tomará la forma

$$\rho_a = \pi \left(L^2 - \frac{a^2}{4} \right) \frac{\Delta V}{Ia} \qquad \text{(III,26)}$$

que es la fórmula general para dispositivos lineales simétricos

El más eficaz y usado de estos dispositivos es el de *Schlumberger.* Se trata en realidad de un *dispositivo límite* que, aunque irrealizable prácticamente de modo riguroso, presenta grandes ventajas teóricas, y puede llevarse a la práctica con suficiente aproximación. La idea de Schlumberger es hacer que la distancia a que separa los electrodos M y N tienda a cero. El segundo miembro de la ecuación (III,26) no tiende

sin embargo, a infinito, pues ΔV decrece al mismo tiempo que a. Tendremos, pues,

$$\rho_a = \lim_{a\to 0} \pi \left(L^2 - \frac{a^2}{4} \right) \frac{\Delta V}{aI} = \pi L^2 \frac{1}{I} \lim_{a\to 0} \frac{\Delta V}{a} = \pi L^2 \frac{E}{I} \quad \text{(III,27)}$$

ya que el límite de $\Delta V/a$ cuando a tiende a cero, es el gradiente del potencial, o sea el campo.

La idea de Schlumberger consiste, pues, en utilizar una distancia $MN = a$ muy corta, de tal modo que pueda tomarse como válida la ecuación (III,27). Los desarrollos teóricos se establecen suponiendo que lo que medimos realmente es el campo **E**, el cual en la práctica, se toma igual a $\Delta V/a$. Es decir que, si bien en la teoría matemática se emplea la fórmula (III,27) en las observaciones de campo la que se puede utilizar realmente, aparte de la (III,26) es

$$\rho_a = \pi L^2 \frac{\Delta V}{Ia} \quad \text{(III,28)}$$

por lo que el error que se comete al emplear esta expresión es sólo el que proviene de despreciar el término $a^2/4$ en el paréntesis de la (III,26). Este error es muy pequeño. En las mediciones de campo suele tomarse la norma de que $MN \leqslant AB/5$. Como $MN = a$ y $2L = AB$, el error relativo será

$$\eta \leqslant \frac{L^2 - \left(L^2 - \frac{a^2}{4} \right)}{L^2} = \left(\frac{a}{2L} \right)^2 = 4\ \%$$

para $MN = AB/5$.

Normalmente, MN es mucho más pequeño respecto de AB, y el error será muy reducido. Por otra parte, la precisión de las mediciones geoeléctricas de campo está muy limitada por heterogeneidades irrelevantes del terreno *(ruido geológico)* por lo que no puede exigírseles gran exactitud.

En resumen, podemos decir que el dispositivo Schlumberger es un dispositivo lineal simétrico en el que la distancia MN es muy pequeña (todo lo más una quinta parte de la distancia AB).

En ciertos casos, el electrodo B se lleva a gran distancia de los demás de modo que no influya sobre el valor ΔV observado. Se tiene entonces el dispositivo denominado *Schlumberger asimétrico,* o *medio Schlumberger* cuyo coeficiente de dispositivo será, lógicamente, doble del usual, esto es,

$$\rho_a = 2\pi L^2 \frac{\Delta V}{Ia} \quad \text{(III,29)}$$

Estos dispositivos se llaman también *trielectródicos.*

III.8 DISPOSITIVOS DIPOLARES

Los dispositivos dipolares constituyen una familia muy importante, caracterizada porque en ellos los electrodos de corriente *A* y *B* están lo suficientemente próximos entre sí respecto de la distancia a que se miden sus efectos para que puedan considerarse como un dipolo. Tendremos, pues, en estos dispositivos dos dipolos, el *AB* de emisión y el *MN* de recepción, cuya posición mutua puede ser en principio cualquiera. No obstante, existen ciertas configuraciones que, por sus propiedades, merecen atención especial y son las más empleadas en la práctica. Para tales dispositivos existe una nomenclatura especial, de origen soviético, que exponemos a continuación.

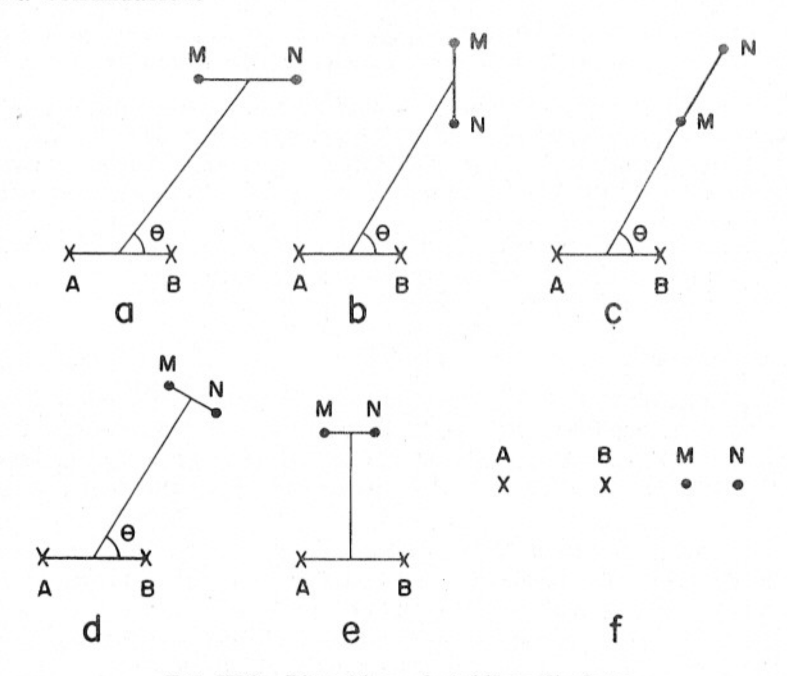


FIG. III-9. Dispositivos electródicos dipolares.

a) *Dispositivo paralelo.*

En él, como indica su nombre, los dos dipolos son paralelos (figura III-9a).

b) *Dispositivo perpendicular.*

Los dos dipolos forman ángulo recto (fig. III-9b).

c) *Dispositivo radial.*

El dipolo *MN* se encuentra situado sobre la recta que une los centros de ambos dipolos (fig. III-9c).

d) *Dispositivo azimutal.*

El dipolo *MN* es perpendicular a la recta que une los centros de ambos dipolos (fig. III-9d).

Existen además dos casos particulares de los anteriores, muy importantes en la práctica, que son:

e) *Dispositivo ecuatorial.*

Es a un tiempo paralelo y azimutal, de modo que ambos dipolos son paralelos entre sí, y perpendiculares al eje que pasa por sus centros (figura III-9e). El nombre de este dispositivo, que puede parecer extraño, alude a que el centro del dipolo *MN* se encuentra en el plano ecuatorial de los dos polos *A* y *B*.

f) *Dispositivo axil.*

Los cuatro electrodos están en la misma recta. Este dispositivo es, pues, simultáneamente, paralelo y radial. En América del Norte, este dispositivo se denomina a veces "dispositivo Eltran" o "dipolo-dipolo". Esta última expresión es totalmente ambigua, pues es aplicable a cualquier dispositivo dipolar. Por este motivo y por razones de uniformidad, se empleará aquí la denominación "dispositivo axil", o "dipolar axil" (figura III-9f).

III.9 ESTUDIO DEL CAMPO DIPOLAR

En Física Matemática suelen considerarse los dipolos como de longitud que tiende a cero, lo que simplifica considerablemente los cálculos y hace más claros los resultados de éstos. Aquí procederemos de este modo, y en otra parte (cap. VI), estudiaremos las fórmulas que deben aplicarse en la práctica para el caso en que la distancia del punto donde se mide el campo al centro del dipolo, no sea suficientemente grande respecto de la longitud del dipolo.

Sean dos electrodos de corriente *A* y *B*, que forman parte del mismo circuito de emisión. Tomemos como origen de coordenadas cartesianas el punto *Q*, centro del segmento *AB*, y como eje x la recta determinada

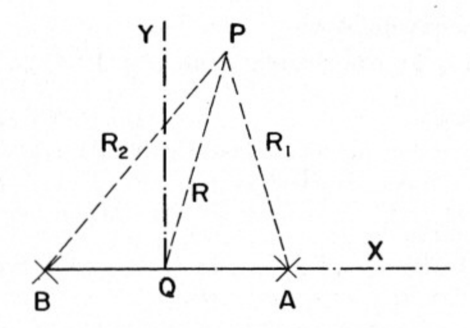


FIG. III-10. Cálculo del potencial dipolar.

por dicho segmento. Entonces el potencial en un punto cualquiera P que diste R_1 y R_2 respectivamente de A y B (fig. III-10) será, en virtud de la ecuación (III,11)

$$U = \frac{I\rho}{2\pi}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

donde I es la intensidad de corriente que circula por el terreno a través de A y B y ρ la resistividad del subsuelo, supuesto homogéneo. Si son x e y las coordenadas del punto P y $b = AB$, y $R = PQ$

$$R_1 = \left[\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + y^2\right]^{1/2} = \left(x^2 + y^2 - bx + \frac{b^2}{4}\right)^{1/2} \simeq$$

$$\simeq (x^2 + y^2 - bx)^{1/2} = (R^2 - bx)^{1/2} = R\left(1 - \frac{bx}{R^2}\right)^{1/2}$$

donde se ha despreciado el término $b^2/4$ suponiendo que b es muy pequeña frente a las demás longitudes consideradas. Análogamente,

$$R_2 = \left[\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + y^2\right]^{1/2} = R\left(1 + \frac{bx}{R^2}\right)^{1/2}$$

y por lo tanto,

$$U = \frac{I\rho}{2\pi R}\left[\left(1 - \frac{bx}{R^2}\right)^{-1/2} - \left(1 + \frac{bx}{R^2}\right)^{-1/2}\right] =$$

$$= \frac{I\rho}{2\pi R}\left[1 + \frac{1}{2}\,\frac{bx}{R^2} + \ldots - 1 + \frac{1}{2}\,\frac{bx}{R^2} + \ldots\right] \simeq$$

$$\simeq \frac{I\rho}{2\pi R}\,\frac{bx}{R^2} = \frac{I\rho b}{2\pi R^2}\,\frac{x}{R} = \frac{M}{R^2}\cos\theta \qquad \text{(III,30)}$$

donde se ha puesto

$$M = \frac{\rho I b}{2\pi} = \frac{\rho I}{2\pi} AB \qquad \text{(III,31)}$$

Llamaremos a M *momento* del dipolo. En realidad se trata de una magnitud vectorial **M**, cuyo módulo es el valor dado por la (III,31) y que está dirigido del electrodo negativo al positivo, pero aquí se le considerará

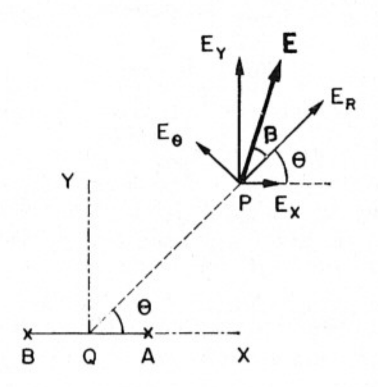


FIG. III-11. Componentes del campo dipolar.

como escalar. Si bien la expresión (III,30) permite el cálculo de U en cualquier punto del plano, es preferible en muchos casos el estudio del campo **E**, que puede medirse con un dipolo Schlumberger, esto es, muy corto. El campo puede expresarse por sus componentes cartesianas E_x, E_y o polares E_r, E_θ, todas las cuales se representan en la figura III-11 para el caso de que el electrodo positivo sea el A. De la (III,4) se deduce

$$E_R = -\frac{\partial U}{\partial R} = -\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{M}{R^2}\cos\theta\right) = \frac{2M}{R^3}\cos\theta \qquad \text{(III,32)}$$

$$E_\theta = -\frac{1}{R}\frac{\partial U}{\partial \theta} = -\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{M}{R^2}\cos\theta\right) = \frac{M}{R^3}\operatorname{sen}\theta \qquad \text{(III,33)}$$

$$E_x = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{M}{x^2+y^2}\frac{x}{(x^2+y^2)^{1/2}}\right) = M\frac{2x^2-y^2}{(x^2+y^2)^{5/2}} \qquad \text{(III,34)}$$

$$E_y = -\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{M}{x^2+y^2}\frac{x}{(x^2+y^2)^{1/2}}\right) = M\frac{3xy}{(x^2+y^2)^{5/2}} \qquad \text{(II,35)}$$

donde se han utilizado las ecuaciones de transformación entre coordena-

das cartesianas y polares

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{y}{R}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{R} \qquad \text{(III,36)}$$

$$R^2 = x^2 + y^2$$

Se deduce, además, de éstas y de las anteriores que

$$E_R = \frac{2Mx}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$E_\theta = \frac{My}{(x^2 + y^2)^2} \qquad \text{(III,37)}$$

y que

$$E_x = \frac{M}{R^3} 2(3\cos^2\theta - 1)$$

$$E_y = \frac{3M}{R^3} \operatorname{sen}\theta\cos\theta \qquad \text{(III,38)}$$

El módulo de **E** valdrá

$$|\mathbf{E}| = (E_R^2 + E_\theta^2)^{1/2} = \frac{M}{R^3}(1 + 3\cos^2\theta) \qquad \text{(III,39)}$$

o bien

$$|\mathbf{E}| = (E_x^2 + E_y^2)^{1/2} = \frac{M\,(4x^2 + y^2)^{1/2}}{(x^2 + y^2)^{5/2}} \qquad \text{(III,40)}$$

El ángulo β entre el vector **E** y el radio vector *QP*, vendrá determinado, según se deduce de la figura, por

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{E_\theta}{E_R} = \frac{M\operatorname{sen}\theta/R^3}{2\,M\cos\theta/R^3} = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\theta \qquad \text{(III,41)}$$

mientras que el ángulo $\beta + \theta$ entre E y el eje x será tal que

$$\operatorname{tg}(\theta + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\theta\operatorname{tg}\beta} = \frac{3\operatorname{tg}\theta}{2 - \operatorname{tg}^2\theta} = \frac{3\,xy}{2\,x^2 - y^2} \qquad \text{(III,42)}$$

Estas ecuaciones nos permiten hacernos una idea clara de la estructura del campo dipolar. Como el eje x lo es de simetría y el y de antisimetría, bastará estudiar lo que ocurre en el primer cuadrante. Entre otras, se deducen fácilmente las siguientes conclusiones:

a) Sobre un mismo radio vector (ángulo θ constante) el potencial U decrece con el cuadrado de la distancia R al centro Q del dipolo AB. (Ec. III,30.)

b) Si la distancia R permanece constante el potencial es máximo sobre el eje x y nulo sobre el y. (Ec. III,30).

c) Sobre un mismo radio vector, el campo eléctrico **E** decrece con el cubo de la distancia R. Esto tiene gran importancia en la práctica, pues obliga al empleo de grandes intensidades I, a fin de que la diferencia de potencial ΔV entre M y N pueda ser leída con comodidad. (Ec. III,39.)

d) El ángulo β entre el vector campo **E** y el radio vector PQ es constante para cada radio vector. (Ec. III,41) (fig. III-12.)

e) En el eje x el campo E tiene componente $E_y = 0$. Cuando el ángulo es tal que $\operatorname{tg}\theta = \sqrt{2}$ o bien que $y = \sqrt{2}\,x$, el campo **E** es perpendicular a la línea AB o eje x. (Ec. III,43.) Sobre el eje y el campo es paralelo al eje x, su módulo es la mitad del correspondiente a la misma distancia sobre el eje x, y su sentido opuesto (Ecs. III,32 y III,33.)

f) De las cuatro componentes E_r, E_θ, E_x, E_y sólo la E_x cambia de signo en el primer cuadrante. Esto ocurre cuando se cumple la condición ya indicada de $y=\sqrt{2}\,x$ lo que corresponde a un ángulo $\theta=50°44'8''$ o sea $= 0,95530$ radianes.

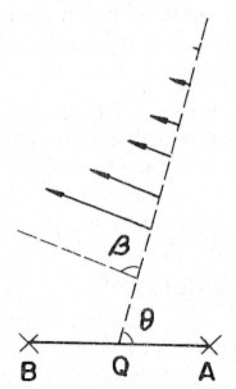


FIG. III-12. Constancia del ángulo β entre el campo de un dipolo y el radio vector.

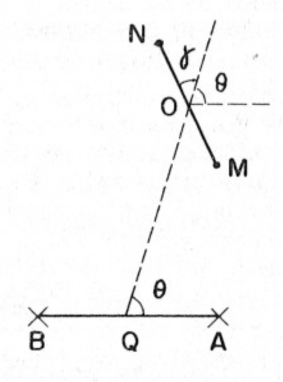


FIG. III-13. Definición del ángulo γ.

III.10 LA RESISTIVIDAD APARENTE EN LOS DISPOSITIVOS DIPOLARES

Consideremos un dispositivo dipolar, en el que el dipolo de medición MN forme un ángulo cualquiera γ con el radio vector R (fig. III-13).

Entonces, en la dirección MN sólo actuará la componente E_γ del campo, que valdrá

$$E_\gamma = E_R \cos\gamma + E_\theta \operatorname{sen}\gamma$$

sustituyendo E_R y E_θ por sus valores dados por (III,32) y (III,33) tendremos

$$E_\gamma = \frac{M}{R^3}(2\cos\gamma\cos\theta + \operatorname{sen}\gamma\operatorname{sen}\theta)$$

y aplicando la (III,31) será

$$E_\gamma = \frac{I\rho\overline{AB}}{2\pi R^3}(2\cos\gamma\cos\theta + \operatorname{sen}\gamma\operatorname{sen}\theta)$$

de donde despejando la ρ resulta

$$\rho_a = \frac{2\pi R^3}{\overline{AB}\,\overline{MN}}(2\cos\gamma\cos\theta + \operatorname{sen}\gamma\operatorname{sen}\theta)^{-1}\frac{\Delta V}{I} \qquad \text{(III,43)}$$

en la que hemos sustituido E_γ por su valor práctico $\Delta V/MN$ y hemos puesto ρ_a en vez de ρ para incluir el caso general de medio heterogéneo.

Obsérvese que esta fórmula sólo es válida rigurosamente para dipolos de longitudes despreciables frente a la distancia R. Por otra parte, la presencia en ella del ángulo γ indica, que haciendo girar el dipolo MN alrededor de su centro 0, obtendremos diversas resistividades aparentes, entre ellas la resistividad radial ρ_R, la tangencial ρ_x y la perpendicular ρ_y. Estas cuestiones serán consideradas más detalladamente en el capítulo VI.

Dando a γ y a θ los valores correspondientes a los diversos dispositivos reseñados en el párrafo III.8, obtendremos sus coeficientes respectivos, que son los siguientes:

a) *Dispositivo paralelo* ($\gamma = 2\pi - \theta$)

$$K = \frac{2\pi R^3}{\overline{AB}\cdot\overline{MN}}(2\cos^2\theta - \operatorname{sen}^2\theta)^{-1} \qquad \text{(III,44)}$$

b) *Dispositivo perpendicular* $\left(\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta\right)$

$$K = \frac{\pi R^3}{\overline{AB}\cdot\overline{MN}}\ \frac{4}{3\operatorname{sen}2\theta} \qquad \text{(III,45)}$$

c) *Dispositivo radial* ($\gamma = 0$)

$$K = \frac{\pi R^3}{\overline{AB}\cdot\overline{MN}}\ \frac{1}{\cos\theta} \qquad \text{(III,46)}$$

d) *Dispositivo azimutal* $\left(\gamma = \frac{\pi}{2}\right)$

$$K = \frac{2\pi R^3}{\overline{AB} \cdot \overline{MN}} \frac{1}{\operatorname{sen} \theta} \qquad \text{(III,47)}$$

e) *Dispositivo ecuatorial* $\left(\gamma = \theta = \frac{\pi}{2}\right)$

$$K = \frac{2\pi R^3}{\overline{AB} \cdot \overline{MN}} \qquad \text{(III,48)}$$

f) *Dispositivo axil* $(\theta = \gamma = 0)$

$$K = \frac{\pi R^3}{\overline{AB} \cdot \overline{MN}} \qquad \text{(III,49)}$$

En ciertos casos, puede ser interesante transformar la ecuación general (III,43) mediante las (III,36) en la

$$\rho_a = \frac{2\pi R^4}{\overline{AB} \cdot \overline{MN}} (2\,x \cos \gamma + y \operatorname{sen} \gamma)^{-1} \frac{\Delta V}{I} \qquad \text{(III,50)}$$

III.11 DISPOSITIVOS COMPUESTOS

Existe una clase especial de dispositivos, denominados "compuestos", que derivan de los dispositivos ordinarios por la adición de algún electrodo, bien de corriente, bien de potencial. Siguiendo a BLOKH (1962) denominaremos *dispositivos de agrupación* a aquellos que tengan más de dos electrodos de potencial, *dispositivos apantallados* a los que poseen algún electrodo de corriente adicional, y por último, *dispositivos apantallados de agrupación* a los que reunan las dos características.

Pueden idearse gran número de dispositivos diferentes de esta clase; el geofísico polaco KVUSZEWSKI (1957) ha descrito muchos de ellos. Entre los dispositivos compuestos tienen importancia los llamados *de cero,* en los cuales la diferencia de potencial ΔV es nula si la medición se efectúa sobre medio homogéneo. Se pueden efectuar así calicatas de *anomalía pura* en las que las lecturas indican directamente el grado de heterogeneidad del subsuelo.

Los dispositivos compuestos han alcanzado hasta ahora escasa difusión, y su utilidad parece restringida a las investigaciones horizontales (calicatas eléctricas) pero es conveniente prestarles alguna atención, pues poseen propiedades interesantes.

III.11.1 Dispositivos de agrupación

El electrodo adicional de recepción P suele colocarse, en estos dispositivos, entre los dos normales M y N, y alineado con ellos (fig. III-14) de tal modo que las dos diferencias de potencial entre MP y PN sean iguales,

$$\Delta V_P^M = \Delta V_N^P \tag{III,51}$$

siempre que el dispositivo se encuentre sobre medio homogéneo.

Si el dispositivo es tetraelectródico simétrico, esta misma simetría hace que el electrodo P haya de colocarse en el punto medio del segmento MN, a fin de que se cumpla la condición anterior. Cuando el dispositivo de que se parte es un Wenner, se obtiene el llamado *dispositivo de Lee,* que es por consiguiente, un dispositivo de Wenner con un quinto electrodo P de potencial en el centro del sistema. La idea básica de este dispositivo es la de comprobar la homogeneidad lateral del terreno a un lado y otro de dicho centro, por medio de la condición (III,51).

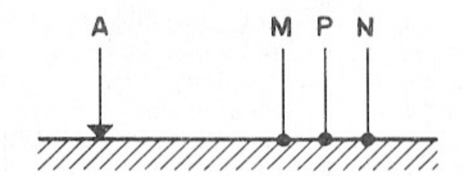


FIG. III-14. Ejemplo de dispositivo de agrupación.

Si el dispositivo simple de partida es trielectródico (asimétrico) el electrodo adicional P ya no puede colocarse en el centro de MN, sino que habrá de ser

$$\overline{MP} = \frac{\overline{MN}}{\overline{AM} + \overline{AN}} \cdot \overline{AM} \tag{III,52}$$

Ecuación que se obtiene aplicando la (III,19) a los dispositivos AMP y APN e igualando las respectivas d.d.p. Resulta entonces la condición

$$\frac{MP}{PN} = \frac{AM}{AN}$$

de la que se deduce fácilmente la (III,52). De modo semejante puede encontrarse la posición del electrodo P para otros dispositivos.

III.11.2 Dispositivos apantallados

En estos dispositivos, según se dijo más arriba, el electrodo adicional Q es de corriente, y su polaridad habrá de coincidir, forzosamente, con la de uno de los electrodos A o B. Si se lleva el electrodo Q al "infinito" mientras que A y B se conectan al mismo polo del generador tendremos un dispositivo *homopolar* (GUPTA (1953) lo llama unipolar) como el representado en la figura III-15. Las resistencias que en ella aparecen tienen por objeto compensar la diferencia que pueda existir en las resistencias de contacto de los electrodos A y B de modo que por ambos penetre la misma intensidad. En estas condiciones, es evidente que en medio homogéneo la d.d.p. ΔV será nula, por lo que se trata de un *dispositivo de cero* o de *anomalía pura.* El resultado sería el mismo si el electrodo Q se colocase en el centro 0 del segmento MN. Tendríamos así un dispositivo del tipo que Blokh llama *diferencial.*

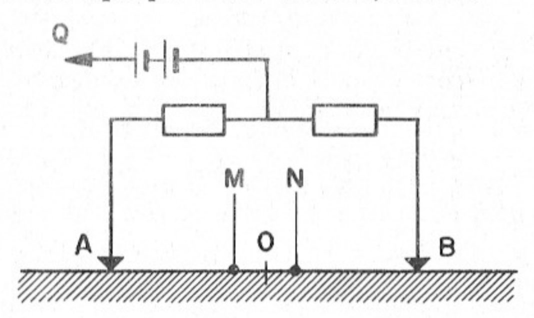


FIG. III-15. Dispositivo homopolar o unipolar.

Otros tipos de dispositivos apantallados, quizá más interesantes, son aquellos en los que por el electrodo adicional Q no circula la corriente total I, sino una fracción $nI\,(n<1)$. Por ejemplo, la figura III-16 representa un dispositivo tetraelectródico apantallado. Los electrodos Q y B son, por su conexión, del mismo signo, y las resistencias representadas tienen por objeto conseguir que la intensidad que pasa por el electrodo Q tenga el valor deseado nI. Por aplicación de la (III,13) se obtiene la d.d.p. ΔV entre M y N, que es

$$\Delta V = -\frac{\rho I}{2\pi}\left(\frac{1}{AM} - \frac{1-n}{BM} - \frac{n}{QM} - \frac{1}{AN} + \frac{1-n}{BN} + \frac{n}{QN}\right) \qquad \text{(III,53)}$$

Para cada dispositivo, esto es, para cada combinación de distancias entre electrodos, hay un valor de n que anula a ΔV y se tiene entonces un dispositivo de cero. Si no se cumple esta condición, se puede calcular la resistividad aparente a partir de la (III,53) por el método usual.

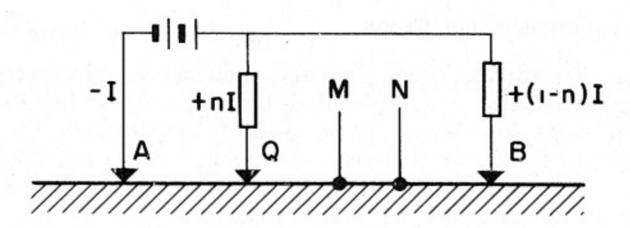


FIG. III-16. Dispositivo apantallado.

Por otra parte, dada la posición de los electrodos de corriente, en medio homogéneo existe un punto en la recta determinada por aquellos en el que el campo eléctrico es nulo, y el potencial, máximo. Esto se ve con claridad en el caso más sencillo posible de dispositivo compuesto, que se obtiene llevando el electrodo B al infinito. Se tienen entonces sólo dos electrodos activos, el A y el Q. Si es a la distancia AQ, I la intensidad que penetra a través del electrodo A y $-nI$ (siendo $n < 1$) la que lo hace por el electrodo Q y x la distancia de un punto M, situado en la recta AQ, a este último electrodo (fig. III-17) el potencial en M será

$$V_S = \frac{\rho I}{2\pi}\left(\frac{1}{a+x} - \frac{n}{x}\right) \qquad \text{(III,54)}$$

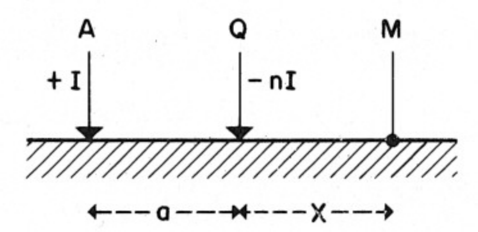


FIG. III-17. Determinación del punto de componente nula del campo en un dispositivo apantallado.

Las condiciones para que el potencial sea máximo y para que el campo sea nulo son una misma, a saber

$$\frac{\partial V_S}{\partial x} = 0$$

que aplicada a la (III,54) da

$$\frac{\partial V_S}{\partial x} = \frac{\rho I}{2\pi}\,\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{a+x} - \frac{n}{x}\right) = \frac{\rho I}{2\pi}\left(\frac{n}{x^2} - \frac{1}{(a+x)^2}\right) = 0$$

Esta expresión se anulará cuando sea

$$0 = n\,(a + x)^2 - x^2 = (n - 1)\,x^2 + 2\,a\,n\,x + n\,a^2$$

Una de cuyas soluciones es

$$x_1 = \frac{a}{1 - n}\,(n + \sqrt{n}) \qquad \text{(III,55)}$$

En el punto S de abscisa x_1, la derivada segunda del potencial respecto de x es negativa, según puede comprobarse, lo que indica que en dicho punto el potencial es máximo. La otra solución de la ecuación de segundo grado no cumple tal condición.

Tal circunstancia parece en contradicción con un teorema de la teoría del potencial que dice que no pueden existir máximos ni mínimos del potencial fuera de los manantiales, en este caso los electrodos, ya que en el punto S no existe ninguno. La explicación de esta dificultad es que el potencial del punto S sólo es máximo respecto de un entorno en la recta AQ. Si se considera el resto de la superficie del terreno y se estudia la variación del potencial a lo largo de una recta YY' normal a AQ por el punto S y situada en dicha superficie, puede comprobarse que la derivada segunda del potencial respecto de la coordenada y es positiva en el punto S, lo que corresponde a un mínimo. En otras palabras, en el punto S no existe un máximo relativo del potencial sino un punto de silla.

Terminaremos esta breve reseña de los dispositivos compuestos con la indicación de que éstos pueden considerarse como superposición de dos o más dispositivos simples. El estudio de los dispositivos compuestos puede hacerse calculando separadamente los potenciales y campos correspondientes a cada uno de los dispositivos simples que los constituyen, y sumándolos luego.

Cuando el potencial o el campo de un dispositivo compuesto sean muy pequeños respecto de los valores correspondientes de los dispositivos simples componentes, se hace necesario calcular estos últimos con mucha precisión.

III.12 MEDIOS ANISOTROPOS

III.12.1 Ecuaciones generales

Si la corriente se propaga por un medio anisótropo, la densidad de corriente **J** ya no coincide en dirección con el campo **E** por lo que la conductividad σ que expresa la relación entre uno y otro vector, no será un escalar, sino un tensor:

$$J_i = \sigma_{ik}\,E_k \qquad \text{(III,56)}$$

En Geoelectricidad, como hemos visto (apartado II 10.8), puede considerarse que la anisotropía es del tipo *transversal,* por lo que el elipsoide tensorial es de revolución, y el tensor conductividad, referido a sus valores propios, queda determinado por dos componentes $\sigma_\perp$ y $\sigma_{\rm II}$. Se tendrá pues:

$$\begin{aligned} J_x &= \sigma_{\rm II}\, E_x \\ J_y &= \sigma_{\rm II}\, E_y \\ J_z &= \sigma_\perp\, E_z \end{aligned} \qquad \text{(III,57)}$$

Entonces la (III,6), expresada en sus términos cartesianos, tomará la forma

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} = \sigma_{\rm II}\left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y}\right) + \sigma_\perp \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

y aplicando la (III,4) resultará

$$\sigma_{\rm II}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right) + \sigma_\perp \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \qquad \text{(III,58)}$$

ecuación que sustituye, para el caso de medio anisótropo, a la ecuación de Laplace (III,8). Para hallar el potencial U en dicho caso, bastará integrar la (III,58) lo que puede hacerse por medio del cambio de variable siguiente:

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{\sigma_{\rm II}}\,\xi \\ y &= \sqrt{\sigma_{\rm II}}\,\eta \\ z &= \sqrt{\sigma_\perp}\,\zeta \end{aligned} \qquad \text{(III,59)}$$

La ecuación (III,58) queda entonces transformada en

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta^2} = 0$$

que es nuevamente la ecuación de Laplace. Como sabemos, esta tiene la solución

$$U = \frac{K}{R} = \frac{K}{(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)^{1/2}} \qquad \text{(III,60)}$$

en la que no es preciso incluir una constante aditiva, ya que el potencial ha de anularse en el infinito. El potencial producido por un electrodo puntual colocado en la superficie de un medio homogéneo trans-

versalmente anisótropo, será el dado por la ecuación (III,60) que, deshaciendo el cambio de variables, se transformará en

$$U = \frac{K}{\left[\frac{1}{\sigma_{\shortparallel}}(x^2 + y^2) + \frac{1}{\sigma_{\perp}} z^2\right]^{1/2}}$$

expresión que, por sustitución de las conductividades, y teniendo en cuenta la definición de anisotropía (apartado, II, 10.8) toma la forma

$$U = \frac{K}{\sqrt{\rho_{\shortparallel}}\,(x^2 + y^2 + A^2 z^2)^{1/2}} \qquad \text{(III,61)}$$

de donde se deduce que las superficies equipotenciales debidas a un electrodo puntual colocado en la superficie de un semiespacio homogéneo con anisotropía transversal, cumplen la ecuación

$$x^2 + y^2 + A^2 z^2 = \text{cte.} \qquad \text{(III,62)}$$

que indica que tales superficies equipotenciales son semielipsoides de revolución de eje z. En cuanto a las líneas equipotenciales, son semielípticas en cualquier plano vertical que pase por el electrodo. En el plano horizontal $z = 0$ (y lo mismo en cualquier otro paralelo a él) las líneas equipotenciales son circunferencias, de donde se deduce que la presencia de anisotropía transversal de eje vertical no puede ser descubierta por medio de observaciones efectuadas en la superficie del terreno.

Cuando el eje z no es perpendicular a la superficie del terreno, lo que ocurre, por ejemplo, en una formación monoclinal de pizarras, las ecuaciones anteriores deben modificarse. Para ello, tomaremos dos sistemas de ejes (fig. III-18), con origen 0 y ejes x y x' comunes, y coincidentes

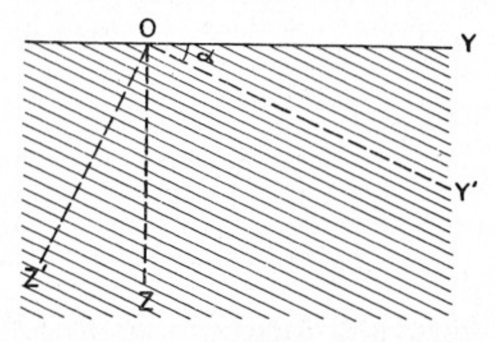


FIG. III.18. Ejes coordenados para el estudio de un medio anisótropo oblicuo respecto de la superficie del terreno.

con el rumbo de la estratificación (o de la esquistosidad). El sistema $x\,y\,z$ tiene el plano $x\,y$ coincidente con la superficie del terreno, mientras que el $x'\ y'$ tiene la misma orientación que los planos de estratificación (fig. III-19). Si es α el buzamiento, igual a los ángulos $y\,y'$ y $z\,z'$, pasaremos de un sistema a otro mediante la transformación

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= y \cos \alpha + z \operatorname{sen} \alpha \\ z' &= - y \operatorname{sen} \alpha + z \cos \alpha \end{aligned} \qquad \text{(III,63)}$$

La ecuación (III,61) se escribirá ahora

$$U = \frac{K}{\sqrt{\rho_{11}}\,(x'^2 + y'^2 + A^2 z'^2)^{1/2}}$$

y se convertirá con la transformación anterior en

$$U = \frac{K}{\sqrt{\rho_{11}}} [x^2 + \cos^2 \alpha + A^2 \operatorname{sen}^2 \alpha)\, y^2 +$$

$$+ (\operatorname{sen}^2 \alpha + A^2 \cos^2 \alpha)\, z^2 + 2\, y\, z\, (1 - A^2) \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha]^{1/2} \qquad \text{(III,64)}$$

de la que se deduce que la ecuación de las superficies equipotenciales tiene la forma

$$x^2 + Ly^2 + Mz^2 + 2\,Nyz = \text{cte.}$$

con

$$\begin{aligned} L &= \cos^2 \alpha + A^2 \operatorname{sen}^2 \alpha \\ M &= \operatorname{sen}^2 \alpha + A^2 \cos^2 \alpha \\ N &= (1 - A^2) \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \end{aligned}$$

Estas superficies siguien siendo, pues, elipsoides de revolución, cuyas intersecciones con la superficie del terreno (líneas equipotenciales) tienen la ecuación (con $z = 0$)

$$x^2 + y^2 + (A^2 - 1) \operatorname{sen}^2 \alpha \cdot y^2 = \text{cte.} \qquad \text{(III,65)}$$

por lo que dichas equipotenciales serán elipses, cuya relación de semiejes a y b vendrá dada por

$$\frac{a}{b} = [1 + (A^2 - 1) \operatorname{sen}^2 \alpha]^{1/2} \qquad \text{(III,66)}$$

Como a y b corresponden respectivamente al rumbo y buzamiento de la estratificación o de la esquistosidad, resulta que el eje menor in-

dica la dirección de máxima pendiente. Cuando $\alpha = 0$ los dos semiejes son iguales, y la elipse es una circunferencia, según habíamos visto.

Hasta ahora no hemos determinado el valor de la constante K. Para hacerlo es necesario efectuar algunas consideraciones previas.

En primer lugar, K tiene el mismo valor, tanto si el eje de anisotropía z' coincide o no con la normal a la superficie del terreno, por lo que consideraremos el primer caso, más sencillo.

En segundo lugar, calcularemos las componentes de la densidad de corriente, que, en virtud de las (III,4), (III,5) y (III,61) serán

$$J_x = \frac{K}{\rho_{II}^{3/2}} \frac{x}{(x^2 + y^2 + A^2 z^2)^{3/2}}$$

$$J_y = \frac{K}{\rho_{II}^{3/2}} \frac{y}{(x^2 + y^2 + A^2 z^2)^{3/2}} \qquad \text{(III,67)}$$

$$J_z = \frac{K}{\rho_{II}^{3/2}} \frac{z}{(x^2 + y^2 + A^2 z^2)^{3/2}}$$

En la tercera de las cuales ha desaparecido $\rho_\perp$ por estar también contenido en A. Por lo tanto, el módulo de **J** será

$$|\mathbf{J}| = \frac{K}{\rho_{II}^{3/2}} \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}{(x^2 + y^2 + A^2 z^2)^{3/2}} \qquad \text{(III,68)}$$

Si trazamos una semiesfera alrededor del electrodo, el flujo de J a través de ella será igual a la intensidad total I; por otra parte, según se deduce de las (III,67) la dirección del vector **J** pasa siempre por el electrodo, por lo que dicho vector es siempre normal a la superficie semiesférica en cada punto; por consiguiente, podremos escribir:

$$I = \int_S \mathbf{J}\, ds = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} |\mathbf{J}|\, R^2 \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\varphi$$

donde R, θ y φ son las coordenadas esféricas de un punto cualquiera de la superficie, y $R^2 \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\varphi$ el elemento de superficie esférica en dichas coordenadas. Sustituyendo $|J|$ por su valor

$$|J| = \frac{K}{\rho_{II}^{3/2}} \frac{R}{[R^2 \operatorname{sen}^2\theta + A^2 R^2 \cos^2\theta]^{3/2}}$$

que se deduce de la (III,68) por cambio de coordenadas, resulta

$$I = \frac{K}{\rho_{11}^{3/2}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{R}{[R^2 \operatorname{sen}^2 \theta + A^2 R^2 \cos^2 \theta]^{3/2}} R^2 \operatorname{sen} \theta \, d\theta \, d\varphi =$$

$$= \frac{K}{\rho_{11}^{3/2}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\operatorname{sen} \theta}{[1 + (A^2 - 1) \cos^2 \theta]^{3/2}} \, d\theta \, d\varphi =$$

$$= \frac{2\pi K}{\rho_{11}^{3/2}} \int_0^{\pi/2} \frac{\operatorname{sen} \theta \, d\theta}{[1 + (A^2 - 1) \cos^2 \theta]^{3/2}}$$

que mediante el cambio $\cos \theta = u$ se transforma en

$$I = \frac{2\pi K}{\rho_{11}^{3/2}} \int_{-1}^{1} \frac{du}{[1 + (A^2 - 1) u^2]^{3/2}} = \frac{2\pi K}{A \, \rho_{11}^{3/2}}$$

de donde

$$K = \frac{A \, \rho_{11}^{3/2} I}{2\pi} = \frac{\rho_m \, \rho_{11}^{1/2} I}{2\pi}$$

Con

$$\rho_m = (\rho_{11} \, \rho_{\perp})^{1/2}$$

(resistividad media).

Sustituyendo el valor de K en las ecuaciones (III,61), (III,64) y (III,67) se obtiene respectivamente

$$U = \frac{I}{2\pi} \frac{\rho_m}{(x^2 + y^2 + A^2 z^2)^{1/2}} \qquad \text{(III,69)}$$

(para el caso de que el eje de anisotropía sea vertical)

$$U = \frac{\mathrm{I} \, \rho_m}{2\pi} [x^2 + (\cos^2 \alpha + A^2 \operatorname{sen}^2 \alpha) y^2 +$$

$$+ (\operatorname{sen}^2 \alpha + A^2 \cos^2 \alpha) z^2 + 2 y z (1 - A^2) \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha]^{-1/2} \qquad \text{(III,70)}$$

(para el caso general)

$$J_x = \frac{I}{2\pi} \frac{\rho_m}{\rho_{11}} \frac{x}{(x^2 + y^2 + A^2 z^2)^{3/2}}$$

$$J_y = \frac{I}{2\pi} \frac{\rho_m}{\rho_{11}} \frac{y}{(x^2 + y^2 + A^2 z^2)^{3/2}} \qquad \text{(III,71)}$$

$$J_z = \frac{I}{2\pi} \frac{\rho_m}{\rho_{11}} \frac{z}{(x^2 + y^2 + A^2 z^2)^{3/2}}$$

$$|J| = \frac{I}{2\pi} \frac{\rho_m}{\rho_{11}} \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}{(x^2 + y^2 + A^2 z^2)^{3/2}} \qquad \text{(III,72)}$$

(válidas cuando el eje de anisotropía es vertical).

III.12.2 Consecuencias prácticas. Paradoja de la anisotropía

Si se efectúan mediciones geoeléctricas en la superficie de un terreno homogéneo con anisotropía transversal de eje vertical, las líneas equipotenciales son circunferencias, lo mismo que en el caso de medio isótropo, según definimos más arriba. Por consiguiente, el estudio de estas líneas en la superficie del terreno no puede revelar la anisotropía del medio.

Por otra parte, la distribución de potenciales en la superficie se obtiene haciendo $z = 0$ en la (III,69) con lo que resulta

$$U = \frac{I\rho_m}{2\pi} \frac{1}{(x^2 + y^2)^{1/2}} = \frac{I\rho_m}{2\pi} \frac{1}{r} \qquad \text{(III,73)}$$

que es la misma fórmula (III,12) para medio homogéneo isótropo, con la resistividad de éste sustituida por la resistividad media del subsuelo anisótropo.

Puede concluirse, por lo tanto, que un medio anisótropo transversal, con eje de anisotropía vertical, es indistinguible, por mediciones de superficie, de otro isótropo cuya resistividad sea la media ρ_m del subsuelo anisótropo.

En cambio, cuando el eje de anisotropía no es vertical, la forma elíptica de las líneas equipotenciales en superficie permite reconocer la anisotropía del medio. Si se conoce el buzamiento α y la relación a/b (que puede obtenerse determinando en el terreno una línea equipotencial) es posible calcular A despejándola en la fórmula (III,65).

El potencial en superficie vendrá dado por la (III,70) con $z = 0$, o sea

$$U = \frac{I\rho_m}{2\pi} \{ x^2 + [(A^2 - 1)\,\mathrm{sen}^2\,\alpha + 1]\, y^2 \}^{-1/2} \qquad \text{(III,74)}$$

Como U depende de la anisotropía, será posible determinar el valor de ésta efectuando mediciones en la superficie del terreno. Para ello puede utilizarse un dispositivo Schlumberger que, para mayor sencillez, supondremos asimétrico (trielectródico). Como su orientación puede ser cualquiera será conveniente pasar a coordenadas polares, llamando φ al azimut del dispositivo respecto del eje x. Entonces $x = r\cos\varphi$; $y = r\,\mathrm{sen}\,\varphi$, y la (III,74) tomará la forma

$$U = \frac{I\rho_m}{2\pi r}[1 + (A^2 - 1)\,\text{sen}^2\alpha\,\text{sen}^2\varphi]^{-1/2} \qquad \text{(III,75)}$$

por lo que el campo radial sería

$$E = -\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{I\rho_m}{2\pi r^2}[1 + (A^2 - 1)\,\text{sen}^2\alpha\,\text{sen}^2\varphi]^{-1/2} \qquad \text{(III,76)}$$

Entonces, según la (III,29) con $L = r$ y $E = \Delta V/a$) la resistividad aparente observada será

$$\rho_a = \rho_m[1 + (A^2 - 1)\,\text{sen}^2\alpha\,\text{sen}^2\varphi]^{-1/2} \qquad \text{(III,77)}$$

y por consiguiente, depende en general del azimut del dispositivo. Si éste tiene la dirección del eje x, es decir, está orientado según el rumbo de la estratificación *, $\varphi = 0$ y entonces $\rho_a = \rho_m$ sea cual sea el buzamiento. Por el contrario, si el dispositivo está orientado según el buzamiento (eje y) será $\varphi = \pi/2$ y

$$\rho_a = \rho_m[1 + (A^2 - 1)\,\text{sen}^2\alpha]^{-1/2} \qquad \text{(III,78)}$$

que es función del buzamiento α. Conocido éste es posible determinar A mediante las dos mediciones indicadas.

Muy curioso es el caso en que la estratificación es vertical ($\alpha = \pi/2$). La intuición nos dice que al orientar el dispositivo paralelamente a la estratificación obtendremos como resistividad aparente $\rho_{\shortparallel}$ y con orientación perpendicular a ésta, $\rho_\perp$. Sin embargo, la intuición, como otras muchas veces, engaña en este caso, puesto que haciendo $\alpha = \pi/2$ en la (III,77) se tiene

$$\rho_a = \rho_m$$

$$\rho_a = \rho_m \quad \text{(para dispositivo según la estratificación)}$$

$$\rho_a = \frac{\rho_m}{A} = \rho_{\shortparallel} \quad \text{(para dispositivo normal a la estratificación)}$$

resultados muy diferentes de lo esperado.

Incluso cuando el buzamiento no es vertical, se da la circunstancia de que la resistividad medida a lo largo de la estratificación (ρ_m) es mayor que la observada en sentido perpendicular, según se deduce de la (III,78) y en contra de lo que parecía a primera vista. Estos fenómenos reciben el nombre de "paradoja de la anisotropía".

---

* En lo que sigue, y por brevedad, se hablará de estratificación para referirse a los planos de máxima conductividad.

III.12.3 Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno para medios anisótropos no son en general las mismas para medios isótropos ya consideradas en el apartado III.3 de este mismo capítulo.

Antes de establecer tales condiciones, hay que expresar matemáticamente el hecho de que en los medios anisótropos, las líneas de corriente no son ortogonales a las equipotenciales. Para demostrarlo, y obtener la ley de refracción correspondiente al caso de anisotropía transversal, único que consideraremos, utilizaremos la figura III-19. En ella, los ejes z y x corresponden respectivamente a la dirección principal o eje de anisotropía y a una normal cualquiera a ésta, o sea paralela a la estratificación. En la figura se indican además una línea de corriente J, dos equipotenciales muy próximas U y $U + \Delta U$ y los ángulos α y β que la equipotencial U determina con J y con U. Entonces puede escribirse

$$J \operatorname{sen} \beta = J_x = \sigma_x \frac{\Delta U}{\Delta x} = \sigma_x \frac{\Delta U}{PQ}$$

$$J \cos \beta = J_z = \sigma_z \frac{\Delta U}{\Delta z} = \sigma_z \frac{\Delta U}{PR}$$

de donde se deduce que

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} \frac{PR}{PQ} = \frac{\rho_z}{\rho_x} \frac{PR}{PQ} = \frac{A^2}{\operatorname{tg} \alpha}$$

o sea,

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta = A^2 \qquad \text{(III,79)}$$

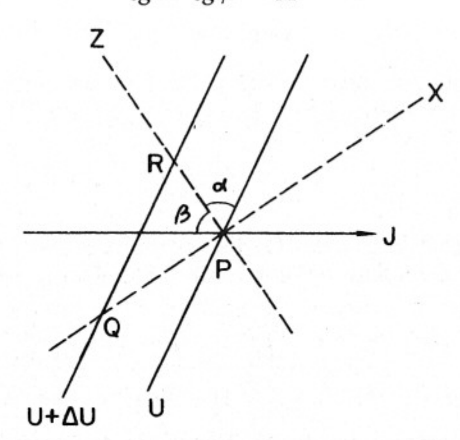


FIG. III-19. Ángulo entre la densidad de corriente y las equipotenciales, en medios con anisotropía transversal.

El ángulo $\alpha + \beta$ entre la equipotencial y la densidad de corriente podrá calcularse por

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta} = \frac{A^2 + \operatorname{tg}^2\alpha}{(1 - A^2)\operatorname{tg}\alpha} \qquad \text{(III,80)}$$

Cuando $A = 1$, esto es, cuando el medio es isótropo, se obtiene la condición de ortogonalidad entre equipotenciales y líneas de corriente $[(\alpha + \beta) = \pi/2]$. Cuando $\alpha = \pi/2$, o $\beta = \pi/2$, entonces $\beta = 0$ o $\alpha = 0$ respectivamente. Es decir, que la condición de ortogonalidad sólo se cumple en los medios anisótropos cuando la equipotencial (o la línea de corriente) considerada es paralela a uno de los ejes x o z.

Ahora pueden establecerse las condiciones de contorno para el límite plano entre dos medios conductores transversalmente anisótropos, cuyos ejes de anisotropía z son perpendiculares a dicho límite,

Este es el caso más frecuente e importante en la práctica.

a) El potencial es continuo, es decir, $U' = U''$ en el plano de separación. Esto se prueba del mismo modo que en el caso de medios isótropos.

b) También es continua la componente normal de la densidad de corriente

$$J_z' = J_z'' \qquad \text{(III,81)}$$

Vale la misma argumentación que en el caso de isotropía.

c) Existe discontinuidad en la componente transversal del campo, ya que de la anterior expresión se deduce

$$E'_z \sigma_{\perp}' = E_z'' \sigma_{\perp}'' \qquad \text{(III,82)}$$

d) La componente longitudinal del campo es continua. Aquí también es válido el razonamiento aplicado en el apartado III.3 para medios isótropos. Entonces

$$E_x' = E_x'' \qquad \text{(III,83)}$$

e) La superficie límite es de discontinuidad para la componente tangencial J_x de la densidad de corriente; en efecto, de la igualdad anterior se deduce

$$\frac{J_x'}{\sigma_{\text{II}}'} = \frac{J_x''}{\sigma_{\text{II}}''} \qquad \text{(III,84)}$$

f) La ley de refracción de las líneas de corriente puede establecerse mediante la figura III-20. De ella se deduce que

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{J_x'}{J_z'}; \qquad \operatorname{tg} \beta'' = \frac{J_x''}{J_z''}$$

de donde, teniendo en cuenta las (III,77) y (III,80) resulta la ley de refracción buscada que será

$$\rho_{\text{II}}' \operatorname{tg} \beta' = \rho_{\text{II}}'' \operatorname{tg} \beta'' \qquad \text{(III,85)}$$

g) En cuanto a las equipotenciales, como sus ángulos de incidencia cumplen la condición (III,79) en cada uno de los medios

$$\operatorname{tg} \alpha' \cdot \operatorname{tg} \beta' = A'^2$$
$$\operatorname{tg} \alpha'' \cdot \operatorname{tg} \beta'' = A''^2$$

se tendrá, utilizando la definición de A,

$$\rho'_\perp \operatorname{ctg} \alpha' = \rho''_\perp \operatorname{ctg} \alpha'' \qquad \text{(III,86)}$$

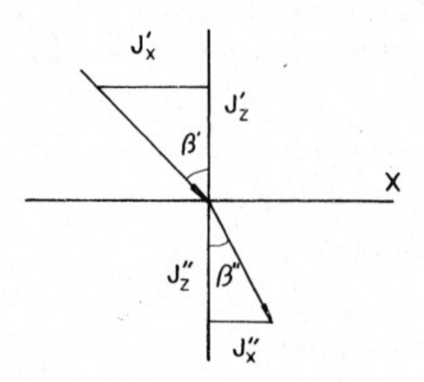


FIG. III-20. Refracción de líneas de corriente en medios transversalmente anisótropos.

III.13 ANALOGIA ELECTROSTATICA

La difusión de corrientes eléctricas de intensidad constante a través de medios tridimensionales es análoga, matemáticamente, a los campos electrostáticos producidos por cargas eléctricas.

En efecto, en el caso electrostático, se cumple en todo punto donde no haya cargas que

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$$

siendo **D** el vector inducción o desplazamiento. En el caso electrocinético tenemos que

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \qquad \text{(III,6)}$$

Una carga eléctrica puntual Q en medio homogéneo de constante dieléctrica ε crea un potencial electrostático P

$$P = \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon}\,\frac{1}{r}$$

mientras que el potencial electrocinético U debido a un manantial puntual de intensidad I es

$$U = \frac{I\rho}{4\pi} \cdot \frac{1}{r} = \frac{I}{4\pi\sigma}\,\frac{1}{r}$$

que es la fórmula (III,12) para espacio homogéneo en vez de semiespacio, por lo que el 2π debe sustituirse por 4π.

El campo electrostático **E′** puede definirse por

$$\mathbf{E}' = -\nabla P$$

mientras que el electrocinético **E** viene dado por

$$\mathbf{E} = -\nabla U$$

Además a la ecuación electrostática

$$\mathbf{D} = \varepsilon\,\mathbf{E}$$

corresponde la electrocinética

$$\mathbf{J} = \sigma\,\mathbf{E}$$

Se deduce de las ecuaciones anteriores que entre unas y otras magnitudes puede establecerse la correspondencia siguiente:

$$\begin{array}{ccc} Q & \longleftrightarrow & I \\ P & \longleftrightarrow & U \\ \mathbf{E}' & \longleftrightarrow & \mathbf{E} \\ \mathbf{D} & \longleftrightarrow & \mathbf{J} \\ \varepsilon & \longleftrightarrow & \sigma \end{array}$$

Esta correspondencia no se extiende a los campos magnéticos, ya que las ecuaciones electrostáticas

$$\mathbf{H} = 0 \qquad \mathbf{B} = 0$$

no son homólogas de las

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

que corresponden al caso electrocinético de corriente constante.

Para la resolución de cualquier problema de distribución de corrientes continuas en medios tridimensionales, puede pasarse al caso homólogo electrostático utilizando la correspondencia anterior. El nuevo problema puede estar ya resuelto en algún tratado clásico de Electricidad. Algunos ejemplos pueden verse en ORELLANA (1959). Véase también el apartado IV.16.

Capítulo IV

TEORIA DEL SONDEO ELECTRICO VERTICAL

IV.1 DEFINICION Y GENERALIDADES

Se llama sondeo eléctrico a una serie de determinaciones de resistividad aparente, efectuadas con el mismo tipo de dispositivo y separación creciente entre los electrodos de emisión y recepción. Cuando el dispositivo empleado es simétrico, o asimétrico con un electrodo en el "infinito", y durante la medición permanecen fijos el azimut del dispositivo y el centro del segmento *MN*, suele denominarse *Sondeo Eléctrico Vertical.*

Dicho nombre será representado en el presente libro por la sigla SEV, a la que corresponden en inglés VES (Vertical Electrical Sounding) y en ruso VEZ (Vertikal'noe elektricheskoe zondirovanie). *

Los datos de resistividad aparente obtenidos en cada SEV se representan por medio de una curva, en función de las distancias entre electrodos. Para que ello sea posible, es necesario que estas distancias puedan expresarse por una sola variable, pues de lo contrario habría que recurrir a una superficie y no a una curva. Esta condición puede cumplirse de dos modos: bien por el empleo de un dispositivo en el que la configuración de electrodos permanezca siempre geométricamente seme-

* El autor opina que el nombre y la sigla indicados son los más convenientes y específicos, y preferibles a los de "sondeo eléctrico" (SE) utilizado por la escuela francesa, "Sondeo de Resistividad" ("Resistivity Sounding") y "Ensayo de profundidad" ("Depth Probe") usadas por algunos autores anglosajones, la última ya en desuso.

jante a sí misma, que es el caso del dispositivo Wenner, bien por la utilización de dispositivos en los que sólo influya una distancia. Esto último es lo que ocurre con el dispositivo Schlumberger, en el que la distancia *MN* se considera nula frente a la *AB*.

Cuando se utiliza este dispositivo, las resistividades aparentes ρ_a se llevan en ordenadas, y en abscisas las distancias $OA = AB/2$. Para el dispositivo Wenner, se llevan en abscisas los valores sucesivos de la distancia *a*. Las escalas sobre ambos ejes han de ser logarítmicas, por razones teóricas y prácticas que se expondrán más abajo. La curva así obtenida, se denomina *curva de SEV, curva de campo* o *curva de resistividad aparente.*

En este capítulo, mientras no se advierta lo contrario, nos ocuparemos exclusivamente del dispositivo Schlumberger, dado su mayor valor práctico respecto del de Wenner.

La finalidad del SEV es averiguar la distribución vertical de resistividades bajo el punto sondeado. La mayor eficacia del método corresponde al caso en que los SEV se efectúan sobre un terreno compuesto por capas lateralmente homogéneas en lo que respecta a la resistividad, y limitadas por planos paralelos a la superficie del terreno *(medio estratificado).* La experiencia demuestra que los resultados teóricos obtenidos para medios de esta clase, son tolerablemente válidos para estratos inclinados hasta unos 30°.

El problema con que se enfrenta el geofísico interpretador, es el de deducir la distribución vertical de resistividades en el punto sondeado, partiendo de la curva de resistividades aparentes suministrada por el SEV. La resolución de este problema, que podemos llamar *inverso,* exige la previa solución y estudio del *problema directo,* esto es, el de determinar la curva de resistividades aparentes que se obtendrá con un dispositivo determinado, sobre un subsuelo cuya distribución de resistividades se conoce.

IV.2 PENETRACION

Al considerar lo dicho anteriormente, se presenta de inmediato la cuestión de cómo se delimita la zona explorada por cada SEV considerado individualmente, o dicho de otro modo, cuál será la parte de terreno que influye en la información suministrada por cada SEV.

En tratados antiguos sobre prospección era costumbre incluir una figura, acompañada por el correspondiente texto, según la cual, el bloque de terreno afectado por las corrientes de un circuito de emisión *AB,* era un paralelepípedo de dimensiones perfectamente determinadas en rela-

ción con la distancia AB. La realidad no es tan sencilla, ni mucho menos, según se verá a continuación.

Nos ocuparemos en primer lugar de si puede determinarse, de modo claro y unívoco, la profundidad máxima sobre la que un SEV proporciona información.

Supongamos que los electrodos A y B están situados en la superficie plana de un subsuelo homogéneo de resistividad ρ. Vamos a calcular cómo varía la densidad de corriente, en función de la profundidad z, a lo largo de la línea recta, perpendicular a la superficie, que pasa por el centro O del segmento AB (fig. IV-1)

Sea $l = \overline{AB}/2$.

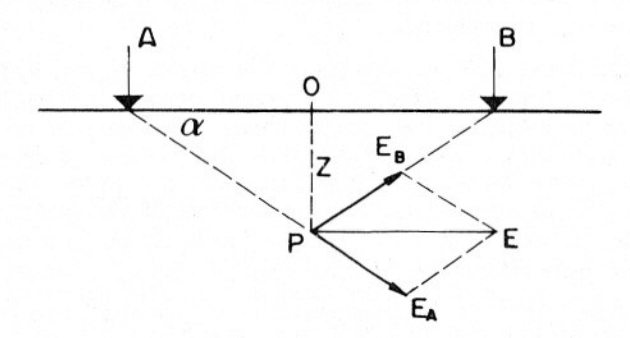


FIG. IV-1. Determinación de la densidad de corriente en un semiespacio homogéneo.

El módulo del campo eléctrico **E** debido al electrodo A, valdrá en el punto P de profundidad z

$$E_A = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{r^2} = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{(l^2 + z^2)}$$

Análogamente,

$$E_B = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{(l^2 + z^2)} = E_A$$

Por inspección de la figura es fácil probar, en razón de simetría, que las dos componentes verticales del campo son iguales y opuestas, mientras que las horizontales son iguales y del mismo sentido, por ser A y B de distinta polaridad. Por lo tanto, el campo total E será

$$E = 2\, E_A \cos \alpha = \frac{I\rho}{\pi} \frac{\cos \alpha}{(l^2 + z^2)}$$

y de aquí, por ser $\cos\alpha = \dfrac{l}{(l^2 + z^2)^{1/2}}$, la densidad de corriente a la profundidad z, es

$$J_z = \frac{E}{\rho} = \frac{I}{\pi}\,\frac{l}{(l^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{I}{\pi}\,\frac{1}{l^2\left(1 + \dfrac{z^2}{l^2}\right)^{3/2}} \qquad \text{(IV,1)}$$

que nos dice que en un medio homogéneo, la densidad de corriente disminuye gradualmente con la profundidad, según la ley indicada, en el eje vertical del dispositivo de dos electrodos.

Supongamos ahora que el punto P se desplaza una distancia y perpendicularmente al plano del dibujo. Entonces valdrán las fórmulas y razonamientos anteriores, sin más que sustituir z^2 por $z^2 + y^2$. Tendremos, pues,

$$J_{z,y} = \frac{I}{\pi}\,\frac{1}{l^2\left(1 + \dfrac{z^2 + y^2}{l^2}\right)^{3/2}}$$

Se puede ahora calcular la fracción F de la corriente total que circula por encima de una profundidad cualquiera z_0, para lo cual habrá que efectuar una doble integración:

$$F = \frac{1}{\pi}\int_0^{z_0}\int_{-\infty}^{\infty} J_{z,y}\,dy\,dz = \frac{1}{\pi\,l^2}\int_0^{z_0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dy\,dz}{\left(1 + \dfrac{z^2 + y^2}{l^2}\right)^{3/2}}$$

Para mayor comodidad, tomemos l como unidad de longitud poniendo $z' = z/l$; $y' = y/l$. Entonces

$$F = \frac{1}{\pi}\int_0^{z'_0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dy'\,dz'}{(1 + z'^2 + y'^2)^{3/2}} = \frac{2}{\pi}\int_0^{z'_0}\frac{dz'}{(1 + z'^2)} =$$

$$= \frac{2}{\pi}\,\mathrm{tg}^{-1}\,z'_0 = \frac{2}{\pi}\,\mathrm{tg}^{-1}\,\frac{z_0}{l}\,. \qquad \text{(IV,2)}$$

De la fórmula se deduce que la mitad de la corriente I circula por encima de la profundidad $z = l$ y el 70,6 % de I pasa por encima de la profundidad $z = 2\,l = AB$.

Naturalmente, las zonas más profundas influirán menos en el potencial observado en superficie, al ser menor en ellas la densidad de corriente. No obstante, no es posible fijar una profundidad límite por debajo de la cual el subsuelo no influye en el SEV, ya que la densidad de

corriente disminuye de modo suave y gradual, sin anularse nunca, según nos indica la ecuación (IV,1).

Al aumentar la separación *AB* aumenta en la misma proporción la profundidad a que corresponde una determinada densidad de corriente, por lo que podría pensarse que la "penetración" es proporcional a *AB*. Esto sin embargo, no es cierto en general, puesto que las fórmulas anteriores sólo son válidas para subsuelo homogéneo. En un medio estratificado, o simplemente heterogéneo, la densidad de corriente variará según una ley diferente en cada caso, por lo que la penetración dependerá de la distribución de resistividades en el subsuelo. Por otra parte, en la práctica, no se conoce de antemano la distribución de resistividades (pues de conocerse, no sería preciso efectuar SEV alguno) por lo que no es posible conocer "a priori" qué penetración se logrará.

Hemos supuesto hasta aquí que el efecto de una capa en los potenciales o campos observados en superficie depende únicamente de la densidad de corriente que la atraviesa. Pero esta suposición es falsa, porque también influyen otros factores, como la profundidad de la capa. Este hecho, olvidado frecuentemente, ha sido puesto en evidencia en un reciente trabajo de los geofísicos indios Roy y Apparao (1971). Estos autores indican que la repartición y penetración de la corriente, para un subsuelo de características dadas, depende exclusivamente de la posición de los electrodos de corriente, mientras que el efecto observado en superficie depende también de la colocación de los electrodos de potencial respecto de los primeros. Esto queda muy claro mediante un ejemplo de los mismos autores: Si se cambian entre sí las posiciones de los electrodos de potencial con los de corriente, la distribución de las líneas de corriente cambia por completo, y sin embargo, en virtud del principio de reciprocidad (apartado III,6) la resistividad aparente observada será la misma, y por lo tanto, la penetración no se habrá modificado.

Los citados autores, así como Roy (1972), han estudiado la "penetración" de diversos dispositivos, tomando la citada magnitud como "la profundidad a la que una capa delgada de terreno contribuve con participación máxima a la señal total medida en la superficie del terreno", de acuerdo con la definición de Evjen (1938). Los resultados de estos autores se refieren a medios homogéneos, por lo que no son aplicables a los medios reales con que el geofísico prospector se tiene que enfrentar.

En resumen, el concepto de penetración de un SEV, tan claro a primera vista, depende de muchos factores, y no puede establecerse fácilmente, y mucho menos "a priori". Por consiguiente las antiguas reglas "empíricas" que atribuían los valores observados en superficie a una determinada profundidad, igual a una fracción fija de la distancia entre los electrodos de corriente, carecen por completo de base, y en muchos casos no se acercan ni remotamente a la realidad.

Puede ocurrir, incluso, que la penetración de un SEV no crezca con la distancia *AB*, desde un cierto valor de ésta. Esto sucederá siempre que a una cierta profundidad z_0 exista una capa perfectamente aislante o perfectamente conductora, pues en tal caso, la corriente no podrá pasar por debajo de dicha capa, por lo que la penetración de un SEV efectuado en estas condiciones, no podrá ser nunca superior a z_0 por mucho que se aumente la distancia *AB*. En la práctica se dan casos de este tipo en formaciones donde existen capas muy resistivas, generalmente de anhidrita.

Volveremos a ocuparnos de esta cuestión, desde un punto de vista práctico, en el capítulo V.

IV.3 EFECTOS LATERALES. PUNTO DE ATRIBUCION

No debe creerse que las resistividades aparentes medidas por un SEV dependan únicamente de las resistividades verdaderas presentadas por aquellas zonas del subsuelo que se encuentran bajo el segmento *AB*. Por ejemplo, consideremos el caso (fig. IV-2), de un subsuelo compuesto por

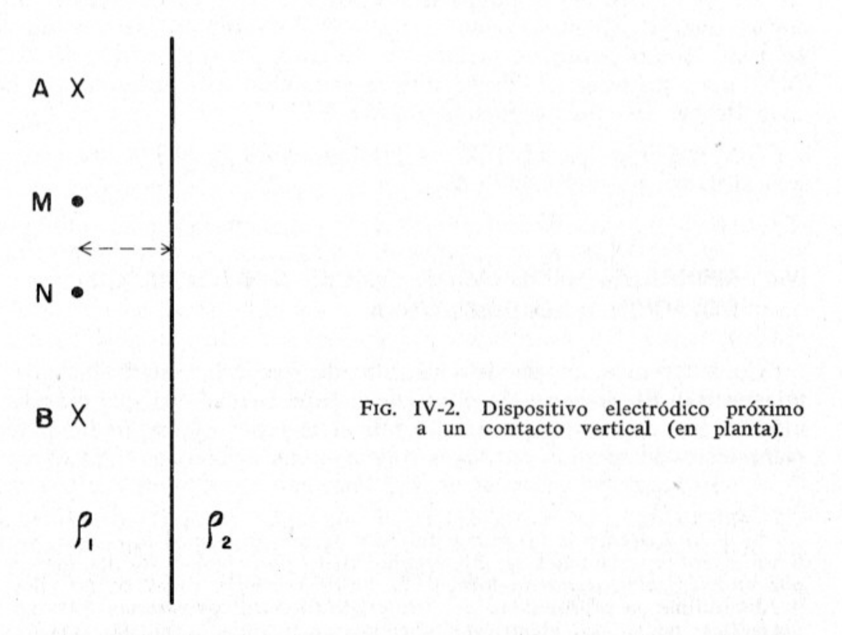


FIG. IV-2. Dispositivo electródico próximo a un contacto vertical (en planta).

dos partes de diferente resistividad ρ_1 y ρ_2, cuya frontera es un plano vertical. Si efectuamos un SEV sobre el primer medio, con dispositivo

orientado paralelamente al plano de separación, las líneas de corriente que unen *A* y *B* sufrirán refracción al pasar del medio 1 al 2, y lo mismo ocurrirá a las equipotenciales, por ser ortogonales a las primeras. Por lo tanto, la diferencia de potencial ΔV entre *M* y *N* se verá afectada por la presencia del medio 2 y este efecto se hará tanto más marcado cuánto mayor sea la distancia *A B* respecto de la del centro *O* al plano de separación. Esto constituye un caso de *efecto lateral,* el cual sería mucho más marcado si no existiese paralelismo entre el dispositivo y el plano de separación, y el electrodo *A* o el *B* penetrasen en el segundo medio.

Se deduce de esto que las resistividades aparentes determinadas por un SEV están influidas por la distribución de resistividades en un cierto volumen de terreno, el cual resulta de difícil evaluación, no sólo porque la atenuación con la distancia de la densidad de corriente es gradual, sino porque la perturbación producida por una determinada heterogeneidad varía con el contraste de resistividad que presenta respecto del medio que le rodea y puede hacerse notar a distancias mayorès si aumenta dicho contraste.

En estas condiciones, no resulta claro cuál es el *punto de atribución* de un SEV, esto es, el punto del terreno a cuya vertical deben atribuirse los resultados obtenidos por el SEV. Por evidentes razones de simetría, se toma como punto de atribución de cada SEV el centro *O* del dipolo *MN,* pero no debe olvidarse que la medición está influida por un volumen de terreno más o menos grande. *

Sin embargo, en el SEV es predominante el efecto de las formaciones situadas bajo el centro *O*.

IV.4 MEDIOS ESTRATIFICADOS. CORTES GEOELECTRICOS. NOTACION Y NOMENCLATURA

Consideremos un medio estratificado general, compuesto por dos semiespacios. El primero de ellos, de conductividad nula, representa la atmósfera; el segundo, que representa el terreno, es un medio heterogéneo compuesto de medios parciales homogéneos e isótropos, de extensión la-

---

* Esta aparente inferioridad del SEV frente al sondeo mecánico, se convierte a veces en ventaja, pues la información dada por el SEV resulta menos afectada por condiciones puramente locales. El autor recuerda casos en los que al tratar de determinar la profundidad del firme granítico en los estudios previos para una presa, las mediciones eléctricas indicaban profundidades mucho mayores que algunos sondeos mecánicos de orientación. Posteriormente pudo comprobarse que los últimos no habían cortado el granito firme, sino bolos sueltos, los cuales, por su reducido tamaño, no influyeron en las mediciones eléctricas.

teral indefinida y cuyas superficies de separación son paralelas entre sí y al plano aire-terreno (fig. IV-3).

Para caracterizar cada medio estratificado, bastará dar el espesor E_i y la resistividad ρ_i de cada medio parcial isótropo de índice i, numerando éstos de arriba abajo, esto es, comenzando por el medio contiguo al semiespacio que representa la atmósfera. Cada uno de estos medios parciales será denominado *capa geoeléctrica.* Las distancias de la superficie

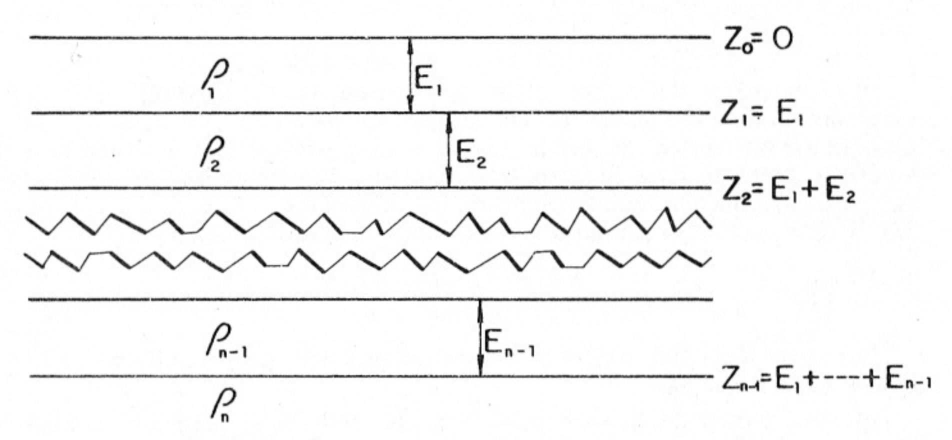


FIG. IV-3. Corte geoeléctrico estratificado y su notación.

límite aire-tierra a cada una de las demás, o sea las profundidades de los "contactos" respectivos se representarán por z_1, z_2, z_3, etc.

La especificación de espesores y resistividades de cada medio estratificado del tipo descrito, recibe el nombre de *corte geoeléctrico.* Un corte geoeléctrico compuesto por n capas requiere para su especificación el conocimiento de n resistividades y $n-1$ espesores o $n-1$ profundidades (puesto que la última capa, denominada *sustrato,* tiene siempre espesor infinito) o sea en total $2n-1$ parámetros.

Los cortes geoeléctricos pueden clasificarse atendiendo al número de capas que los componen. Los cortes del mismo número de capas pueden subdividirse según el orden en que aparezcan, en los sucesivos contactos, resistividades mayores o menores que en la capa suprayacente.

Para el uso más cómodo de esta clasificación, es muy conveniente establecer algún sistema de notación. Emplearemos aquí la seguida por los autores soviéticos, cuyo origen exacto desconocemos y que ha sido introducida hace pocos años en Occidente (ORELLANA, 1965; ORELLANA y MOONEY, 1966; KELLER Y FRISCHKNECHT, 1966; BHATTACHARYA y PATRA, 1968, y otros).

Los símbolos de esta notación son los siguientes:

a) Los cortes de dos capas, de los cuales existen dos tipos ($\rho_1 < \rho_2$ y $\rho_1 > \rho_2$) no llevan símbolo especial.

b) Las letras latinas * *H, K, Q, A,* representan respectivamente los cuatro tipos posibles para cortes geoeléctricos de tres capas que son:

1. Tipo *H*: $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$
2. Tipo *K*: $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$
3. Tipo *Q*: $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$
4. Tipo *A*: $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$

c) Los cortes de cuatro capas se distribuyen en 8 grupos, que se designan como combinación de los anteriores; para ello se consideran las tres primeras capas y se les asigna la letra correspondiente de la lista anterior; luego se hace lo propio con las tres últimas capas. Así, el tipo *AA* corresponde a la combinación de resistividades $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3 < \rho_4$ y el *HK* a $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3 > \rho_4$. Sólo son posibles los tipos siguientes:

HK, HA, KH, KQ
QQ, QH, AK, AA

Los tipos *KK, HH, HQ,* etc., carecen de sentido, pues implican condiciones contradictorias.

d) Los cortes de cinco o más capas se simbolizan siguiendo el mismo método. Se consideran en primer lugar las tres primeras capas y se les asigna la letra correspondiente indicada en el párrafo *b*); luego se hace lo mismo con las capas segunda, tercera y cuarta, después con las tercera, cuarta y quinta, etc.

Dado un tipo de corte geoeléctrico de $n-1$ capas, pueden deducirse de él dos tipos diferentes de cortes de n capas, según que la que se añada (por debajo de la última, dando a ésta previamente espesor finito) sea más conductora o más resistiva que la anterior. Para el caso de dos capas existen dos tipos: luego, en general, existirán 2^{n-1} tipos de n capas.

En la figura IV-4, se dan algunos ejemplos de distribuciones de resistividad con indicación del tipo de corte a que pertenece, según la notación expuesta. Las profundidades se representan en abscisas, y las resistividades en ordenadas.

Si al representar gráficamente la distribución de resistividades en un corte geoeléctrico empleamos escalas logarítmicas en ambos ejes, se ob-

---

* El desconocimiento de que se trata de letras latinas hizo que algunos traductores del *Geophysical Abstracts,* trasliterasen la *H* en *N,* tomando a la primera por letra cirilica, cuando en realidad se trata de la inicial del apellido del geofísico alemán J. N. Hummel.

tendrá una gráfica escalonada del mismo tipo que las representadas en la figura IV-4 aunque quedará modificado el tamaño de los escalones. Llamaremos a estos gráficos logarítmicos *curvas de resistividades verdaderas* (abreviadamente *CRV*).

Si, dado un corte geoeléctrico, cambiamos las resistividades ρ_1, ρ_2, ρ_3, etc., por sus valores respectivos ρ_1^{-1}, ρ_2^{-1}, ρ_3^{-1}, etc., y conservamos fijos los espesores E_1, E_2, etc., el nuevo corte se llama *recíproco* del anterior. Teniendo en cuenta las propiedades de la representación logarítmica re-

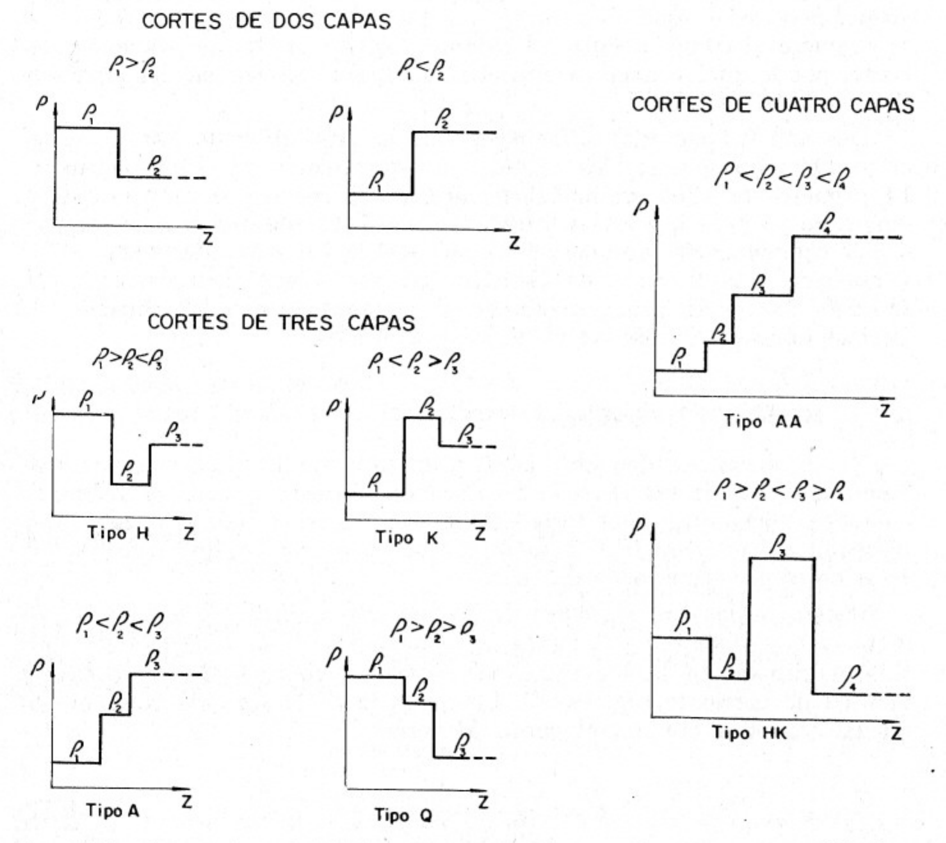


FIG. IV-4. Curvas de resistividad verdadera (CRV) para diversos cortes geoeléctricos. Nomenclatura de los tipos de cortes.

sulta que, si dos cortes son recíprocos entre sí, sus respectivas *CRV* serán mutuamente simétricas respecto del eje de abscisas ($\rho = 1$). Esta *simetría de los cortes recíprocos* será utilizada más adelante.

IV.5 RESOLUCION DEL PROBLEMA DIRECTO PARA MEDIOS ESTRATIFICADOS

El problema directo de la Prospección Geoeléctrica sobre medios estratificados es el de la determinación del potencial producido en la superficie límite aire-tierra de un medio de este tipo por una fuente puntual de corriente situada en dicha superficie. Resuelto este problema, la solución hallada puede extenderse, por superposición, al caso de varias fuentes puntuales (electrodos de emisión), y en general a cualquier dispositivo electródico, salvo que éste fuese del tipo Schlumberger. En este caso se requiere el conocimiento del campo eléctrico en la superficie del terreno, por lo que se hace preciso el cálculo, por derivación, del gradiente del potencial hallado.

Dos son los métodos principales que se han utilizado para abordar el problema propuesto, los cuales son equivalentes en último término. El primero de ellos, cronológicamente, es el método de las imágenes, empleado ya para medios estratificados por J. C. Maxwell en las páginas 443 y siguientes del volumen I de su célebre *Tratado* (MAXWELL, 1891) y aplicado a la Prospección Geoeléctrica por el geofísico alemán J. N. HUMMEL (1929). El segundo método es la integración de la ecuación de Laplace aplicada al caso de medios estratificados.

IV.5.1 Método de las imágenes

No es necesario describir aquí el método de las imágenes, ampliamente usado en la teoría de la Electricidad. En este caso, el problema se complica, pues surge una serie infinita de imágenes, como puede verse tomando como ejemplo el caso más sencillo de medio estratificado que es el corte geoeléctrico de dos capas.

Sean ρ_1, ρ_2 las resistividades de las dos capas, E el espesor de la primera, y r la distancia del punto de observación M al electrodo de emisión A situado en la superficie del terreno y considerado como fuente puntual de corriente (fig. IV-10). En ausencia de la segunda capa, el potencial U_M observado en el punto M sería

$$U_M = \frac{I\rho_1}{2\pi}\,\frac{1}{r} = \frac{e}{r} \qquad \text{(III,12)}$$

donde se ha representado por e (*emisividad*) a la fracción que multiplica a la inversa de r.

El efecto de la segunda capa se suele calcular en el método de las imágenes mediante la inclusión de una fuente ficticia o imagen A_1, de

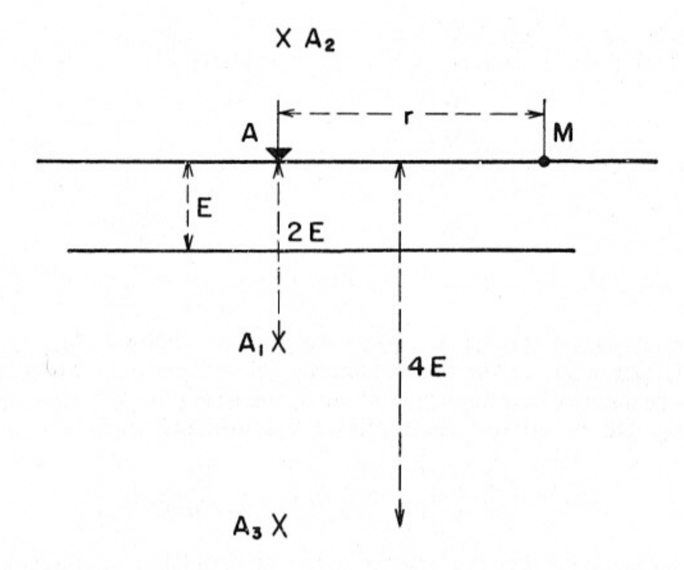


FIG. IV-5. Cálculo del potencial en la superficie de un corte de dos capas, por el método de las imágenes.

ubicación simétrica de la de *A* respecto del contacto entre las dos capas, y de emisividad *Ke* donde *K* es el llamado factor de reflexión

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \qquad \text{(IV,3)}$$

pero, por existir dos superficies límites, A_1 se reflejará en la del terreno, produciendo una fuente ficticia A_2 simétrica respecto de dicha superficie, la cual se reflejará a su vez en el contacto entre las dos capas y así sucesivamente, obteniendo la serie infinita de imágenes enunciada.

Las distancias de estas imágenes al punto *M* pueden calcularse mediante la expresión general

$$r_n = [r^2 + (2\,nE)^2]^{1/2} \qquad \text{(IV,4)}$$

donde r_n es la distancia $\overline{A_nM}$, pues las distancias verticales al suelo se incrementan a cada reflexión en el valor $2\,E$.

Por otra parte, las emisividades de las fuentes imagen A_n se obtienen multiplicando por el mismo factor *K* cuando el reflector es el contacto entre las dos capas y por la unidad cuando se trate de la superficie tierra-aire, por ser infinita la resistividad del aire. Por lo tanto, las emisividades de las sucesivas fuentes imagen serán respectivamente:

A	e
A_1	Ke
A_2	Ke
A_3	K^2e
A_4	K^2e
.	.
.	.
.	.
.	.

Obsérvese que la distancia y emisividad de las fuentes A_{2n-1} y A_{2n} son iguales. El potencial en M será la suma del debido a la fuente real y a todas las imágenes, las cuales pueden agruparse por pares, en virtud de lo anterior. De modo que se escribirá finalmente:

$$U_M = \frac{\rho_1 I}{2\pi}\left(\frac{1}{r} + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{K^n}{(r^2 + 4\,n^2\,E^2)^{1/2}}\right) \qquad \text{(IV,5)}$$

serie de lenta convergencia, que resuelve el problema propuesto. Cuando hay más de dos capas, la cuestión se complica notablemente, por lo que es preferible obtener la solución por otro método, como el que se expone a continuación.

IV.5.2 La integral de Stefanescu

Intentaremos resolver el mismo problema de dos capas, planteado en forma de ecuación diferencial. Utilizaremos un sistema de coordenadas cilíndricas r, z, φ con su origen en el electrodo A. En todos los puntos del espacio, excepto el origen, el potencial habrá de cumplir la ecuación de Laplace

$$\nabla^2 U = 0 \qquad \text{(III,8)}$$

según se vio en el capítulo III. En este caso, la citada ecuación, en coordenadas cilíndricas, se escribirá simplemente

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \qquad \text{(IV,6)}$$

ya que que el término en φ se anula por la simetría del problema. Como la laplaciana del potencial no se anula en el origen, se trata de un problema no homogéneo, cuya solución será la suma de la solución general del problema homogéneo con una integral particular del no homogéneo.

Comenzaremos por buscar la solución general del problema homogéneo, por el método de separación de variables, poniendo

$$U = R(r) \cdot Z(z) \tag{IV,7}$$

Sustituyendo esta expresión de U en la (IV,30) se llega a

$$\frac{1}{R(r)}\left(\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR}{dr}\right) + \frac{1}{Z(z)}\frac{d^2Z}{dz^2} = 0 \tag{IV,8}$$

donde las derivadas parciales se han convertido en totales, por ser, tanto R como Z, funciones de una sola variable.

Para que se verifique la última ecuación, cuyos dos términos son independientes entre sí, por ser función de variables distintas, ambos términos habrán de ser iguales a un mismo parámetro, pero con signos opuestos. Sea λ^2 este parámetro. Entonces

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z(z)}\frac{d^2Z}{dz^2} &= \lambda^2 \\ \frac{1}{R(r)}\left(\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR}{dr}\right) &= -\lambda^2 \end{aligned} \tag{IV,9}$$

cuyas soluciones respectivas son

$$\begin{aligned} Z(z) &= e^{\pm\lambda z} \\ R(r) &= J_0(\lambda r) \end{aligned} \tag{IV,10}$$

donde $J_0(\lambda r)$ es, como de costumbre, la función de Bessel de primera especie y orden cero. Cualquier combinación lineal

$$(A' e^{-\lambda z} + B' e^{\lambda z}) J_0(\lambda r)$$

de las dos soluciones será solución de la ecuación homogénea (IV,8); la combinación más general se obtendrá haciendo que los coeficientes arbitrarios A' y B' sean funciones del parámetro λ, e integrando respecto de esta variable desde cero hasta infinito:

$$U = \int_0^\infty [A'(\lambda) e^{-\lambda z} + B'(\lambda) e^{\lambda z}] J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{IV,11}$$

Para obtener la solución general del problema no homogéneo, sumaremos a la solución general (IV,11) del homogéneo una solución particular del primero. Entre éstas, la más sencilla es la correspondiente a un semiespacio uniforme de resistividad ρ_1 ya estudiada (apartado III, 2) y que es

$$U = \frac{I\rho_1}{2\pi} \frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}} \tag{IV,12}$$

o sea la (III,9) en el sistema de coordenadas ahora utilizado. A fin de poder expresar la suma de las dos soluciones en forma más compacta, puede utilizarse la conocida integral de Weber-Lipschitz

$$\frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}} = \int_0^\infty e^{-\lambda|z|} J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{IV,13}$$

Resulta entonces

$$U_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [e^{-\lambda z} + A(\lambda)\, e^{-\lambda z} + B(\lambda)\, e^{\lambda z}]\, J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{IV,14}$$

Siendo

$$A'(\lambda) = A(\lambda) \frac{I\rho_1}{2\pi}$$

$$B'(\lambda) = B(\lambda) \frac{I\rho_1}{2\pi}$$

El subíndice de U en la fórmula anterior alude a que esta es válida en la primera capa. Para la segunda, el potencial será análogamente

$$U_2 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [C(\lambda)\, e^{-\lambda z} + D(\lambda)\, e^{\lambda z}]\, J_0(\lambda)\, d\lambda \tag{IV,15}$$

donde no se incluye la solución particular, dado que en esta capa no hay fuentes, y por lo tanto, el problema es homogéneo. Conviene aclarar que la presencia en esta fórmula de la resistividad ρ_1 de la primera capa, y no de la ρ_2 como quizás esperara el lector, obedece a razones de conveniencia, para la más fácil aplicación de las condiciones de contorno. La validez de este cambio resulta de que aún no han sido determinadas las funciones $C(\lambda)$ y $D(\lambda)$ por lo que puede introducirse en la fórmula cualquier factor arbitrario, en este caso ρ_1/ρ_2.

Las soluciones generales (IV,14) y ((IV,15) resolverán el problema propuesto, una vez que se determinen las funciones $A(\lambda)$, $B(\lambda)$, $C(\lambda)$ y $D(\lambda)$. Debe advertirse que desde el punto de vista práctico, sólo interesa el potencial en la superficie del terreno, único observable en general, y si se calcula el potencial en el interior de la segunda capa, es sólo por ser ello necesario para la resolución del problema propuesto.

Para la determinación de dichas funciones, se aplicarán las condiciones de contorno:

a) U_2 habrá de anularse en el infinito, por tratarse de un potencial, luego

$$D(\lambda) = 0$$

b) El campo eléctrico no puede tener componente normal a la superficie $z = 0$, ya que el semiespacio superior es aislante, luego habrá de ser

$$\left(\frac{\partial U_1}{\partial z} \right)_{z=0} = 0$$

Como esta condición ya la cumple la solución particular (apartado III,3), bastará con imponérsela ahora a la general de la homogénea. Será

$$\frac{\partial U_1}{\partial z} = \int_0^\infty [-\lambda\, A(\lambda)\, e^{-\lambda z} + \lambda\, B(\lambda)\, e^{\lambda z}]\, J_0(\lambda r)\, d\lambda$$

que habrá de anularse para $z = 0$, y como es $J_0(\lambda r) \neq 0$ en general, habrá de ser

$$-\lambda\, A(\lambda) + \lambda\, B(\lambda) = 0$$

o sea

$$A(\lambda) = B(\lambda)$$

Las expresiones de los potenciales U_1 y U_2 quedarán ahora en la forma

$$U_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [\mathrm{e}^{-\lambda z} + A(\lambda)\, (e^{-\lambda z} + e^{\lambda z})]\, J_0(\lambda r)\, d\lambda$$

$$U_2 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty C(\lambda)\, e^{-\lambda z}\, J_0(\lambda r) d\lambda \qquad \text{(IV,16)}$$

c) En el contacto entre ambas capas ($z = E$) habrá de ser $U_1 = U_2$ (continuidad del potencial, apartado III,3), luego se tendrá

$$e^{-\lambda E} + A(\lambda)\, (e^{-\lambda E} + e^{\lambda E}) = C(\lambda)\, e^{-\lambda E} \qquad \text{(IV,17)}$$

d) La continuidad de las componentes normales del vector **J** para $z = E$ exige que sea

$$\frac{1}{\rho_1} \left(\frac{\partial U_1}{\partial z} \right)_{z=E} = \frac{1}{\rho_2} \left(\frac{\partial U_2}{\partial z} \right)_{z=E}$$

que aplicada a las (IV,40) da

$$\rho_2 \left[e^{-\lambda E} + A(\lambda)\left(e^{-\lambda E} - e^{\lambda E}\right)\right] = \rho_1 C(\lambda)\, e^{-\lambda E} \tag{IV,18}$$

Eliminando $C(\lambda)$ entre las (IV,40) y (IV,41) resulta

$$A(\lambda) = B(\lambda) = \frac{(\rho_2 - \rho_1)\, e^{-\lambda E}}{\rho_1 (e^{-\lambda E} + e^{\lambda E}) + \rho_2 (e^{\lambda E} - e^{-\lambda E})} =$$

$$= \frac{(\rho_2 - \rho_1)\, e^{-\lambda E}}{(\rho_2 + \rho_1)\, e^{\lambda E} - (\rho_2 - \rho_1)\, e^{-E\lambda}} = \frac{K\, e^{-\lambda E}}{e^{\lambda E} - K\, e^{-\lambda E}} \tag{IV,19}$$

donde se ha puesto

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \tag{IV,3}$$

que es el mismo factor de reflexión utilizado en el método de las imágenes.

Sustituyendo la expresión (IV,19) en la primera de las (IV,16) y haciendo $z = 0$ resulta finalmente

$$U_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty \left(1 + 2\, \frac{K\, e^{-\lambda E}}{e^{\lambda E} - K\, e^{-\lambda E}}\right) J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{IV,20}$$

que puede escribirse también

$$U_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1 + K\, e^{-2\lambda E}}{1 - K\, e^{-2\lambda E}}\, J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{IV,21}$$

que es la solución buscada para el potencial en la superficie límite tierra-aire.

La identidad de este resultado con el (IV,5) obtenido por el método de las imágenes se prueba fácilmente. Desarrollando en serie el integrando se tiene

$$\frac{1 + K\, e^{-2\lambda E}}{1 - K\, e^{-2\lambda E}}\, J_0(\lambda r) = [1 + 2\,(K\, e^{-2\lambda E} + K^2\, e^{-4\lambda E} +$$

$$\dots + K^n\, e^{-2n\lambda E} + \dots]\, J_0(\lambda r) = J_0(\lambda r) + 2\,[K\, e^{-2\lambda E}\, J_0(\lambda r) + \dots$$

$$\dots + K^n\, e^{-2n\lambda E}\, J_0(\lambda r) \dots]$$

expresión que puede integrarse término a término, por medio de la fórmula de Weber-Lipschitz,

$$\int_0^\infty e^{-2n\lambda E} J_0(\lambda r) = \frac{1}{(r^2 + 4\, n^2 E^2)^{1/2}} \tag{IV,22}$$

volviéndose a encontrar así la ecuación (IV,29) lo que demuestra la equivalencia de ambos métodos.

IV.5.3 Caso de n capas

El procedimiento de cálculo que se acaba de exponer fue aplicado por primera vez al problema de los medios estratificados por el rumano Sabba Stefanescu, en un trabajo realizado en colaboración con los Schlumberger (STEFANESCO *et al*, 1930) si bien la idea del método se encuentra ya en una nota de J. J. Thomson, añadida por éste al *Tratado* de Maxwell (I, p. 444), donde se sugiere la aplicación de la integral de Weber-Lipschitz a las expresiones obtënidas por el genial físico escocés por el método de las imágenes.

En el artículo de Stefanescu, se dan explícitamente las soluciones para los casos de tres y de cuatro capas, que se obtienen del mismo modo que para dos, considerando los potenciales U_3, U_4 en el interior de las nuevas capas y aplicándoles las mismas condiciones de contorno *c*) y *d*) con los índices de capa correspondientes, y resolviendo el sistema de ecuaciones que resulta para las funciones $A(\lambda)$, $B(\lambda)$, etc. Como es obvio, la condición de contorno *a*) se aplica a la última capa. Este procedimiento puede extenderse sin dificultad para el caso general de n capas.

El autor ha preferido exponer el caso de dos capas, que por su mayor sencillez es más apto para que el lector comprenda con claridad el principio y los detalles del método, tratando el caso general en un apéndice.

En resumen, el potencial en la superficie de un medio estratificado puede expresarse en la forma

$$U = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty N_n(\lambda)\, J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{IV,23}$$

donde N_n es una función de los espesores y resistividades de las capas del corte, así como del parámetro de integración λ y cuya expresión, para el caso de dos capas, aparece explícitamente en la (IV,21). Más abajo se indicará cómo puede obtenerse su expresión general.

IV.5.4 Resistividad aparente

Conocido el potencial en la superficie del terreno, puede deducirse de él la solución del problema directo en la forma más interesante para el prospector: dado un corte geoeléctrico estratificado, determinar la

curva de resistividades aparentes que se obtendría sobre él con un dispositivo electródico determinado.

El dispositivo más interesante en la práctica es el tetraelectródico de Schlumberger, para el que la resistividad aparente viene dada por

$$\rho_a = \pi r^2 \frac{E}{I} \tag{IV,24}$$

que es la misma (III,27) con un ligero cambio de notación. Ahora bien,

$$\begin{aligned} E = -\frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{I\rho_1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial r} \int_0^\infty N_n(\lambda)\, J_0(\lambda r)\, d\lambda = \\ = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty N_n(\lambda)\, J_1(\lambda r)\, \lambda\, d\lambda \end{aligned} \tag{IV,25}$$

pues como es sabido

$$\frac{\partial\, J_0\,(\lambda r)}{\partial r} = -\lambda\, J_1(\lambda r) \tag{IV,26}$$

donde $J_1(\lambda r)$ es la función de Bessel de primera especie y orden uno.

Sustituyendo en la (IV,24) resulta

$$\rho_a = \rho_1\, r^2 \int_0^\infty N_n(\lambda)\, J_1(\lambda r)\, \lambda\, d\lambda \tag{IV,27}$$

donde ha desaparecido el divisor 2, porque el campo está producido por dos electrodos de idéntica emisividad.

Para el dispositivo Wenner, la fórmula de la resistividad aparente es

$$\rho_a = 2\pi\, r \frac{\Delta V}{I}$$

ecuación idéntica a la (III,25) salvo la notación. En este caso ΔV es la diferencia de potencial entre puntos situados a las distancias r y $2r$ de los dos electrodos de emisión, por lo que se tendrá

$$\Delta V = \frac{I\rho_1}{\pi} \int_0^\infty N_n(\lambda)\, J_0(\lambda r)\, d\lambda - \frac{I\rho_1}{\pi} \int_0^\infty N_n(\lambda)\, J_0(2\,\lambda r)\, d\lambda \tag{IV,28}$$

y por lo tanto

$$\rho_a = 2\,\rho_1\, r \int_0^\infty N_n(\lambda)\, J_0(\lambda r)\, d\lambda - 2\,\rho_1\, r \int_0^\infty N_n(\lambda)\, J_0(2\,\lambda r)\, d\lambda \tag{IV,29}$$

Lo que sigue de este capítulo se refiere exclusivamente al dispositivo Schlumberger, salvo advertencia en contrario.

En la expresión (IV,27) la función N_n viene a representar, en forma condensada, las condiciones de contorno, o si se prefiere, la distribución vertical de las resistividades del corte. La citada expresión puede considerarse como una transformación de Hankel, en la que $J_1(\lambda r)$ es el núcleo. Sin embargo, los diversos autores que se han ocupado del tema (entre ellos el de este libro) llaman *núcleo* (Kernel) a la función N_n, en contra del uso común en la Matemática. Por esta razón es preferible designar a N_n con el nombre de *función característica,* propuesta por KING (1933), y que es el que se utilizará en esta obra.

Puede decirse, pues, que la resistividad aparente medida con un dispositivo Schlumberger en la superficie límite de un medio estratificado es una transformada de Hankel de la función característica de dicho medio.

Las propiedades de la función característica se estudian en el apartado IV.10.

IV.5.5 Cálculo numérico de las curvas de resistividad aparente

Las expresiones (IV-27) y (IV.29) permiten calcular la curva de resistividades aparentes que corresponde a un corte dado, una vez determinada la función característica del corte. (Véase el apartado IV.9.) Dicho cálculo no es nada sencillo, puesto que las integrales que aparecen en las expresiones mencionadas no han podido reducirse a fórmulas donde sólo figuren un número finito de funciones conocidas y tabuladas.

Son diversos los procedimientos ideados para vencer esta dificultad. HUMMEL (1929), ROMAN (1959) y (1963) y otros han empleado el método de las imágenes, muy complicado cuando el corte tiene más de dos capas. FLATHE (1955) y VANYAN *et al* (1962) propusieron métodos aproximados. Otros autores [MOONEY y WETZEL (1956), BARANOV y TASSENCOURT] recurrieron a cuadraturas aproximadas. En la segunda mitad del decenio de los años sesenta el método más empleado fue el de Mooney, basado en el desarrollo en serie de la función característica; se usó también otro método muy semejante, el de VAN DAM (1965). Ambos fueron utilizados para cálculo de colecciones de curvas maestras. Más detalles sobre éstos y otros métodos pueden verse en ORELLANA (1965) y en el trabajo citado a continuación.

El método de Mooney (MOONEY *et al,* 1965) exige que todos los espesores del corte sean múltiplos enteros de una longitud arbitraria E_0. La FC de Stefanesco se descompone en la serie

$$N'(\lambda) = \sum_{m=1}^{\infty} Q(m)\, u^m; \qquad u = e^{-2\lambda} \qquad \text{(IV,30)}$$

que permite realizar la integración, término a término, de la (IV,27), teniendo en cuenta la (IV,64). y que

$$\int_0^{\infty} \lambda\, e^{-a\lambda} J_1(\lambda)\, d\lambda = \frac{1}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \qquad \text{(IV,31)}$$

Esto se refiere al dispositivo Schlumberger y sus derivados, esto es, los que miden el campo eléctrico. Cuando lo que se mide es el potencial, como ocurre en el dispositivo Wenner, se calculan del mismo modo las dos integrales de la (IV,29), utilizando la expresión

$$\int_0^{\infty} \lambda\, e^{-a\lambda} J_0(\lambda r)\, d\lambda = \frac{1}{(a^2 + r^2)^{1/2}} \qquad \text{(IV,31 bis)}$$

Esta y la anterior se encuentran, con su justificación, en el clásico tratado de WATSON (1966) sobre funciones de Bessel.

Para el caso del dispositivo Schlumberger, después de realizada la integración resulta

$$\rho_a = \rho_1 \left[1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} Q(m) \left(1 + \frac{4\, m^2}{r^2} \right)^{-\frac{3}{2}} \right] \qquad \text{(IV,32)}$$

donde es $r = AB/2$. La convergencia de esta serie es muy lenta, por lo que cuando r es grande, se hace preciso sumar miles de términos. Es preciso, pues, disponer de un ordenador electrónico de gran capacidad, que puede programarse de modo que determine por sí mismo los coeficientes $Q(m)$ correspondientes al corte dado, y con ellos calcule la serie (IV,32) hasta un término dado, cuyo índice puede determinar el propio ordenador aplicando algún criterio de error. De este modo, el cálculo de una CRA, con unos treinta puntos, puede efectuarse en muy pocos minutos.

El método de Mooney adolece de algunos inconvenientes. Entre ellos figuran la exigencia de que todos los espesores del corte hayan de tener un divisor común, lo que impide el uso del método para cortes cualesquiera. Por otra parte el tiempo de ordenador requerido no es corto, por lo que el método resulta caro, e incluso prohibitivo si hay muchas capas (ZOHDY, 1975a).

Por estas causas, el método ahora en boga es el de convolución. Este método tiene su origen en una idea de KUNETZ (1966). Este autor transforma la integral (IV.27) mediante un cambio de variables que aquí se

expondrá con alguna modificación:

Si se definen dos nuevas variables x e y por medio de las ecuaciones

$$e^{-x} = \lambda; \qquad e^{y} = r \tag{IV,33}$$

y se sustituyen éstas en la (IV,27) se obtiene

$$\rho_a(y) = \int_0^{\infty} f_1(x)\, f_2(y - x)\, dx \tag{IV,34}$$

siendo

$$f_1(x) = \rho_1 N_n(e^{-x}) \tag{IV,35}$$

$$f_2(y - x) = J_1\, (e^{y-x})\, e^{2(y-x)} \tag{IV,36}$$

La (IV,34) es, evidentemente, una integral de convolución, que puede aproximarse mediante un operador lineal o filtro. Así,

$$(\rho_a)_m = \sum_{j=-\alpha}^{\beta} b_j f_1(m - j) \tag{IV,37}$$

con $m = 0, 1, 2, 3, \ldots$

El cálculo de curvas teóricas de SEV por este procedimiento comenzó a extenderse cuando GHOSH (1971b) publicó los datos de un operador de 9 coeficientes, que había de convolverse con un muestreo de la función característica de tres puntos por década. Como la información así obtenida es pobre, el operador vuelve a aplicarse a otro muestreo de la función característica del mismo espaciado, intercalado en el anterior. La aproximación así conseguida es aceptable, salvo cuando existen en el corte capas de resistividad relativa muy baja.

Mucho más preciso es el filtro calculado por JOHANSEN (1975), con 139 coeficientes, con los que se obtienen diez puntos por década de la curva de resistividades aparentes. NYMAN y LANDISMAN (1977) son autores de otros filtros. SEARA (1979) ha descrito un programa para la obtención de los coeficientes de un filtro para un número cualquiera de coeficientes y puntos de muestreo.

Con las fórmulas de convolución, el tiempo de cálculo de una curva de resistividades aparentes se reduce a una fracción de segundo.

Se han hallado también filtros inversos que transforman la curva de campo en la función característica. El primero parece ser el de los soviéticos Strakhov y Karelina, de 1969, citado por Zohdy. En Occidente se usan los de Ghosh y de otros autores.

Para el cálculo de curvas de resistividad aparente por medio de diferencias finitas, véase el apartado IV.18.3.

IV.6 LA AMBIGÜEDAD DEL PROBLEMA INVERSO Y LAS CURVAS DE DAR ZARROUK

IV.6.1 Morfología de las curvas de SEV

Tan pronto como se pudo disponer de curvas de resistividad aparente calculadas, se estudió la correlación que pudiera existir entre ellas y las C.R.V. de los cortes a que correspondían.

Se averiguó de este modo que cada curva de resistividad aparente reproducía la forma general de la C.R.V. de su corte, pero de modo notablemente suavizado y sin saltos. Así, el bloque elevado intermedio de la C.R.V. de un corte *K* (fig. IV-4) se traduce en un máximo de la resistividad aparente, y la zona hundida que existe en la C.R.V. de un corte *H* (misma figura) se refleja en un mínimo.

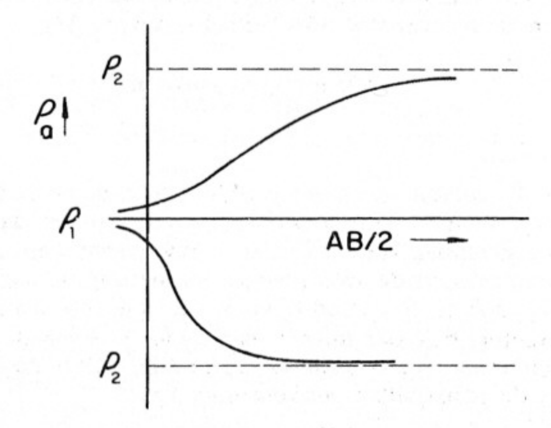


FIG. IV-6. Los dos tipos de curvas de SEV de dos capas.

Las figuras (IV-6) a (IV-9) muestran las curvas de resistividad aparente que corresponden a diversos tipos de cortes de dos a cuatro capas. En ellas puede verse cómo las capas más resistivas que sus vecinas se traducen por máximos, y las más conductoras por mínimos, aunque esto no ocurre siempre. En los cortes *A* y *Q* (figs. IV-7 y IV-8) la presencia del escalón intermedio en la resistividad se manifiesta por una inflexión, que pasa inadvertida cuando la capa intermedia no es suficientemente gruesa.

Hubo una época en que se pensaba que el estudio de las coordenadas de los máximos, mínimos o inflexiones en las curvas de resistividades aparentes era de importancia fundamental, pues de ellas podrían deducirse los espesores y resistividades de las capas geoeléctricas del

terreno sobre el que se hubiere obtenido la curva. Una obra clásica que sigue este enfoque es la de KALENOV (1957). Sin embargo, un conocimiento más amplio del tema ha hecho abandonar este punto de vista.

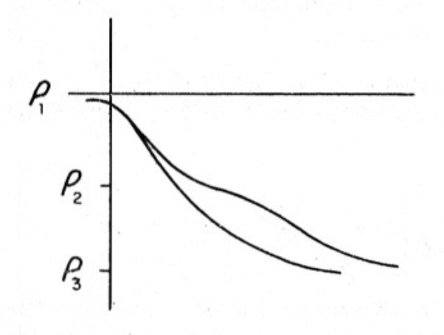


FIG. IV-7. Curvas de SEV tipo Q con y sin inflexión visible.

FIG. IV-8. Curvas de SEV tipo A con y sin inflexión visible.

FIG. IV-9. Varios ejemplos de curvas teóricas de cuatro capas, tomadas de la colección de Orellana-Mooney.

En efecto, cuando pudo realizarse con rigor el cálculo de curvas de resistividad aparente se observó que la solución del problema inverso del SEV no era en general única, pues cortes en apariencia muy distintos podían dar lugar a curvas que diferían entre sí en menos del error experimental de las mediciones de campo, por lo que habían de considerarse como indistinguibles en la práctica.

Por lo tanto, las posiciones de ciertos puntos característicos de una curva de C.R.A. no pueden servir para determinar valores únicos de espesores y resistividades.

IV.6.2 Ambigüedad del problema inverso

Es usual que un mismo conjunto de observaciones geofísicas de campo admita soluciones diversas, o más exactamente, todo un dominio de soluciones válidas. En la interpretación gravimétrica, por ejemplo, existe un teorema de ambigüedad, puesto que dada la anomalía gravimétrica producida por una distribución de masas en el subsuelo, puede hallarse otra diferente que produzca la misma anomalía. La situación en los métodos eléctricos parece, a primera vista, mucho más satisfactoria. En efecto, SLICHTER (1933), LANGER (1933 y 1936) y STEVENSON (1934) han demostrado que en los métodos geoeléctricos la solución es única, y que cortes diferentes producen curvas de SEV diferentes, de donde se sigue que cada una de éstas posee una solución distinta. Desgraciadamente, estos resultados no son aplicables a las curvas de campo de SEV, pues éstas vienen dadas por tan sólo unos cuantos puntos, afectados de inevitables errores de medida, de modo que en vez de una curva geométrica perfectamente determinada, se tiene una serie de cortos segmentos por los que pueden pasar infinitas curvas teóricas (figura IV-10). No es de extrañar, pues, que, como hemos dicho, la unicidad teórica no se cumpla para las curvas de campo.

Un ejemplo del grado de ambigüedad que puede darse en la práctica es el ilustrado en la figura IV-11. En ella se representan las C.R.V. de tres cortes geoeléctricos de cuatro, cinco y nueve capas, respectivamente, que difieren notablemente, aunque tienen ciertos rasgos comunes. Sin embargo, las curvas de resistividades aparentes que corresponden a estos tres cortes difieren entre sí en menos del 5 %, que es el margen de error que se admite usualmente en el trabajo de campo, por lo que son indistinguibles en la práctica (ORELLANA y HERNÁNDEZ, 1979).

Resulta, pues, que la interpretación de una misma curva de campo puede llevar a cortes geoeléctricos dispares entre sí, incluso, en el número de

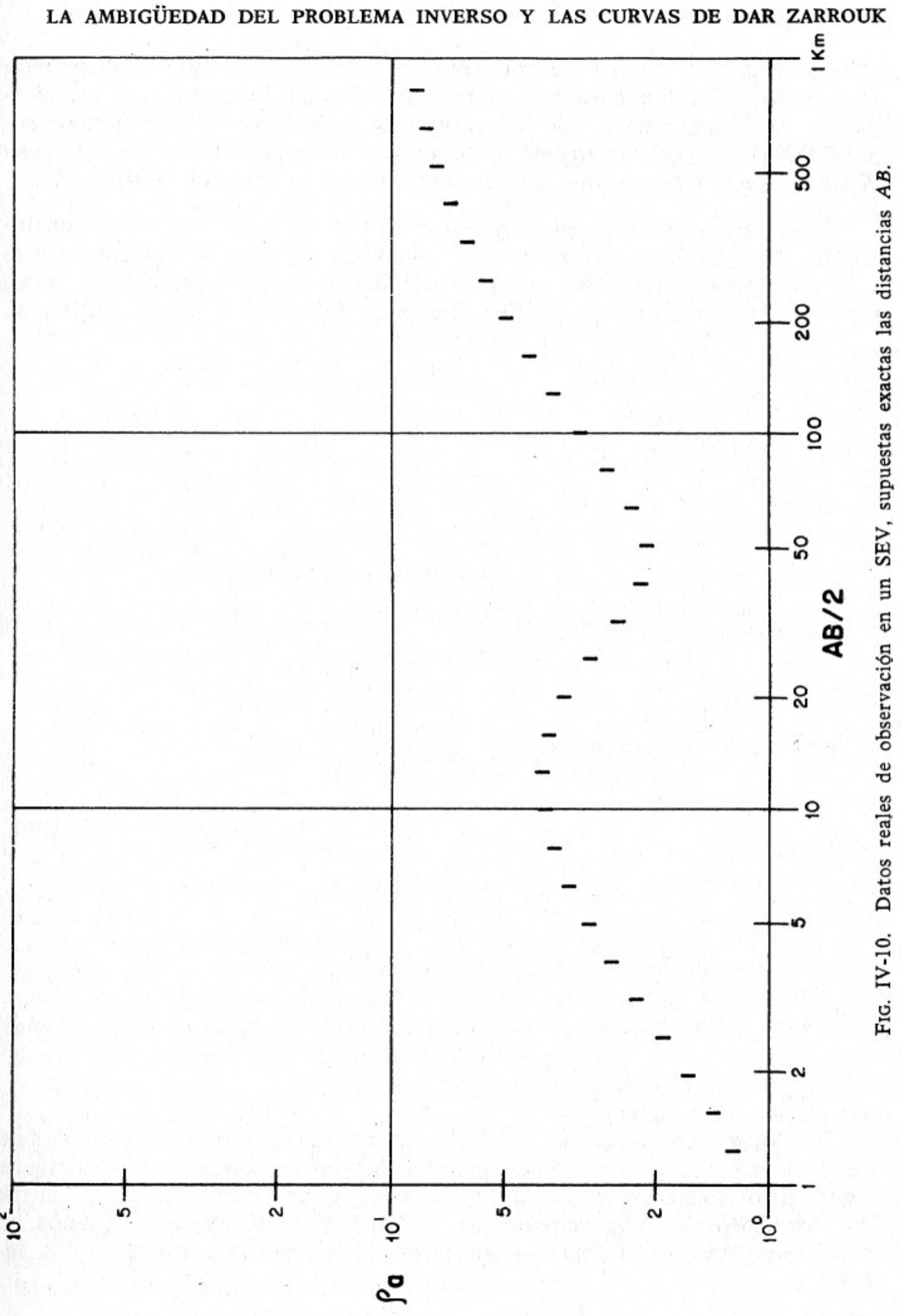


FIG. IV-10. Datos reales de observación en un SEV, supuestas exactas las distancias *AB*.

capas. Esta ambigüedad podría llevar a conclusiones desfavorables para el método SEV. Sin embargo, la multiplicidad de soluciones se transforma en cierta imprecisión de los resultados si la función resistividad-profundidad se expresa en nuevas coordenadas, denominadas *pseudo-profundidad* y *resistividad media,* que se definirán en el apartado siguiente.

Estas nuevas coordenadas, que reciben el nombre común de funciones de Dar Zarrouk, son las que se han utilizado (fig. IV-12) para representar los tres cortes geoeléctricos de la figura IV-11. Como puede verse, las nuevas curvas (*curvas de Dar Zarrouk*) discrepan muy poco entre sí.

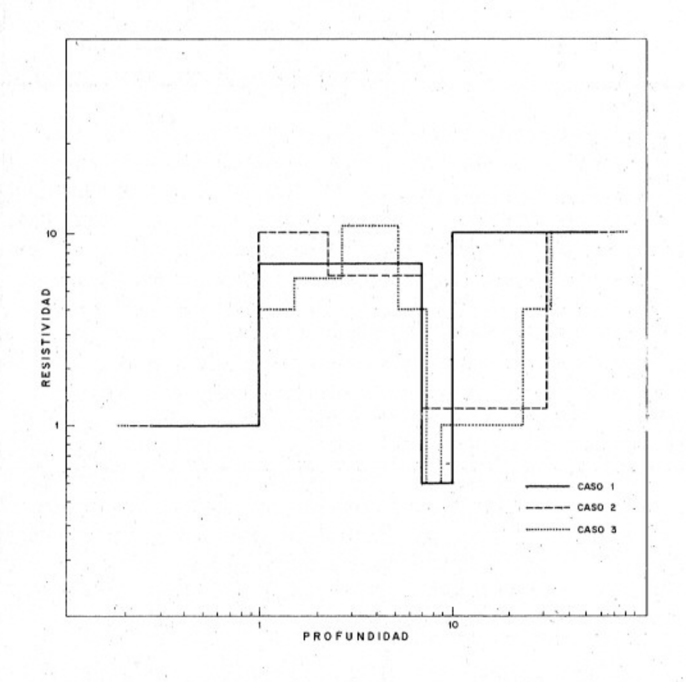


FIG. IV-11. CRV de diversas soluciones de la curva de campo de la figura IV-10.

En consecuencia, hay base para afirmar que a cada curva de campo de SEV corresponde, con algún margen de imprecisión, una sola curva de Dar Zarrouk. La ambigüedad importante aparece al pasar de la curva de Dar Zarrouk a espesores y resistividades, pues errores pequeños en la primera pueden originar alteraciones relativamente grandes en los segundos.

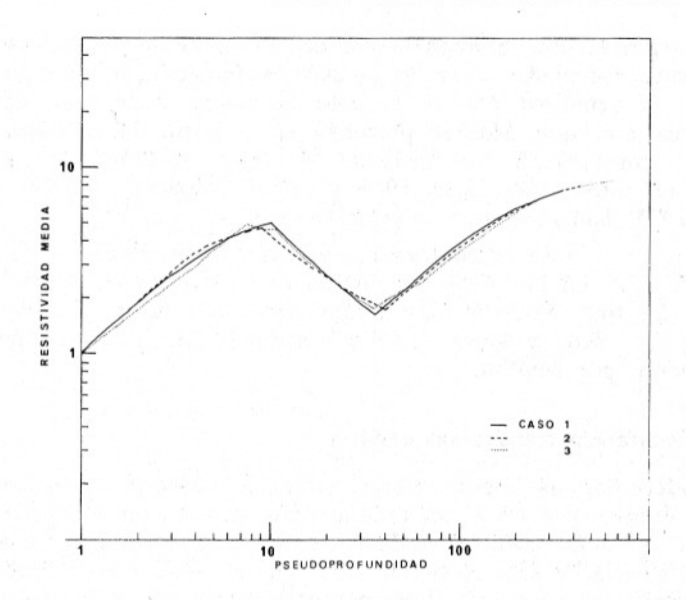


FIG. IV-12. Curvas de Dar Zarrouk de los tres cortes representados en la figura IV-11.

IV.7 PARAMETROS Y FUNCIONES DE DAR ZARROUK

IV.7.1 Introducción

La ambigüedad del problema inverso del SEV fue descubierta por la escuela francesa en uno de los casos más sencillos: dadas ciertas condiciones, en un corte de tres capas del tipo K podía sustituirse la capa intermedia por otra de espesor n veces menor y resistividad n veces mayor, sin que la curva de resistividades aparentes sufriera más que una alteración muy pequeña, inferior al margen de error experimental. Este fenómeno fue denominado *equivalencia.*

El estudio de este fenómeno y de otros análogos llevó al geofísico francés Raimond Maillet al descubrimiento de ciertos parámetros y funciones de importancia fundamental para la teoría de los métodos geoeléctricos, y que fueron dados a conocer en un trabajo de valor decisivo para dicha teoría (MAILLET, 1947). Este autor propuso para los nuevos parámetros la denominación de *parámetros de Dar Zarrouk,* aludiendo con ello a recuerdos personales relacionados con su descubrimiento, efectuado durante una estancia en Túnez.

Desgraciadamente, la importancia de las ideas de Maillet no ha sido debidamente apreciada fuera de la escuela francesa, lo que pudo explicarse en un principio por el carácter abstracto y de gran generalidad matemática con que Maillet presentó su publicación. Aunque algunos geofísicos han aplicado las ideas de Maillet a determinados problemas, tan sólo el autor (ORELLANA, 1963 y 1965), SZARANIEC (1972) y ZOHDY (1965 y 1974) han efectuado aportaciones en este campo.

A continuación se expondrán la definición y propiedades de los parámetros de D.Z. en la forma restringida que corresponde a medios estratificados del tipo descrito más arriba, siguiendo las publicaciones mencionadas del autor y luego se considerará la forma más general dada originalmente por Maillet.

IV.7.2 Resistencia transversal unitaria

Consideremos un medio estratificado del tipo definido más arriba (IV.4) y delimitemos en él un prisma recto de sección cuadrada, con eje perpendicular a la orientación de las capas y de lado igual a la unidad de longitud (fig. IV-13). Si suponemos que el prisma es atravesado por una corriente eléctrica que fluye perpendicularmente a la estratificación, las diferentes capas se comportarán como conductores en serie, por lo

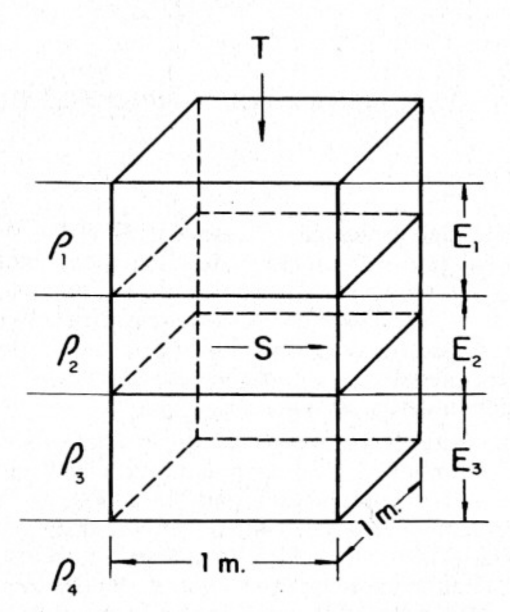


FIG. IV-13. Para la definición de los parámetros de Dar Zarrouk.

que sus resistencias se sumarán. La resistencia del tronco de prisma perteneciente a la capa *i*, será evidentemente,

$$R_i = \rho_i \frac{l}{S} = \rho_i \frac{E_i}{1 \times 1} = \rho_i E_i$$

Este producto se llama *resistencia transversal unitaria,* y aunque Maillet y sus colegas franceses lo presentan por R_L es general ahora el uso de la letra T, así que

$$T_i = E_i \rho_i \qquad \text{(IV,38)}$$

Al conjunto de las n capas primeras, corresponderá la resistencia total

$$T = \sum_i E_i \rho_i \qquad \text{(IV,39)}$$

Las dimensiones de T son las de una resistividad por una longitud, y su unidad en el SI será el ohmio × m². *

IV.7.3 Conductancia longitudinal unitaria

Si en el prisma considerado en el apartado anterior, se supone que la corriente fluye paralelamente a la estratificación, la resistencia del tronco de prisma que corresponde a la capa i será ahora,

$$R_i' = \rho_i \frac{l}{s} = \rho_i \frac{1}{E_i \times 1} = \frac{\rho_i}{E_i}$$

Estas resistencias así definidas no pueden sumarse, por estar en paralelo, por lo que conviene pasar a sus inversas las conductancias, ya que éstas sí poseen la propiedad aditiva. Llamando S_i a la conductancia de la capa i, será

$$S_i = \frac{E_i}{\rho_i} \qquad \text{(IV,40)}$$

Este cociente se llama *conductancia longitudinal unitaria.* Maillet y otros autores franceses representan esta magnitud por la letra C.

El conjunto de las n primeras capas del corte presentará una conductancia total

$$S = \sum_i \frac{E_i}{\rho_i} \qquad \text{(IV,41)}$$

* Al establecer las dimensiones de esta magnitud, debe tenerse en cuenta que la sección transversal no influye, ya que por definición, es igual a la unidad de superficie en cualquier sistema de unidades.

Las dimensiones de S son, evidentemente, las de una conductancia; por lo tanto, habrá de medirse en *siemens*.

Los parámetros T y S vienen a ser, en cierto modo, como las componentes vertical y horizontal de la resistencia. Como en general, la dirección de la corriente en el subsuelo es oblicua, habrá que tener en cuenta ambas magnitudes.

IV.7.4 Pseudo-anisotropía

Consideremos las n primeras capas de un corte geoeléctrico cualquiera. Sea E el espesor total del conjunto, y T y S respectivamente, su resistencia transversal y conductancia longitudinal unitarias. Tratemos de determinar un medio homogéneo con las mismas características. Para ello, calcularemos que resistividad media habrá de tener una sola capa del mismo espesor E que todo el conjunto, de modo que la T sea la misma. Como en la definición de T sólo intervienen corrientes transversales a la estratificación, llamaremos $\rho_\perp$ a dicha resistividad transversal media o equivalente. Evidentemente,

$$T = E\,\rho_\perp \qquad \text{(IV,42)}$$

Análogamente, podemos definir una resistividad longitudinal media $\rho_{\parallel}$ tal que

$$S = \frac{E}{\rho_{\parallel}} \qquad \text{(IV,43)}$$

Si $\rho_\perp$ y $\rho_{\parallel}$ resultasen iguales, habría un medio homogéneo e isótropo con el mismo espesor E y con las mismas T y S que el paquete de capas dado. Si tal fuere cierto, habría de cumplirse que $TS = E^2$, lo que en general no ocurre. Por lo tanto, el medio equivalente buscado es homogéneo, pero no isótropo.

Ejemplo: Sea un conjunto de dos capas con

$$E_1 = 10 \text{ m} \qquad \rho_1 = 20 \ \Omega\text{-m}$$
$$E_2 = 20 \text{ m} \qquad \rho_2 = 50 \ \Omega\text{-m}$$

Entonces:

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= 200 \ \ \Omega \cdot \text{m}^2 \\ T_2 &= 1000 \ \Omega \cdot \text{m}^2 \end{aligned}\right\} \quad T = 1200 \ \Omega\text{-m}^2$$

y por consiguiente:

$$\rho_\perp = \frac{T}{E} = \frac{1200}{30} = 40 \ \ \Omega\text{-m}$$

Análogamente:

$$S_1 = 0,5 \text{ mhos} \qquad S = 0,9 \text{ mhos}$$
$$S_2 = 0,4 \text{ mhos}$$

de donde

$$\rho_{11} = \frac{E}{S} = \frac{30}{0,9} = 33,3$$

lo que prueba que un paquete de capas homogéneas e isótropas se comporta, en cierto modo, como medio anisótropo. Este fenómeno fue denominado por Maillet *pseudo-anisotropía.* Los geofísicos alemanes y soviéticos suelen hablar simplemente de "anisotropía", pero es preferible el empleo de la primera denominación para evitar confusiones con las formas usuales de anisotropía. La pseudo-anisotropía puede expresarse numéricamente del modo acostumbrado, esto es

$$A = \sqrt{\frac{\rho_\perp}{\rho_{11}}} \qquad \text{(IV,44)}$$

También puede definirse una resistividad media ρ_m tal que

$$\rho_m = \sqrt{\rho_\perp \, \rho_{11}} \qquad \text{(IV,45)}$$

y entonces

$$\left.\begin{aligned} \rho_\perp &= A\,\rho_m \\ \rho_{11} &= \rho_m/A \end{aligned}\right. \qquad \text{(IV,46)}$$

Ahora bien, si multiplicamos por E las dos expresiones (IV,46) y tenemos en cuenta las (IV,42) y la (IV,43) tendremos

$$\left.\begin{aligned} T &= A\,E\,\rho_m \\ S &= \frac{A\,E}{\rho_m} \end{aligned}\right. \qquad \text{(IV,47)}$$

lo que demuestra que un medio compuesto por una sola capa de espesor AE y resistividad ρ_m presenta las mismas T y S que el paquete de capas original. En resumen, para pasar a un medio homogéneo e isótropo con las mismas T y S de un determinado paquete de capas, hay que alterar el espesor en la proporción A; si se quieren conservar T, S y E, el medio equivalente presenta la anisotropía A. El producto AE se denomina "pseudo-espesor" por Maillet.

Estas relaciones pueden expresarse gráficamente por medio del *triángulo de anisotropía,* el cual resulta de llevar, sobre un sistema de coor-

denadas cartesianas *logarítmicas,* los valores de A y AE en abscisas, y los de $\rho_{\shortparallel}$, $\rho_{\perp}$ y ρ_m en ordenadas. Queda así determinado un triángulo rectángulo isósceles JHZ (fig. IV-14), las coordenadas de cuyos vértices son:

$$J:\ (E,\ \rho_{\perp})$$
$$H:\ (E,\ \rho_{\shortparallel})$$
$$Z:\ (AE,\ \rho_m)$$

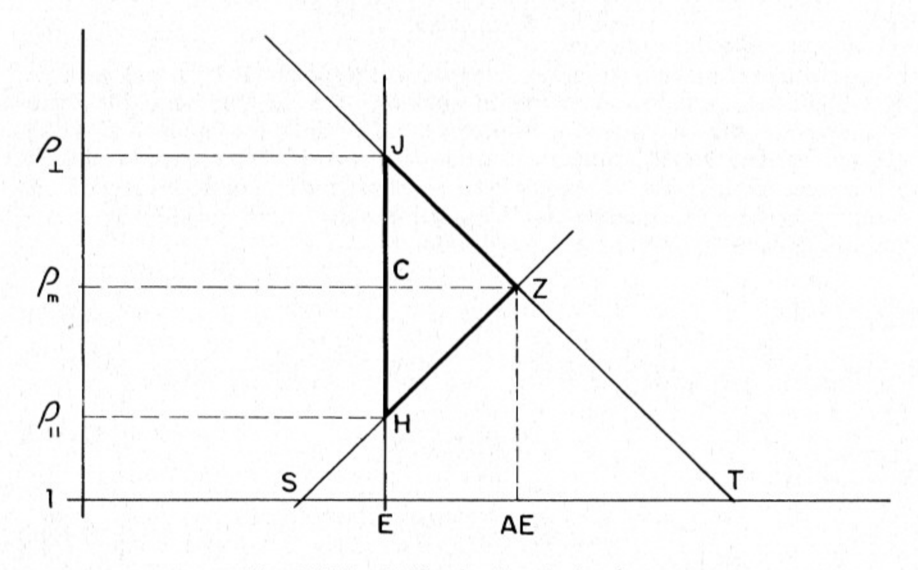


FIG. IV-14. Triángulo de anisotropía.

El vértice H se llama *punto de Hummel,* y el *Z, punto de Dar Zarrouk,*

Teniendo en cuenta las propiedades de la representación logarítmica, y las expresiones (IV,44) a (IV,46), se deduce fácilmente que

$$JC = CH = CZ = \log A$$

lo que prueba que el triángulo es isósceles y rectángulo, según se había dicho más arriba.

Por otra parte, si los lados JZ y ZH se prolongan hasta cruzar el eje de abscisas $\rho = 1$, las abscisas logarítmicas de los puntos de intersección respectivos son T y S, según se desprende de las (IV,47) y de que el triángulo rectángulo ZTS es isósceles. Los triángulos JTE y HSE son semejantes al anterior, de lo que pueden deducirse las (IV,42) y (IV,43).

En resumen, en el diagrama de la figura IV-6, quedan representadas gráficamente las seis expresiones (IV,42) a (IV,47). El triángulo de ani-

sotropía fue descrito por primera vez por Maillet, si bien en forma incompleta.

IV.7.5 Funciones de Dar Zarrouk

En lo anterior, se ha considerado cada capa como unidad indivisible en lo que respecta al cálculo de T y de S, pero estas dos magnitudes pueden determinarse también para profundidades intermedias. Si el espesor de las n primeras capas es z_i y sus resistencia transversal y conductancia longitudinal son T_i y S_i, dentro de los límites de profundidad de la capa $i + 1$ se cumplirá que

$$T = T_i + (z - z_i)\,\rho_{i+1}$$
$$S = S_i + \frac{z - z_i}{\rho_{i+1}} \qquad \text{(IV,48)}$$

para cualquier valor de i. De este modo, los parámetros T y S que se han considerado sólo para un número entero de capas, se transforman en funciones de z definidas para cualquier valor $z > 0$. Estas funciones $T = T(z)$ y $S = S(z)$ pueden considerarse como las ecuaciones paramétricas de una curva $S = S(T)$.

De las expresiones (IV,47) se deduce que

$$Az = (TS)^{1/2}$$
$$\rho_m = \left(\frac{T}{S}\right)^{1/2} \qquad \text{(IV,49)}$$

donde sustituimos E por z ya que aquí el espesor E es igual a la profundidad considerada.

Entonces, dado un corte geoeléctrico, podemos calcular los valores de T y S que corresponden a cada profundidad z, y a partir de éstos, por medio de las (IV,49), la pseudo profundidad Az y la resistividad media ρ_m correspondientes a cada z. Es decir, que a cada parte del terreno comprendida entre la superficie y cualquier profundidad z le corresponderá un pseudo-espesor $Az(z)$ y una $\rho_m(z)$. Estas funciones pueden considerarse como las ecuaciones paramétricas de una curva $\rho_m = \rho_m(Az)$, a la que si bien podríamos llamar *curva de resistividades medias,* la denominaremos sin embargo, *curva de Dar Zarrouk,* por su dependencia respecto de las funciones $T(z)$ y $S(z)$ y porque ambas admiten representación gráfica común.

Para comprobar esto último, representemos la función $\rho_m = \rho_m(Az)$ en coordenadas *cartesianas logarítmicas.* Tomemos un nuevo sistema de coordenadas, también logarítmico y con el mismo origen, pero girado

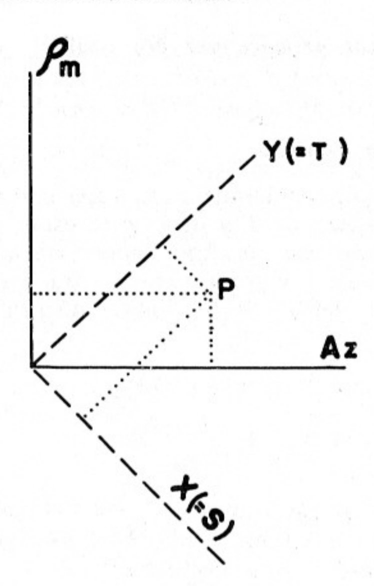


FIG. IV-15. Transformación de coordenadas S, T, en las ρ_m, Az.

$\pi/4$ (fig. IV-7). Llamemos a estos nuevos ejes x e y. Entonces teniendo en cuenta propiedades geométricas sencillas, que la escala es logarítmica y que

$$\operatorname{sen} \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

puede escribirse que

$$\begin{aligned} \log Y &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\log Az + \log \rho_m) = \frac{1}{\sqrt{2}} \log (Az \cdot \rho_m) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \log (TS \cdot T/S)^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \log T \end{aligned} \qquad \text{(IV,50)}$$

donde se han utilizado las (IV,14).

Análogamente,

$$\log X = \frac{1}{\sqrt{2}} (\log Az - \log \rho_m) = \frac{1}{\sqrt{2}} \log S \qquad \text{(IV,51)}$$

Por lo tanto, las coordenadas de los puntos de la curva $\rho_m = \rho_m(Az)$ en los nuevos ejes son los logaritmos de los valores correspondientes de

T y S con módulo $1/\sqrt{2}$ del que se haya utilizado en los ejes iniciales. Esta es la representación conjunta a que habíamos aludido, y que justifica el nombre de curvas de Dar Zarrouk dado a la de resistividades medias. La curva de Dar Zarrouk (en abreviatura CDZ) es de gran importancia en la teoría y práctica de los sondeos eléctricos.

Los valores de T y S pueden determinarse sin cambio de escala y en el mismo gráfico, siguiendo el procedimiento indicado en relación con el triángulo de anisotropia.

IV.7.6 Triple especificación de los cortes geoeléctricos

Se deduce de lo anterior que la distribución vertical de resistividades en un corte geoeléctrico estratificado cualquiera puede especificarse de tres modos diferentes:

a) Dando directamente la resistividad que corresponde a cada profundidad, es decir, la función $\rho = \rho(z)$.

b) Dando la función de Dar Zarrouk $S = S(T)$.

c) Dando la curva de resistividades medias $\rho_m = \rho_m(Az)$.

De la especificación *a*) puede pasarse a la *b*) por medio de las **(IV,48)** las cuales pueden escribirse de modo más general,

$$T(z) = \int_0^z \rho(z)\, dz \qquad S(z) = \int_0^z \frac{dz}{\rho(z)} \qquad \text{(IV,52)}$$

De la especificación *b*) puede pasarse a la *c*) por medio de las **(IV,49)**.

Recíprocamente, cuando se conoce la función $\rho_m = \rho_m(Az)$ puede pasarse a la $T(S)$ mediante las expresiones

$$T = \rho_m \cdot Az \qquad S = \frac{Az}{\rho_m} \qquad \text{(IV,53)}$$

que se deduce directamente de las (IV,49) y que dan en forma paramétrica la función buscada.

Si se parte de la función $S(T)$ puede obtenerse la $\rho(z)$ utilizando las igualdades

$$\rho(z) = \sqrt{\frac{dT}{dS}} = \frac{1}{\sqrt{S'(T)}}$$
$$z = \int_0^T \frac{dT}{\rho(z)} = \int_0^T \sqrt{S'(T)}\, dT \tag{IV,54}$$

las cuales se establecen fácilmente basándose en que

$$dS = \frac{dz}{\rho(z)} \qquad dT = \rho(z)\, dz \tag{IV,55}$$

cuando cada capa es isótropa.

IV.7.7 Ecuación general de las curvas de Dar Zarrouk

Consideremos en un medio estratificado cualquiera una profundidad arbitraria z, que corresponde al interior de una capa de resistividad ρ. Sean T y S los valores de las funciones de Dar Zarrouk para z. Si son x e y las coordenadas del punto correspondiente en el gráfico logarítmico, se tendrá, según se deduce de las (IV,49) que *

$$x = \ln(Az) = \frac{1}{2}(\ln T + \ln S)$$
$$y = \ln \rho_m = \frac{1}{2}(\ln T - \ln S) \tag{IV,56}$$

Teniendo en cuenta las (IV,13) y derivando respecto de z resulta

$$\frac{dx}{dz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{T} + \frac{1}{\rho S}\right) = \frac{1}{2}\,\frac{S\rho^2 + T}{TS\rho}$$
$$\frac{dy}{dz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{T} - \frac{1}{\rho S}\right) = \frac{1}{2}\,\frac{S\rho^2 - T}{TS\rho} \tag{IV,57}$$

de donde se deduce que

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S\rho^2 - T}{S\rho^2 + T} = \frac{\rho^2 - \dfrac{T}{S}}{\rho^2 + \dfrac{T}{S}} = \frac{\rho^2 - \rho^2_m}{\rho^2 + \rho^2_m} = \frac{\rho^2 - e^{2y}}{\rho^2 + e^{2y}} \tag{IV,58}$$

que representa la ecuación diferencial del arco de la *CDZ* correspondiente a una capa de resistividad ρ.

---

* Para mayor comodidad del cálculo suponemos que los logaritmos utilizados son neperianos. Ello no implica pérdida de generalidad, pues un cambio en la base de los logaritmos sólo representa modificación en la escala del gráfico.

La integración de dicha ecuación es muy fácil, pues las variables x, y son separables directamente

$$dx = \frac{\rho^2 + e^{2y}}{\rho^2 - e^{2y}} dy$$

y por lo tanto

$$x + K = \int \frac{\rho^2 + e^{2y}}{\rho^2 - e^{2y}} dy$$

Haciendo el cambio de variable $e^y = w$ resulta

$$x + K = \int \frac{\rho^2 + w^2}{\rho^2 - w^2} \frac{dw}{w}$$

que una vez calculada la integral de la derecha da

$$x + K = \ln \frac{w}{w^2 - \rho^2}$$

o sea

$$Ce^x = \frac{w}{w^2 - \rho^2} = \frac{e^y}{e^{2y} - \rho^2} \qquad \text{(IV,59)}$$

que es la ecuación general buscada para las *CDZ*, expresada en función de las distancias *lineales* x e y medidas sobre el gráfico logarítmico. Pasando a antilogaritmos resulta

$$C(Az) = \frac{\rho_m}{\rho^2_m - \rho^2} \qquad \text{(IV,60)}$$

De las ecuaciones anteriores se derivan fácilmente (MAILLET, 1947; ORELLANA, 1963 y 1965; ZOHDY, 1974) algunas propiedades interesantes de las *CDZ* (siempre en representación logarítmica):

a) En los puntos de la *CDZ* que corresponden al contacto entre dos capas continuas ($z = \sum_{i=1}^{n} E_i$) la pendiente tiene dos valores distintos (uno por la izquierda para $\rho = \rho_i$ y otro por la derecha para $\rho = \rho_{i+1}$). Esta propiedad se deduce directamente de la (IV,58) y equivale a decir que la *CDZ* se compone de tantos arcos como capas tenga el corte geoeléctrico, los cuales se unen en puntos angulosos.

b) Si la capa considerada es la última del corte, al tender (Az) a infinito, $\rho_m \to \rho$. Si la capa no fuese la última, el arco correspondiente coincide con el del caso anterior hasta llegar a la z del contacto con la capa siguiente. Todo ello resulta de la ecuación (IV,60).

c) Cuando el corte geoeléctrico se reduce a una sola capa de resistividad uniforme ρ, la *CDZ* correspondiente se reduce a una recta paralela al eje de abcisas, de ordenada $\rho_m = \rho$.

d) Si, como se acostumbra a hacer, se normaliza el corte, tomando $E_1 = 1$, $\rho_1 = 1$, el arco correspondiente para esta primera capa es la semirrecta $\rho_m = 1$, limitada por la derecha por el punto $(Az) = 1$.

e) Cuando alguna capa es perfectamente aislante ($\rho_i \rightarrow \infty$) el arco correspondiente de la CDZ es una semirrecta de pendiente $+ 1$, que corta al eje $\rho_m = 1$ en un punto de abcisa igual a *S*, suma de las conductancias de todas las capas anteriores.

Es fácil ver que esto es así considerando que para esta capa, $T \rightarrow \infty$, $S = 0$ y por lo tanto, le corresponde el eje de abscisas del sistema *S*, *T* (fig. IV-7).

f) Cuando en el corte existe alguna capa perfectamente conductora ($\rho = 0$) le corresponde en la *CDZ* una semirrecta de pendiente $- 1$, que pasa por el punto de abcisa *T* del eje $\rho_m = 1$ siendo *T* la suma de las resistencias transversales de las capas anteriores.

La demostración de esta propiedad es análoga a la de la *e*).

Una consecuencia de esta y la anterior propiedad es que las capas del corte infrayacentes a otra de conductividad nula o infinita, no se reflejan en la *CDZ*.

g) Si (Az) crece indefinidamente, el denominador de la (IV,60) debe tender a cero, o sea que $\rho_m \rightarrow \rho$. Quiere esto decir que la ordenada del arco de la *CDZ* que corresponde a una capa determinada, tiende asintóticamente a la resistividad de dicha capa. Si ésta tuviese un espesor finito, el arco es el mismo que en el caso de espesor infinito, pero se interrumpe en el punto anguloso correspondiente al contacto entre la capa considerada y la inmediatamente inferior, ya que cada punto de una *CDZ* no depende de la parte del corte geoeléctrico inferior a la profundidad z a que corresponde el punto, según la (IV,56).

h) Del hecho de que cada arco de *CDZ* tiene una asíntota horizontal por la derecha, se deduce que los arcos ascendentes tienen concavidad hacia abajo y los descendentes hacia arriba.

i) La constante *C* es función, para el arco *i*, de las coordenadas $(Az)_i$ y ρ_{mi} del punto anguloso en que se inicia el arco, y de la resistividad ρ_{i+1} de la capa correspondiente a éste. De la (IV,60) se deduce que la constante C_i viene dada por

$$C_i = \frac{\rho_{mi}}{\rho^2_{mi} - \rho^2_{i+1}} \cdot \frac{1}{(Az)_i} \qquad \text{(IV,61)}$$

El signo de C_i es positivo si el arco es descendente, y negativo en caso contrario. De la (IV,61) se deduce que

$$\rho_{mi+1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + \rho^2_{i+1}(2AzC)^2}}{2AzC} \qquad \text{(IV,62)}$$

que es la ecuación del arco i, válida hasta el siguiente punto anguloso. El signo ha de tomarse de modo que ρ_{mi+1} sea positiva.

IV.7.8 Curvas de Dar Zarrouk básicas

Las *CDZ* poseen una propiedad muy interesante: *todos sus arcos son segmentos de una de dos curvas fundamentales.* (ORELLANA, 1963.)

En efecto, cada arco de *DZ* depende de dos parámetros: la resistividad ρ de la capa considerada y la constante C, que es función del conjunto de capas anteriores a ella. Entonces todos los arcos para los que el parámetro C tiene el mismo signo pueden obtenerse a partir de un arco dado multiplicando C o ρ, o ambos a la vez, por factores positivos adecuados.

Ahora bien, si multiplicamos C por un factor cualquiera $a > 0$ el arco de *DZ* se desplazará en el gráfico logarítmico en dirección paralela al eje Az, ya que si es $u = \ln a$ resulta

$$(Ca)\, e^{x-u} = \frac{e^y}{e^{2y} - \rho^2} \qquad \text{(IV,63)}$$

Por otra parte, cualquier valor de ρ podrá obtenerse siempre a partir de un valor inicial de esta magnitud, multiplicándolo por un factor conveniente b. Si se llama W al logaritmo de b, podrá escribirse

$$Ce^{x-W} = \frac{e^{y+W}}{e^{2(y+W)} - (\rho\, b)^2} \qquad \text{(IV,63a)}$$

ecuación que corresponde a la misma curva inicial desplazada la distancia W en la dirección del eje de ordenadas y $-W$ en la del eje de abscisas. Ocurre, pues, que la variación de los parámetros, sin cambio de signo, no cambia la forma de la curva, sino que la desplaza. Por lo tanto, hay sólo dos tipos de arcos en la *CDZ*, que corresponden, respectivamente al caso de C positiva y al de C negativa. Los casos en que algún arco es rectilíneo corresponden a las asíntotas de la curva general.*

---

* SZARANIEC (1972) ha generalizado el concepto y la expresión matemática de las *CDZ*, extendiéndolas a los tipos de sondeo con más de dos electrodos de corriente. En estos casos existen también pares de curvas básicas, de las cuales las aquí descritas constituyen un caso particular.

IV.7.9 Construcción gráfica de la CDZ

La *CDZ* correspondiente a un corte geoeléctrico determinado puede trazarse calculando ρ_m y Az para una serie de valores de z, pero es más cómodo y rápido el empleo de un método (ORELLANA, 1963) basado en la propiedad demostrada en el apartado anterior. Para la aplicación de dicho método es necesario disponer de un ábaco (fig. IV-8) en el que figuren las dos curvas básicas de *DZ* ascendente y descendente, así como dos rectas S y T de pendientes respectivas $+1$ y -1. Dichas curvas se calculan por medio de la ecuación (IV,62) dando a C y ρ valores fijos arbitrarios. El principio del método es que cada arco de *DZ* queda determinado si se conoce un punto de él, que puede ser el inicial, y la resistividad ρ_i de la capa correspondiente.

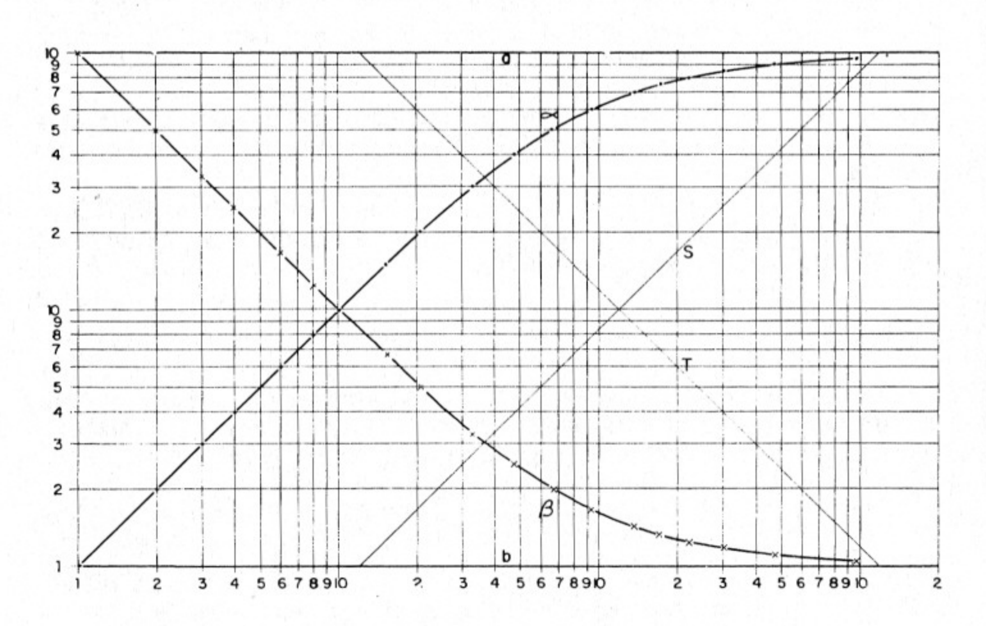


FIG. IV-16. Ábaco de curvas básicas para el trazado de curvas de Dar Zarrouk. (Según ORELLANA, 1965.)

Se utiliza papel transparente (fig. IV-17). Si se han normalizado los espesores y resistividades dividiéndolos respectivamente por el espesor y resistividad de la primera capa, el primer arco de la *CDZ* será la semirrecta $\rho_m = 1$ con su origen en el punto de abcisa $Az = 1$. Este será el comienzo del segundo arco, el cual se obtendrá calcando una de las curvas básicas del ábaco (la ascendente, si es $\rho_2 > \rho_1$ o la descendente si

$\rho_2 < \rho_1$), de modo que su asíntota horizontal coincida con ρ_2. Para determinar el extremo del arco, se calculan $S_1 + S_2$ o bien $T_1 + T_2$; y se lleva el valor correspondiente al eje *Az* y se hace pasar por el punto hallado la línea *S* o la *T* del ábaco, respectivamente, manteniendo paralelos los ejes del papel transparente y del ábaco. La intersección de la recta con el arco trazado es el extremo del segundo arco de la *CDZ* y comienzo del tercero. Se procede así con todas las capas excepto la última, cuyo arco se extiende indefinidamente hacia la derecha.

Más detalles sobre este método, ejemplos y aplicaciones, pueden hallarse en ORELLANA (1963 y 1965). En ZOHDY (1974) se encuentra un método alternativo para el trazado de las *CDZ*.

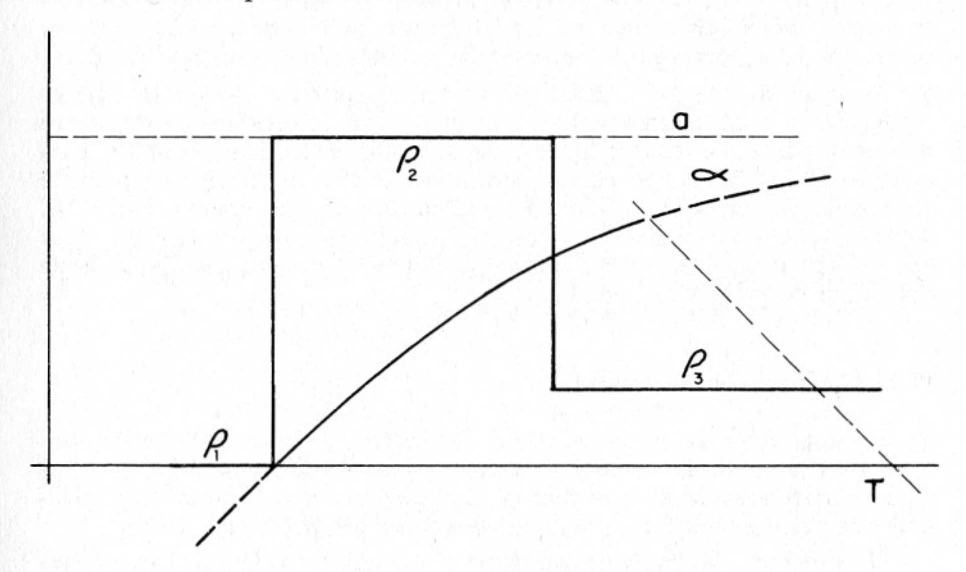


FIG. IV-17. Empleo del ábaco del autor para el trazado de curvas de Dar Zarrouk.

IV.7.10 Curvas de Dar Zarrouk de cortes recíprocos

Las curvas de *DZ* de dos cortes recíprocos entre sí (definidos en el apartado IV.4 d), son simétricas respecto del eje de abcisas *Az*. En efecto, para transformar en su recíproco un corte geoeléctrico cualquiera, basta sustituir el valor de cada resistividad por su inverso, con lo que los valores T_i y S_i de cada capa, se truecan entre sí. Esto equivale a cambiar el eje *T* con el *S*, y dada la posición simétrica de éstos respecto del eje *Az* (fig. IV-15), la curva se transforma en su simétrica con relación a este eje.

IV.8 CORTES EQUIVALENTES

IV.8.1 Definición

En el apartado IV.6.2 se dio cuenta del hecho de que a cortes geoeléctricos distintos pueden corresponder curvas de SEV casi idénticas, lo que lleva a la siguiente definición: "Se llaman *cortes equivalentes* a aquellos que, aunque difieran en los parámetros de sus capas e incluso en el número de éstas, tienen curvas de campo que difieren entre sí en menos del límite de error experimental" (ORELLANA y HERNÁNDEZ, 1979).

Según se indicó en el referido apartado, la disparidad entre los cortes correspondientes a una misma curva de campo desaparece casi por completo si los cortes no se representan por sus *CRV*, sino por sus *CDZ*.

Se sigue de ello que, dado un corte geoeléctrico, todos los cortes equivalentes a él podrán hallarse mediante modificaciones en la curva de *DZ* de éste, las cuales habrán de ser suficientemente pequeñas para que las curvas de campo correspondientes difieran de la del corte inicial en menos del error admitido para las mediciones de campo. Las *CDZ* de los cortes equivalentes al dado se hallarán en una banda cuya línea central es la *CDZ* del corte inicial. La anchura de esta banda depende del límite de error mencionado.

IV.8.2 La equivalencia clásica

Aunque, como se ha visto, el fenómeno de equivalencia tiene un sentido muy amplio, la escuela francesa sólo consideró inicialmente dos casos particulares de él, que fueron denominados, respectivamente, "principio de equivalencia" y "principio de supresión" (MAILLET, 1947).

El principio de equivalencia clásico se refiere a las modificaciones que pueden efectuarse en una sola capa del corte sin alterar la profundidad del techo de la capa y variando sólo en escasa medida la *CDZ* del corte. Ello puede hacerse en dos casos, a los que se dieron los nombres de "equivalencia en *T*" y "equivalencia en *S*".

a) Equivalencia en *T*.

Sean E_i y ρ_i respectivamente el espesor y resistividad de la capa de índice i de un corte geoeléctrico y T^{i-1}, S^{i-1} los valores de las funciones de *DZ* en el techo de la capa. En su muro dichas funciones valdrán

$$T^i = T^{i-1} + E_i \, \rho_i$$

$$S^i = S^{i-1} + \frac{E_i}{\rho_i}$$

Si pasamos a otro corte distinto sustituyendo E_i, ρ_i respectivamente por E_i/a y $a\,\rho^i$ siendo a un número arbitrario > 1 se tendrá

$$T^{i\prime} = T^{i-1} + \frac{E_i}{a}\,a\,\rho_i = T^i$$

$$S_i{}' = S^{i-1} + \frac{E_i/a}{a\,\rho_i} = S^i + \frac{S_i}{a^2}$$

donde se ve que la sustitución efectuada deja invariable a T^i mientras que S^i disminuye algo, no mucho, si es pequeño inicialmente el valor de $E_i/\rho_i = S_i$ comparado con S^{i-1}.

Por ejemplo, si fuesen $S^{i-1} = T^{i-1} = 1$ y $E_i = 1$ y $\rho_i = 20$, tendríamos

$$T^i = 21$$
$$S^i = 1{,}05$$

Si se toma $a = 5$, serán

$$T^{i\prime} = 21$$
$$S^{i\prime} = 1{,}002$$

El resultado de ello es que el arco de la *CDZ* correspondiente a la capa i apenas se modifica, y lo mismo ocurre en particular a las coordenadas de su extremo, por lo que la *CDZ*, en su totalidad, permanece prácticamente invariable (fig. IV-18).

b) Equivalencia en S.

Algo parecido ocurre cuando es $T_i = E_i\,\rho_i \ll T^{i-1}$ y pasamos a otro corte, sustituyendo E_i y ρ_i, respectivamente, por E_i/b y ρ_i/b siendo $b > 1$ un número cualquiera. Entonces serán

$$T^{i\prime} = T^{i-1} + \frac{E_i}{b}\,\frac{\rho_i}{b} = T^{i-1} + \frac{T_i}{b^2}$$

$$S^{i\prime} = S^{i-1} + \frac{E_i/b}{\rho_i/b} = S^i$$

o sea que la sustitución deja invariable a S^i mientras que T^i disminuye un tanto, poco en comparación con su valor inicial por la pequeñez relativa de T_i.

Así, si fuesen

$$S^{i-1} = T^{i-1} = 1 \text{ y } E_i = 1,\ \rho_i = 0{,}1$$

se tendría

$$T^i = 1{,}1$$
$$S^i = 11$$

y si efectuamos el cambio con $b = 4$ serán entonces

$$T^{i'} = 1{,}062$$
$$S^{i'} = 11$$

de donde se deducen consecuencias análogas a las del ejemplo anterior.

Pueden establecerse, pues, las dos conclusiones siguientes:

a) Cuando la conductancia longitudinal S_i de una capa es mucho menor que la total S^{i-1} de las capas suprayacentes, puede dividirse su espesor y multiplicarse su resistividad por un mismo número > 1, sin que la *CDZ* del corte se modifique apreciablemente (*equivalencia en T*).

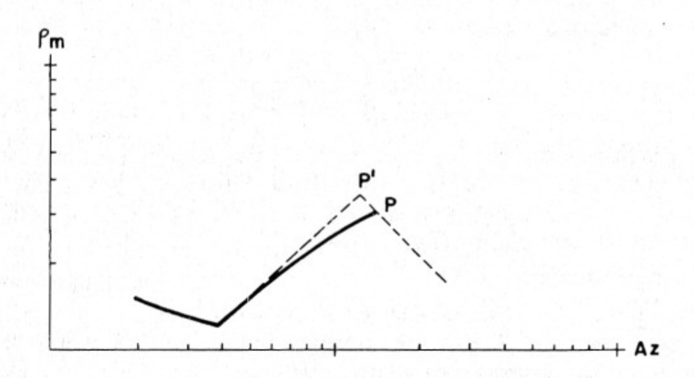


Fig. IV-18. Equivalencia en *T* según Maillet (1947).

b) Cuando la resistencia transversal T_i de una capa es mucho menor que la total T^{i-1} del conjunto de capas suprayacentes, pueden dividirse su espesor y resistividad por un mismo número > 1, sin que la *CDZ* del corte se altere de modo apreciable (*equivalencia en S*).

Las expresiones "equivalencia en *T*" o "equivalencia en *S*" aluden a la circunstancia de que en el primer caso permanece constante la *T* de la capa, y en el segundo la *S*. El primer caso suele presentarse cuando una capa es mucho más resistiva que las adyacentes y su espesor no es muy grande, pues entonces su *S* es pequeña, y el segundo en circunstancias análogas para capas más conductoras que las que tiene por encima y por debajo.

Al ser casi iguales las *CDZ*, también serán muy semejantes entre sí las curvas de *SEV* correspondientes. Zohdy (1974) ha dado abundantes ejemplos de esta similitud.

IV.8.3 La equivalencia de Zohdy

Ha hecho notar Zohdy (1974) que existe otro modo de alterar un corte geoeléctrico sin cambiar el número de capas, y que se ilustra en la figura IV-19.

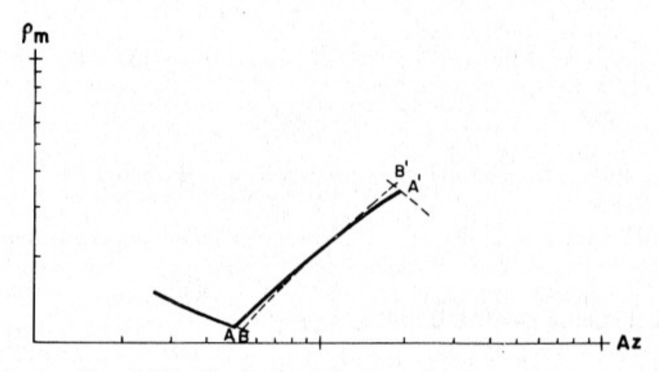


Fig. IV-19. Equivalencia en *T* según Zohdy (1974).

Según se ve en ella, el nuevo arco de *DZ* cruza al arco inicial, por lo que su punto de partida ha de retrasarse, lo que implica un estrechamiento de la capa suprayacente. En este caso, se modifican tanto la *T* como la *S* de la capa alterada. Este tipo de equivalencia es más general que el clásico y muy útil en la interpretación de SEV.

IV.8.4 Cambios en el número de capas

Para la sustitución de una capa del corte por varias o viceversa, en condiciones de equivalencia, basta que los arcos de *DZ* de las nuevas capas crucen el arco inicial, de modo que los nuevos puntos angulosos se sitúen alternativamente a uno y otro lado de aquél (fig. IV-20).

La escuela francesa (Maillet, 1947) consideró inicialmente el caso de la sustitución de dos capas por una sola, llamando a este fenómeno "principio de supresión", dado que una de las capas podía pasar inadvertida en la interpretación.

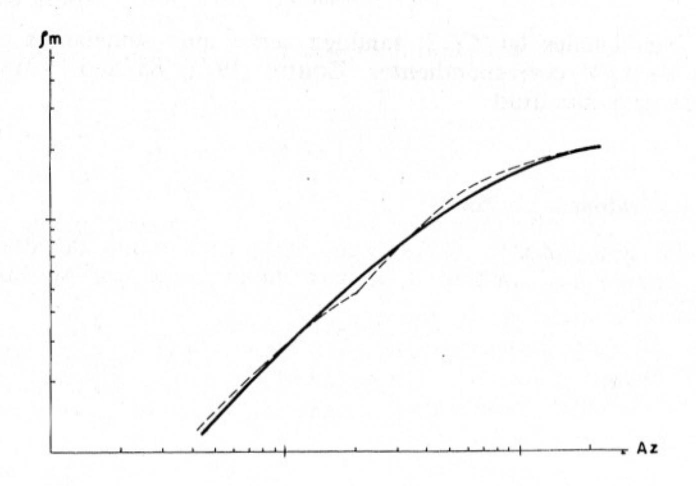


FIG. IV-20. Descomposición en varios de un arco de Dar Zarrouk.

IV.9 LA FUNCION CARACTERISTICA

IV.9.1 Introducción

La importancia de la función característica $N_n(\lambda)$ estriba en que su conocimiento es necesario para el cálculo de la curva de resistividades aparentes correspondiente a cada medio estratificado.

Aunque dados los espesores y resistividades que definen el medio, queda determinada unívocamente la función característica, hay varios modos de expresarla algebraicamente. ROMAN (1963) ha efectuado un análisis comparativo de algunos de ellos. La mayoría de los autores, siguiendo a Stefanesco, consideran separadamente la solución fundamental para medio homogéneo, y sólo utilizan la parte de la función característica (que en lo sucesivo será aludida por la sigla FC) que corresponde al potencial perturbador debido a la presencia de más de una capa. Así, en la fórmula (IV,44) aparece la expresión

$$1 + 2\frac{K e^{-\lambda E}}{e^{+\lambda E} - K e^{-\lambda E}} = 1 + 2\frac{K e^{-2\lambda E}}{1 - K e^{-2\lambda E}}$$

En la que la fracción que sigue al coeficiente 2 es la FC utilizada por Stefanesco, que corresponde a dicho potencial perturbador, y que deno-

taremos por N'_n. En el caso general de n capas figura en la cantidad subintegral una expresión de la misma forma

$$1 + 2N_n' = N_n \qquad \text{(IV,64)}$$

donde N_n es la FC "completa", esto es, que incluye la solución fundamental, tal como aparece en las ecuaciones (IV,21) y siguientes, a la que llamaremos FC *de Slichter,* por haber sido empleada por dicho autor. Aunque la diferencia entre la función de Stefanesco N'_n y la de Slichter N_n parece trivial, no es así, ya que la representación logarítmica de N_n es una curva con propiedades semejantes a la *CDZ* y a la curva de resistividades aparentes, según demostró y estudió sistemáticamente el autor (ORELLANA, 1965).

La FC de Slichter admite dos expresiones algebraicas equivalentes a ella, que llamaremos respectivamente, de *King* y de *Vanyan.*

IV.9.2 La función característica de Slichter

Como hemos dicho, esta FC incluye la solución fundamental y se expresa en función de los factores de reflexión K y de exponenciales de los espesores. Ya hemos visto su expresión para dos capas (IV,45); para cortes de tres o más capas puede calcularse por medio de un algoritmo debido a SUNDE (1949) en el que se parte del factor de reflexión K_{n-1} correspondiente a las dos últimas capas, y se van calculando sucesivamente expresiones L_1, M_1, ..., L_i, M_i, hasta llegar a $M_{n-1} = N_n$. Las fórmulas son las siguientes:

$$L_1 = \frac{\rho_n - \rho_{n-1}}{\rho_n + \rho_{n-1}} = K_{n-1}$$

$$M_1 = \frac{1 + L_1 e^{-2\lambda E_{n-1}}}{1 - L_1 e^{-2\lambda E_{n-1}}}$$

....

$$L_i = \frac{\rho_{n-i+1} M_{i-1} - \rho_{n-i}}{\rho_{n-i+1} M_{i-1} + \rho_{n-i}}$$

$$M_i = \frac{1 + L_i e^{-2\lambda E_{n-i}}}{1 - L_i e^{-2\lambda E_{n-i}}} \qquad \text{(IV,65)}$$

....

$$L_{n-1} = \frac{\rho_2 M_{n-2} - \rho_1}{\rho_2 M_{n-2} + \rho_1}$$

$$M_{n-1} = \frac{1 + L_{n-1} e^{-2\lambda E_1}}{1 - L_{n-1} e^{-2\lambda E_1}}$$

Los pasos L_i, M_i pueden combinarse en uno solo, que podemos simbolizar por R_i,

$$R_i = \frac{R_{i+1}\rho_{i+1} + \rho_i ThE_i\lambda}{\rho_i + R_{i+1}\rho_{i+1} ThE_i\lambda} \qquad \text{(IV,65 bis)}$$

expresión semejante a la dada por KOEFOED (1979). Si es n el número de capas, se comienza por $R_n = 1$ y se continúa rebajando el índice hasta $R_1 = N_n$.

Siguiendo estos procedimientos puede calcularse, por ejemplo,

$$N_3 = \frac{1 + K_1 e^{-2\lambda E_1} + K_2 e^{-2\lambda(E_1+E_2)} + K_1 K_2 e^{-2\lambda E_2}}{1 - K_1 e^{-2\lambda E_1} - K_2 e^{-2\lambda(E_1+E_2)} + K_1 K_2 e^{-2\lambda E_2}} \qquad \text{(IV,66)}$$

Las expresiones así obtenidas para N_n en la forma de Slichter cumplen las condiciones siguientes:

a) N_n tiene la forma de cociente entre dos sumas de términos del tipo

$$\pm K_i K_j \dots e^{-2\lambda(E_l + E_m + \dots)}$$

donde

$$K_i = \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\rho_{i+1} + \rho_i} \qquad \text{(IV,67)}$$

b) El número de términos del numerador, igual al del denominador, es 2^{n-1} siendo n el número de capas del corte.

c) Los términos del numerador están siempre afectados por signo positivo.

d) Los términos del denominador son los mismos del numerador, pero la mitad de ellos tiene signo negativo, siendo positivos los restantes. Los términos negativos son los que contienen un número impar de K_i.

La demostración de estas propiedades resulta de la ley de formación dada por el algoritmo de Sunde.

IV.9.3 La función característica de King

La FC de Slichter puede transformarse agrupando las exponenciales en forma de funciones hiperbólicas, con lo que las resistividades aparecen explícitamente, y no en forma de factores de reflexión. De este modo, el autor pudo demostrar, en su tesis doctoral (ORELLANA, 1965), nuevas

propiedades de la FC, en especial la similitud de su comportamiento con la *CDZ* y la curva de resistividades aparentes. Este modo de expresar la FC fue utilizada por KING (1934), para el caso de dos capas, por lo que la denominaremos *función característica de King.* Debe entenderse que las FC de Slichter y de King son idénticas en sus valores numéricos y sólo difieren en su expresión algebraica.

El paso de la FC de Slichter a la de King se efectúa por medio de la conocida fórmula

$$e^{-2x} = \frac{1 - Th\,x}{1 + Th\,x} \tag{IV,68}$$

Aplicando esta igualdad a N_2 según ésta aparece en la (IV,45) se tiene

$$N_2(\lambda) = \frac{1 + K e^{-2\lambda E}}{1 - K e^{-2\lambda E}} = \frac{1 + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}\,\frac{1 - Th\,E\lambda}{1 + Th\,E\lambda}}{1 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}\,\frac{1 - Th\,E\lambda}{1 + Th\,E\lambda}} =$$

$$= \frac{\rho_2 + \rho_1\,Th\,E\lambda}{\rho_1 + \rho_2\,Th\,E\lambda} \tag{IV,69}$$

que es la FC de King para cortes de dos capas.

Para la obtención de la FC de King correspondiente a un corte de n capas puede procederse por recurrencia. (ORELLANA, 1965). * El resultado es siempre una fracción cuyos términos son sumas de productos de una o varias resistividades de las capas del corte, multiplicadas por un número variable, incluso nulo, de tangentes hiperbólicas de los espesores de dichas capas, siempre multiplicadas por el parámetro λ. Clasificaremos los términos en *pares* e *impares* según el número de tangentes hiperbólicas que contengan.

Entonces para pasar de la FC de King para n capas a la de $n + 1$ capas se procede del modo siguiente. Cada término del numerador de la expresión para n capas da lugar a dos del numerador para $n + 1$ capas. Si el término de partida es par, los nuevos términos se forman, respectivamente, añadiendo al primero los factores ρ_{n+1} y $\rho_n\,Th\,E\lambda$. Si el término de partida fuese impar, los factores que se añaden son ρ_n y $\rho_{n+1}\,Th\,E_n\lambda$.

* Véase el apéndice 2.

Análogamente, cada término del denominador produce dos nuevos por inclusión de nuevos factores, que son ρ_n y $\rho_{n+1}\,Th\,E_n\lambda$ cuando el término inicial es par, y ρ_{n+1} y $\rho_n\,Th\,E_n\lambda$ en caso contrario.

Como ejemplo, veamos el paso de la FC de King para dos capas a la de tres capas. Al término del numerador ρ_2 corresponderán, según lo dicho, $\rho_2\rho_3$ y $\rho_2^2\,Th\,E_2\lambda$, y en conjunto los nuevos términos resultan del siguiente esquema:

Numerador

$$\rho_2 \begin{cases} \nearrow \rho_2\rho_3 \\ \searrow \rho_2^2\,Th\,E_2\lambda \end{cases} \qquad \rho_1\,Th\,E_1\lambda \begin{cases} \nearrow \rho_1\rho_2\,Th\,E_1\lambda \\ \searrow \rho_1\rho_3\,Th\,E_1\lambda\cdot Th\,E_2\lambda \end{cases}$$

Denominador

$$\rho_1 \begin{cases} \nearrow \rho_1\rho_2 \\ \searrow \rho_1\rho_3\,Th\,E_2\lambda \end{cases} \qquad \rho_2\,Th\,E_1\lambda \begin{cases} \nearrow \rho_2\rho_3\,Th\,E_1\lambda \\ \searrow \rho_2^2\,Th\,E_1\lambda\cdot Th\,E_2\lambda \end{cases}$$

de modo que la FC de King para tres capas será

$$N_3(\lambda) = \frac{\rho_2\rho_3 + \rho_2^2\,Th\,E_2\lambda + \rho_1\rho_2\,Th\,E_1\lambda + \rho_1\rho_3\,Th\,E_1\lambda\cdot Th\,E_2\lambda}{\rho_1\rho_2 + \rho_1\rho_3\,Th\,E_2\lambda + \rho_2\rho_3\,Th\,E_1\lambda + \rho_2^2\,Th\,E_1\lambda\cdot Th\,E_2\lambda} \qquad \text{(IV,70)}$$

La expresión de King para la FC de n capas cumple las siguientes condiciones:

a) N_n tiene la forma de un cociente entre dos sumas de términos del tipo

$$\rho_i\,\rho_j\ldots Th\,E_l\lambda\cdot Th\,E_m\lambda\ldots$$

b) El número de términos en el numerador, igual al del denominador, es 2^{n-1}.

c) Todos los términos, tanto del numerador como del denominador, son positivos.

IV.9.4 La función característica de Vanyan

La expresión de la FC de King para dos capas.

$$N_2 = \frac{\rho_2 + \rho_1\,Th\,E_1\lambda}{\rho_1 + \rho_2\,Th\,E_1\lambda} \qquad \text{(IV,69)}$$

puede transformarse si se hace

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = Th\, x \qquad \text{(IV,71)}$$

donde x es un número tal que

$$x = Th^{-1} \frac{\rho_2}{\rho_1} \;* \qquad \text{(IV,72)}$$

Entonces

$$N_2 = \frac{\dfrac{\rho_2}{\rho_1} + Th\, E_1\lambda}{1 + \dfrac{\rho_2}{\rho_1} Th\, E_1\lambda} = \frac{Th\, x + Th\, E_1\lambda}{1 + Th\, x \cdot Th\, E_1\lambda} =$$

$$= Th\,(x + E_1\lambda) = Th\left(E_1\lambda + Th^{-1} \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \qquad \text{(IV,73)}$$

De modo análogo puede expresarse la FC para tres capas

$$N_3(\lambda) = Th\left\{E_1\lambda + Th^{-1}\left[\frac{\rho_2}{\rho_1} Th\left(\lambda E_2 + Th^{-1}\frac{\rho_3}{\rho_2}\right)\right]\right\} \qquad \text{(IV,74)}$$

y en general para n capas

$$N_n(\lambda) = Th\left\{E_1\lambda + Th^{-1}\left[\frac{\rho_2}{\rho_1} Th\left(\lambda E_2 + \ldots + Th^{-1}\frac{\rho_n}{\rho_{n-1}}\right)\right]\right\} \qquad \text{(IV,75)}$$

Este modo de expresar la función característica se debe a VANYAN *et al* (1962) y es el único que permite escribir directamente la fórmula general para n capas. De la FC de Vanyan se pasa inmediatamente a la de King sin más que aplicar las fórmulas de adición de las funciones hiperbólicas.

Existe sin embargo un inconveniente, y es que la relación (IV,72) y sus análogas sólo tienen sentido si $\rho_2/\rho_1 < 1$. De no ser así, habría que tomar $Cth^{-1} x$ en vez de $Th^{-1} x$ y en la fórmula general (IV,74) habría que sustituir además por *Cth* la función *Th* que antecede inmediatamente a la Th^{-1} reemplazada. Por lo tanto, la expresión de Vanyan para la FC, sólo puede escribirse exactamente cuando se conocen los valores de las resistividades del corte.

* Representamos por Th^{-1} la función inversa de la tangente hiperbólica, *área Th,* dada la mayor sencillez de dicha notación.

IV.10 PROPIEDADES DE LA FUNCION CARACTERISTICA

La FC de Slichter, así como sus derivadas de King y de Vanyan, poseen propiedades muy interesantes que la asemejan a la $\rho_m(Az)$ o curva *DZ*, las cuales no aparecen en la FC de Stefanesco. Para que esta semejanza resalte es necesario tomar como variable independiente de la representación gráfica, no λ, sino su inversa λ^{-1} que tiene las dimensiones de una longitud. Estas propiedades son las siguientes:

a) *Asíntotas.*

Si en la expresión de la FC de King para dos capas, considerada como función de λ

$$N_2(\lambda) = \frac{\rho_2 + \rho_1 \, Th \, E\lambda}{\rho_1 + \rho_2 \, Th \, E\lambda} \qquad \text{(IV,69)}$$

se hace que $\lambda \to 0$ queda

$$\lim_{\lambda \to 0} N_2(\lambda) = \frac{\rho_2}{\rho_1} \qquad \text{(IV,76)}$$

mientras que para $\lambda \to \infty$

$$\lim_{\lambda \to \infty} N_2(\lambda) = 1 \qquad \text{(IV,77)}$$

ya que

$$\lim_{\lambda \to 0} Th \, x = 0 \qquad \lim_{\lambda \to \infty} Th \, x = 1 \qquad \text{(IV,78)}$$

Es fácil comprobar en la (IV,60) que

$$\lim_{\lambda \to \infty} N_3(\lambda) = 1 \qquad \lim_{\lambda \to 0} N_3(\lambda) = \frac{\rho_3}{\rho_1} \qquad \text{(IV,79)}$$

y en general,

$$\lim_{\lambda \to \infty} N_n(\lambda) = 1 \qquad \lim_{\lambda \to 0} N_n(\lambda) = \frac{\rho_n}{\rho_1} \qquad \text{(IV,80)}$$

Expresiones las últimas que pueden demostrarse por inducción completa (ORELLANA, 1965), y de las que se deduce que si se normalizan los cortes haciendo $\rho_1 = 1$ (o si se incluye el coeficiente ρ_1 de la (IV,23) en la FC), la representación logarítmica de ésta, en función de λ^{-1} tiene asíntotas

horizontales por la izquierda y por la derecha, de ordenadas respectivamente iguales a la primera y última resistividades del corte, lo que ocurre también a la *CDZ.* *

En la figura IV-21 se representa la función $N_2(\lambda^{-1})$ para $\rho_1 = 1$ y diversos valores de ρ_2 en escalas logarítmicas. En la figura IV-22, se superponen la CDZ y la FC para un corte de dos capas. Como puede verse en ella, las dos funciones son muy semejantes, si bien $N_2(\lambda^{-1})$ carece del punto anguloso, por ser continua su derivada.

Esta aproximación entre la *CDZ* y la $N_n(\lambda^{-1})$ de un mismo corte, queda patente también en la figura IV-23 con dos ejemplos para cortes de tres capas. En uno de ellos ($\rho_3 = 0$) las dos curvas coinciden prácticamente para abcisas grandes.

Conviene considerar con algún detenimiento este caso en que la resistividad de la última capa sea nula, y su correlativo de resistividad infinita. Si se normalizan las resistividades del corte dividiendo todas ellas por la de la primera capa de modo que pueda considerarse $\rho_1 = 1$ y poniendo $\rho_n = 0$ se tiene, para valores grandes de λ^{-1} (o sea pequeños de λ)

$$N_2(\lambda^{-1}) = Th\, E\lambda \simeq E\lambda = \frac{T_1}{\lambda^{-1}} \qquad \text{(IV,81)}$$

ya que $T_1 = E\rho_1 = E$, y por otra parte

$$Th\, x = x - \frac{1}{3}\, x + \frac{2}{15}\, x^2 - \ldots \qquad \text{(IV,82)}$$

Tomando logaritmos en la (IV,71) resulta

$$\begin{aligned} \lg N_2(\lambda^{-1}) &= \lg T_1 - \lg (\lambda^{-1}) \\ \rho_2 &= 0 \end{aligned} \qquad \text{(IV,83)}$$

que es la ecuación de una recta de pendiente -1, que corta el eje de abcisas en el punto $\lambda^{-1} = T$.

Esta recta es una aproximación de $N_2(\lambda^{-1})$ que difiere de ella tanto menos cuanto mayor sea λ^{-1}, diferencia que tiende a cero para $\lambda^{-1} \to \infty$. Se trata, pues, de una asíntota de $N_2(\lambda^{-1})$ la cual coincide con el arco de la *CDZ* correspondiente a la segunda capa (apartado IV.7.7 f).

* Si no se normalizan los cortes, pero se incluye en la función característica la ρ_1 que aparece fuera de la integral en la (IV.27), se obtiene una nueva forma de aquella $P(\lambda) = \rho_1 N(\lambda)$ que tiene las mismas asíntotas que las *CRV. CRA* y *CDZ* sin necesidad de normalizar. Muchos autores, entre ellos KOEFOED, llaman a $P(\lambda)$ *transformada de resistividad*. Véase el apartado V.13.

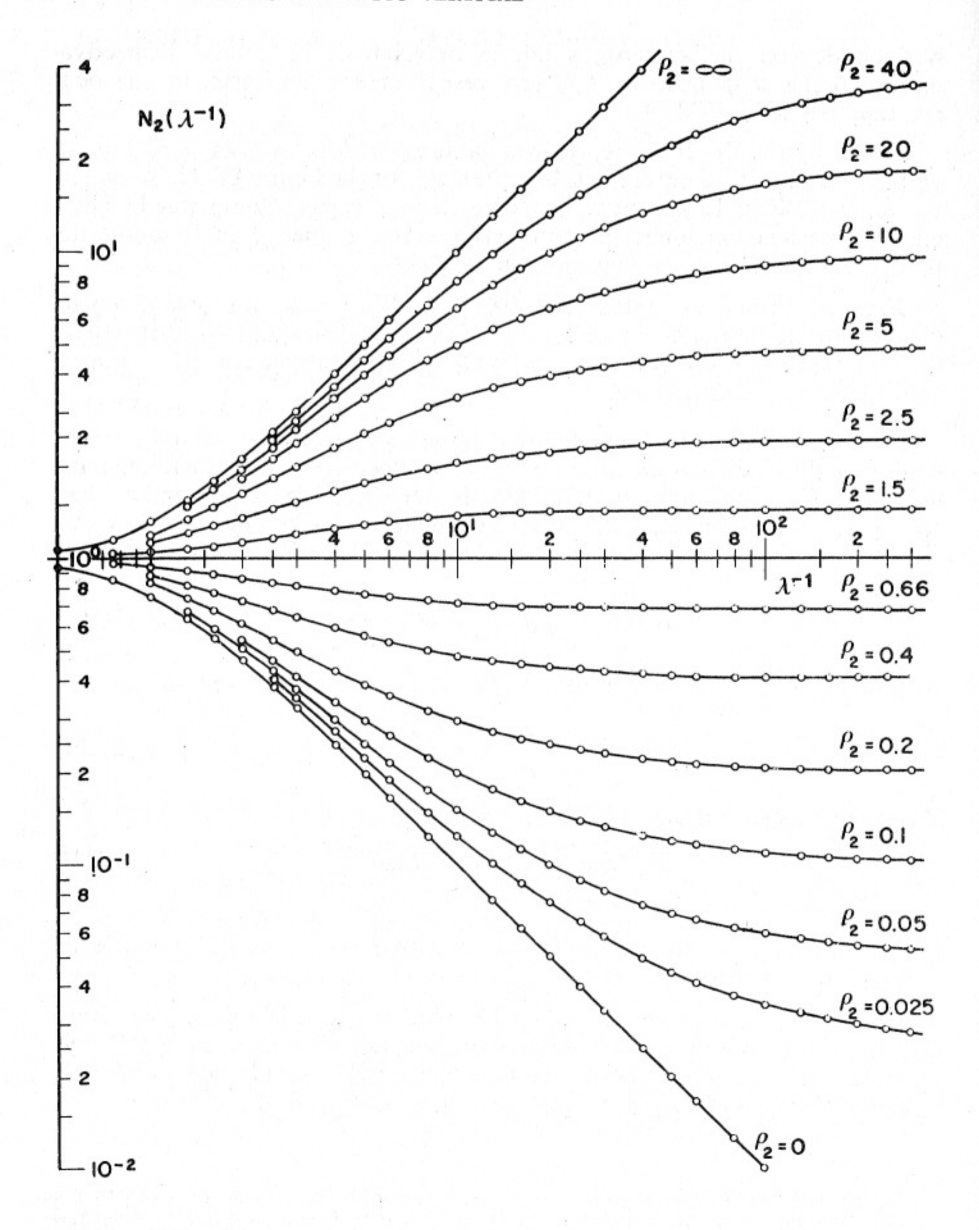


FIG. IV-21. Funciones características de Slichter, en función de λ^{-1}, para diferentes cortes de dos capas, con $\rho_1 = 1$.

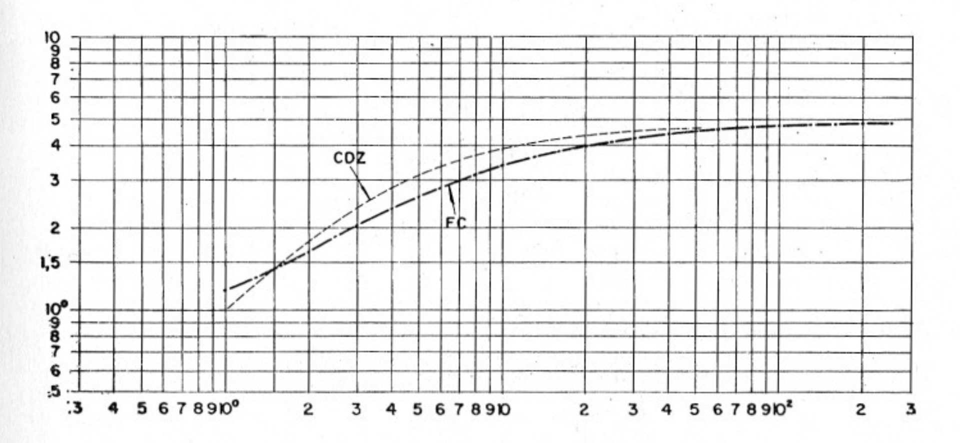


FIG. IV-22. Superposición en el mismo gráfico logarítmico de la CDZ y la FC de un corte de dos capas, $E_1 = 1$; $\rho_1 = 1$; $\rho_2 = 5$. Abscisas: Az, λ^{-1}; Ordenadas: ρ_m, N_2.

FIG. IV-23. Superposición, en el mismo gráfico logarítmico, de las CDZ y FC de dos cortes de tres capas. Corte *a:* $E_1 = 1$; $E_2 = 5$; $\rho_1 = 1$; $\rho_2 = 0{,}2$; $\rho_3 = 0{,}05$; Corte *b*: igual, salvo $\rho_3 = 0$. Abscisas: Az, λ^{-1}; Ordenadas: ρ_m, N_3.

Análogamente, para $N_3(\lambda^{-1})$ con $\rho_3 = 0$ y $\rho_1 = 1$, se tiene

$$N_3(\lambda^{-1}) = \frac{\rho_2 \, Th\, E_1\lambda + \rho_2^2 \, Th\, E_2\lambda}{\rho_2 + \rho_2^2 \, Th\, E_1\lambda \cdot Th\, E_2\lambda} \simeq \frac{E_1\lambda + \rho_2 E_2}{1 + \rho_2 \cdot E_1\lambda \cdot E_2\lambda} =$$

$$= \frac{(T_1 + T_2)\,\lambda}{1 + \rho_2 T_1 T_2 \lambda^2}$$

$$\lim_{\lambda \to 0} N_3(\lambda^{-1}) = \frac{T_1 + T_2}{\lambda^{-1}}$$

donde tomando logaritmos resulta

$$\lg N_3(\lambda^{-1}) = \lg (T_1 + T_2) - \lg \lambda^{-1}$$
$$\lambda \to 0$$
$$\rho_3 = 0$$

que representa una asíntota rectilínea de la FC, de pendiente -1, que corta el eje de abcisas en el punto $\lambda^{-1} = T_1 + T_2$ y coincide con el arco final de la *CDZ*.

Puede demostrarse que esta propiedad es válida para $N_n(\lambda^{-1})$ (ORELLANA, 1965).

$$\lg N_n(\lambda^{-1}) = \lg T - lg\,(\lambda^{-1})$$
$$\lambda \to 0$$
$$\rho_n = 0$$

siendo

$$T = \sum_i T_i.$$

En el caso de que $\rho_2 \to \infty$ con resistividades normalizadas $\rho_1 = 1$, se tiene

$$\lim_{\rho_2 \to \infty} N_2(\lambda^{-1}) = \frac{1}{Th\, E\lambda} \simeq \frac{1}{E\lambda} = \frac{\lambda^{-1}}{\dfrac{E_1}{\rho_1}} = \frac{\lambda^{-1}}{S_1} \qquad \text{(IV,84)}$$

y en el caso de tres capas con $\rho_1 = 1$, $\rho_3 \to \infty$

$$\lim N_3(\lambda^{-1}) = \frac{\rho_2 + Th\, E_1\lambda \cdot Th\, E_2\lambda}{Th\, E_2\lambda + \rho_2\, Th\, E_1\lambda} \simeq \frac{\rho_2 + E_1\lambda \cdot E_2\lambda}{E_2\lambda + \rho_2 E_1\lambda} =$$

$$= \frac{1 + \dfrac{E_1}{\rho_1}\,\dfrac{E_2}{\rho_2}\,\lambda^2}{\dfrac{E_2}{\rho_2}\,\lambda + \dfrac{E_1}{\rho_1}\,\lambda} \simeq \frac{\lambda^{-1}}{S_1 + S_2} \qquad \text{(IV,85)}$$

para λ pequeña. Al tomar logaritmos resulta, respectivamente,

$$\lg N_2(\lambda^{-1}) = \lg(\lambda^{-1}) - \lg S_1 \quad \text{(IV,86)}$$
$$\lambda \to 0$$
$$\rho_3 \to \infty$$
$$\lg N_3(\lambda^{-1}) = \lg(\lambda^{-1}) - \lg(S_1 + S_2) \quad \text{(IV,87)}$$

y en general

$$\lim N_n(\lambda^{-1}) = \frac{\lambda^{-1}}{S} \quad \text{(IV,88)}$$

$$\lg N_n(\lambda^{-1}) = \lg(\lambda^{-1}) - \lg S \quad \text{(IV,89)}$$
$$\lambda \to 0$$
$$\rho_n \to \infty$$

lo que quiere decir que las FC de cortes geoeléctricos con $\rho_n \to \infty$, $\rho_1 = 1$ tienen, en su representación logarítmica, una asíntota rectilínea de pendiente $+1$, que corta el eje de abcisas en el punto $\lambda^{-1} = S$ siendo S la conductancia longitudinal de todas las capas del corte excepto la última. Esta asíntota coincide con el último arco de la correspondiente *CDZ*.

b) *Principio de equivalencia.*

También en la función característica se cumple el principio de equivalencia, es decir, que cortes geoeléctricos desemejantes pueden tener funciones características muy próximas entre sí. Esto ocurre, como en las *CDZ,* cuando una capa del corte tiene pequeñas su S o su T. Entonces pueden modificarse su espesor y resistividad, de modo que no varíen, respectivamente, la T o la S sin que la función característica experimente cambio apreciable. Ello se ilustra con el ejemplo de la figura IV-24 en la que se representan las FC correspondientes a dos cortes equivalentes en T y cuya diferencia, inferior al 1 %, es inapreciable en el gráfico.

Para aclarar el origen de esta propiedad puede considerarse el caso de tres capas, con equivalencia en T para la segunda. Se hace tender a cero el espesor E_2 de esta capa conservándose constante el producto $T_2 = E_2 \rho_2$, o sea $E_2 \to 0$, $\rho_2 \to \infty$. Entonces, teniendo en cuenta la (IV,82), será

$$\lim_{\substack{E_2 \to 0 \\ \rho_2 \to \infty \\ E_2 \rho_2 = T_2}} N_3(\lambda) = \frac{Th\, E_1 \lambda + \rho_3 + (\rho_2 E_2)\lambda}{1 + (\rho_2 E_2)\lambda \cdot Th\, E_1 \lambda + \rho_3\, Th\, E_1 \lambda} = \frac{Th\, E_1 \lambda + \rho_3 + T_2 \lambda}{1 + T_2 \lambda \cdot Th\, E_1 \lambda + \rho_3\, Th\, E_1 \lambda}$$

(IV,90)

límite que no depende de ρ_2 y E_2 separadamente, sino de su producto T_2. Ocurre, pues, que cuando se cumplen las condiciones de equivalencia (T constante, S pequeña) el valor de $N_3(\lambda)$ diferirá poco del límite dado por la (IV,79).

De modo análogo puede probarse que existe equivalencia en S y también para cortes de más de tres capas. (ORELLANA, 1965). La equivalencia no puede presentarse en las capas primera o última, ya que las resistividades de éstas determinan las asíntotas de la FC independientemente de los espesores.

(c) *Funciones características de cortes recíprocos.*

La función característica, como la CRV (apartado IV,4) y la CDZ, cumple la ley de simetría de cortes recíprocos. En efecto, según lo dicho en el apartado 7.2 de este capítulo, la FC de Slichter para un corte de n capas puede escribirse en la forma

$$N_n(\lambda) = \frac{H + P}{H - P} \tag{IV,91}$$

donde los símbolos H y P representan sumas de términos del tipo

$$K_i\, K_j \,\ldots\, e^{-2\lambda R}$$

siendo impar el número de factores K en los términos de P y par en los de H. Para pasar a la FC del corte recíproco del dado, habrá que sustituir cada resistividad por su inversa, con lo que cambian de signo las K en virtud de su definición (IV,57), mientras que las exponenciales no sufren variación, pues sólo dependen de los espesores. Por lo tanto, si llamamos $N'(\lambda)$ a la FC del corte recíproco del dado, se tendrá

$$N'(\lambda) = \frac{H - P}{H + P} = N^{-1}(\lambda)$$

Las funciones $N(\lambda)$ y $N'(\lambda)$ son por lo tanto recíprocas y en su representación gráfica en escala logarítmica en función de λ^{-1} originarán curvas simétricas entre sí respecto del eje de abscisas $y = 1$ (fig. IV-21).

d) *Continuidad.*

Si alguna resistividad del corte es infinita, la FC crece indefinidamente para $\lambda \to 0$ según se ha visto, y las capas siguientes no se reflejarán en los valores de la función. Fuera de este caso, la FC es continua y acotada, pues el denominador no puede anularse nunca, por ser positivos todos sus términos y uno de ellos constante, mientras que los del numerador están acotados, por ser constantes las resistividades, y las tangentes hiperbólicas menores o iguales que la unidad.

Razonamiento análogo puede aplicarse a la primera derivada de $N_n(\lambda)$ con el mismo resultado. Por lo tanto, la representación logarítmica de $N_n(\lambda^{-1})$ es una curva suave, sin los puntos angulosos característicos de la CDZ.

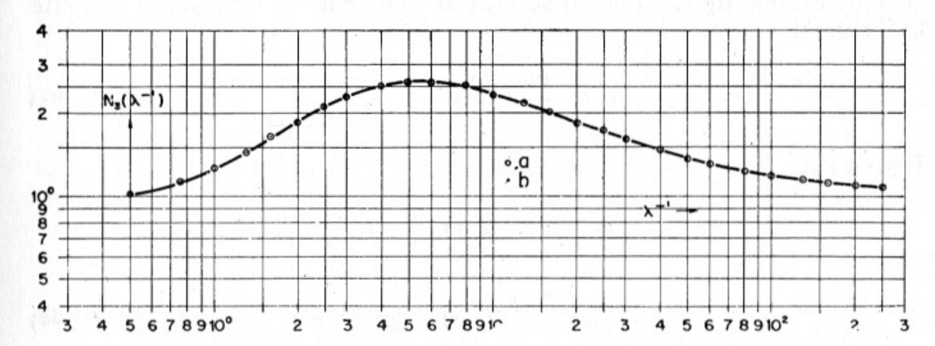


Fig. IV-24. Principio de equivalencia en la FC de Slichter, $E_1 = \rho_1 = 1$; $\rho_3 = 1$; Corte *a*) $E_2 = 1$; $\rho_2 = 20$; Corte *b*) $E_2 = 0{,}5$; $\rho_2 = 40$. $T_2 = 20$. Las curvas se superponen prácticamente.

IV.11 LA CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE

Las funciones hasta ahora consideradas, y sus curvas representativas (CRV, CDZ, FC), expresan propiedades intrínsecas del corte geoeléctrico considerado. Por el contrario, *la curva de resistividades aparentes*

$$\rho_a = \rho_a(\rho_1, \rho_2, \ldots, E_1, E_2, \ldots, r) \qquad \text{(IV,92)}$$

no sólo depende de los datos que especifican el corte considerado, sino del tipo de dispositivo eléctrico con el que se hayan efectuado las mediciones.

Dicha curva representa gráficamente, en escala logarítmica, la solución del problema directo, esto es, dado un corte geoeléctrico, expresa la serie de valores de la resistividad aparente que se obtendrán con un dispositivo electródico determinado de longitud creciente, situado sobre el corte. En lo que sigue nos referiremos a las curvas de SEV (apartado IV.1) obtenidas por medio de dispositivos Schlumberger o semi-Schlumberger.

La variable independiente de tales curvas es el parámetro $\overline{AB}/2 = OA$ que representa la distancia del centro del par MN al electrodo A, y que se designa por r en la ecuación

$$\rho_a(r) = \rho_1 r^2 \int_0^\infty N_n(\lambda)\, J_1(\lambda r)\, \lambda\, d\lambda \tag{IV,27}$$

Para el estudio de las propiedades de esta función es conveniente efectuar un cambio de variable. Si se hace $\lambda r = w$, por ser r constante durante la integración se tiene

$$\lambda = \frac{w}{r}; \qquad d\lambda = \frac{dw}{r} \tag{IV,93}$$

Entonces,

$$\rho_a(r) = \rho_1 r^2 \int_0^\infty N_n(w, r) \frac{w}{r} J_1(w) \frac{dw}{r} =$$

$$= \rho_1 \int_0^\infty N_n(w, r)\, w\, J_1(w)\, dw \tag{IV,94}$$

La FC de King quedará ahora constituida por términos de la forma

$$\rho_i\, \rho_j \ldots Th \frac{E_K w}{r} Th \frac{E_l w}{r}$$

y teniendo en cuenta lo visto en el apartado anterior, será

$$N_n(w, 0) = 1 \tag{IV,95}$$

$$\lim_{r \to \infty} N_n(w, r) = \frac{\rho_n}{\rho_1}$$

Con esta base, pueden demostrarse algunas propiedades de las CRA (curvas de resistividad aparente) para los SEV tipo Schlumberger.

a) *Continuidad.*

Siempre que las resistividades del corte sean finitas, la función $\rho_a(r)$ es continua. En efecto, en tales condiciones la FC está acotada (apartado IV.8 d) y puede elegirse arbitrariamente una cantidad A no superada por N_n en ningún punto del intervalo $(0, \infty)$; entonces

$$N(w, r)\, w\, J_1(w) < Aw\, J_1(w)$$

y además

$$\int_0^\infty Aw\, J_1(w)\, dw < A$$

ya que

$$\int_0^{\infty} x\, J_1(x)\, dx = 1$$

por lo que se cumplen las condiciones de La Vallée-Poussin para la convergencia uniforme respecto de r. (WHITTAKER-WATSON, 1963). De este hecho y de la continuidad del integrando, producto de funciones continuas, resulta la anunciada continuidad de la función $\rho_a(r)$. (Op. cit., p. 73.)

Carece de base, por lo tanto, la opinión, muy extendida hasta época reciente, de que las CRA presentan saltos o discontinuidades para ciertas distancias r ligadas por relaciones sencillas con las profundidades de las capas.

b) *Asíntotas horizontales.*

La función $\rho_a(r)$ tiende respectivamente para $r \to 0$ y $r \to \infty$ a los mismos límites ρ_1 y ρ_n que la CDZ y la FC.

Al hacer $r = 0$ se tiene $N_n(w, 0) = 1$, según la (IV,95) y entonces

$$\rho_a(0) = \rho_1 \int_0^{\infty} w\, J_1(w)\, dw = \rho_1 \qquad \text{(IV,96)}$$

cuando $r \to \infty$, en virtud de la segunda de las (IV,95)

$$\lim_{r\to\infty} \rho_a(r) = \rho_1 \int_0^{\infty} \frac{\rho_n}{\rho_1}\, w\, J_1(w)\, dw = \rho_n \qquad \text{(IV,97)}$$

Por lo tanto, la CRA tiene dos asíntotas horizontales ordenadas ρ_1 y ρ_n respectivamente para $r \to 0$ y $r \to \infty$ en la representación logarítmica.

c) *Fallo de la ley de simetría de cortes recíprocos.*

Habíamos visto que las CRV, CDZ y FC, en su representación logarítmica, se transformaban en sus simétricas respecto del eje de abscisas $y = 1$ cuando se trocaban las resistividades por sus valores recíprocos.

En las curvas de resistividad aparente, deja de cumplirse este principio * ya que la sustitución de N_n por el valor recíproco en la (IV,27) no produce el mismo efecto en el valor del primer miembro.

* En los sondeos electromagnéticos no siempre sucede así.

Por esta causa, las CRA para dos capas, por ejemplo para $\rho_2 = 5$ y $\rho_2 = 0{,}2$ no son simétricas respecto del eje $\rho_a = 1$; la primera asciende gradualmente, sin cambio brusco de curvatura, mientras que la segunda desciende rápidamente, y pasando por un codo, toma una tendencia casi horizontal.

Este hecho tiene gran importancia en la teoría e interpretación de sondeos eléctricos.

d) *Asíntotas oblicuas.*

En el caso límite $\rho_n \to \infty$ la CRA, en su representación logarítmica, posee una asíntota rectilínea, de pendiente $+1$, que corta al eje $\rho_a = 1$ en el punto de abscisa S, siendo esta magnitud la suma de las conductancias longitudinales de todas las capas excepto la última. Obsérvese que esta asíntota es la misma de la CDZ y FC del mismo corte.

Para demostrarlo, hay que considerar que según la (IV,88)

$$\lim_{\rho_n \to \infty} N_n = \frac{1}{S} = \frac{r}{wS} \qquad \text{(IV,98)}$$

donde se ha efectuado el cambio de variable (IV,93) expresión que, llevada a la (IV,94) da

$$\rho_a \sim \int_0^\infty \frac{r}{wS} w\, J_1(w)\, dw = \frac{r}{S} \qquad \text{(IV,99)}$$

donde se ha puesto $\rho_1 = 1$ de acuerdo con el criterio de normalización empleado en la (IV,75), lo que no influye en el resultado. Tomando logaritmos en la expresión anterior, se obtiene la ecuación de la asíntota buscada.

En cambio, no existe asíntota descendente para el caso $\rho_n = 0$, como consecuencia del fallo de la ley de simetría.

En el caso de $\rho_n = \infty$, la asíntota oblicua corta al eje $\rho_a = 1$ en el punto de abscisa S, según se deduce de la (IV,99) del mismo modo que para la FC (apartado IV.10,a). Esta propiedad es importante, puesto que permite la determinación directa del valor de la S total de las primeras $n-1$ capas, si $\rho_n = \infty$ cuando se conoce la CRA del corte. Para ello basta trazar la referida asíntota, y medir la abscisa de su intersección con dicho eje.

Esta propiedad puede generalizarse para las CRA con rama derecha ascendente, pues todas ellas se acercan del mismo modo al valor límite

ρ_n. Por ejemplo, si se toman las curvas logarítmicas de dos cortes diferentes de dos capas del tipo $\rho_2 > \rho_1$ y se desplaza uno de los gráficos respecto del otro, de modo que su origen se mueva sobre la bisectriz de los ejes del segundo, hasta que coincidan las ordenadas de las dos resistividades finales, puede observarse que entonces las dos curvas coinciden prácticamente en su parte derecha. Esto se ilustra en la figura (IV,25) donde se han superpuesto, por el procedimiento indicado, tres

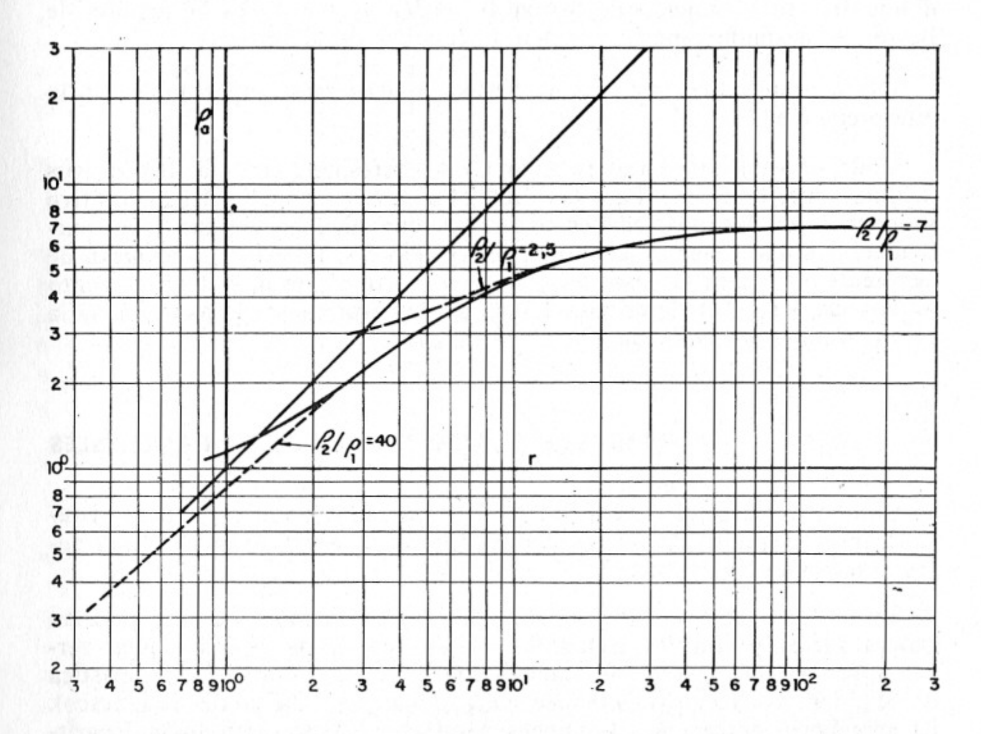


FIG. IV-25. **Comportamiento asintótico común de tres curvas de resistividad aparente para cortes de dos capas con $\rho_2/\rho_1 > 1$.**

curvas de dos capas, con $\rho_2/\rho_1 = 2{,}5$; 7 y 40 respectivamente, las cuales se unen en una sola a partir, aproximadamente, de la abscisa 15.

Lo mismo ocurre para cualquier número de capas; puede demostrarse (ORELLANA, 1966) que el comportamiento asintótico de una curva de n capas de parte derecha ascendente sólo depende de la resistividad final ρ_n y de la conductancia longitudinal S del conjunto de las primeras $n-1$ capas. No se dará aquí la demostración, pero sí la fórmula

de la curva general a la que se aproximan asintóticamente las ramas derechas de todas las CRA ascendentes. Dicha fórmula es

$$\rho_a \sim \frac{\pi}{2} \frac{r^2}{S^2 \rho_n} \left[H_{-1}\left(\frac{r}{\rho_n S}\right) + Y_1\left(\frac{r}{\rho_n S}\right) \right] \qquad \text{(IV,100)}$$

donde H_{-1} es la función de Struve de orden -1 e Y_1 es la función de Bessel de segunda especie y orden 1 (función de Neumann).

Estas propiedades asintóticas tienen aplicaciones importantes en la interpretación.

Todo lo anterior se refiere a las CRA correspondientes a dispositivos Schlumberger (o semi-). Para las CRA obtenidas por medio del dispositivo Wenner valen las propiedades anteriores con algunos cambios; en particular, hay que tener en cuenta el factor $2 \ln 2 = 1{,}3863$. * La asíntota de pendiente $+1$ para el caso de $\rho_n = \infty$ no corta al eje $\rho_a = 1$ en el punto de abscisa S sino el de abscisa 1,3863 S. Por esta causa, la asíntota de la curva Wenner no coincide con la de la CDZ.

IV.12 LAS CUATRO FUNCIONES FUNDAMENTALES

Conviene recapitular lo dicho en los apartados anteriores, para sistematizar las semejanzas de las cuatro funciones estudiadas y de sus representaciones logarítmicas.

Estas funciones se refieren a medios estratificados (aunque podrían generalizarse) y son las siguientes: CRV (curva de resistividades verdaderas), la CDZ (curva de Dar Zarrouk), la FC (función característica de Slichter y sus equivalentes de King y Vanyan: no la de Stefanesco). La semejanza entre estas funciones resulta en su representación logarítmica (figura IV-16), en la que supondremos que las resistividades se han normalizado dividiéndolas por la de la primera capa y tomando esta por unidad, $\rho_1 = 1$, pero esta restricción, aunque cómoda, no es necesaria.

Las principales propiedades de estas funciones y sus representaciones logarítmicas son las siguientes:

* Dicho factor se obtiene como en el caso del dispositivo Schlumberger, pero utilizando la (IV,29) en vez de la (IV,27).

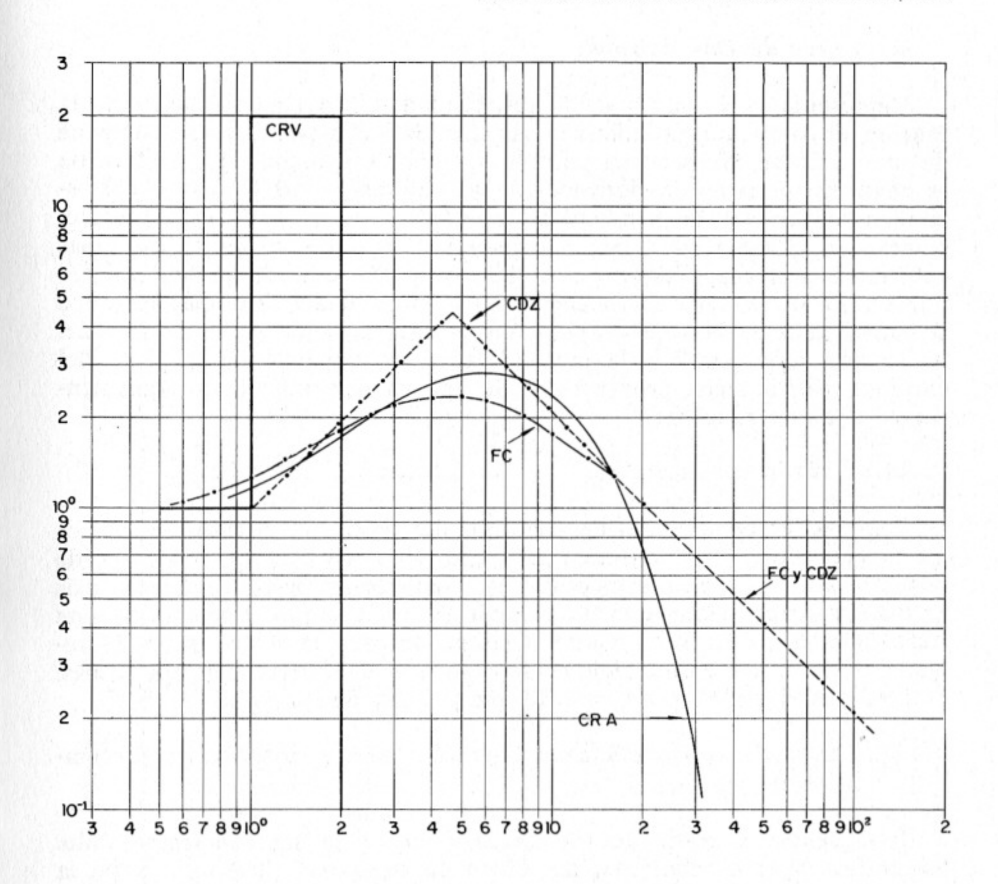


FIG. IV-26. Representación logarítmica conjunta de las curvas: de resistividades verdaderas (CRV), de Dar Zarrouk (CDZ), función característica de Slichter (FC) y de resistividades aparentes Schlumberger (CRA), para un corte de tres capas $E_1 = \rho_1 = 1$; $E_2 = 1$; $\rho_2 = 20$; $\rho_3 = 0$. En otros tipos de cortes, especialmente los A, AA, etc., la proximidad de las tres últimas curvas es mayor. Abscisas: z, Az, λ^{-1}, AB/2; Ordenadas: ρ_i, ρ_m, N_3, ρ_a.

a) *Curva de resistividades verdaderas.*

Expresa directamente la resistividad y espesor de cada capa. Su gráfico logarítmico tiene forma escalonada; la función $\rho(z)$ y su primera derivada son discontinuas en los valores de z correspondientes a los contactos. A los valores $\rho_i = 0$ y $\rho_i = \infty$ corresponden semirrectas paralelas al eje de ordenadas. Cumple la ley de simetría.

b) *Curva de Dar Zarrouk.*

Representa la variación de la resistividad media ρ_m en función de la función de la pseudo-profundidad Az. Su gráfico logarítmico se compone de una serie de arcos cuyos puntos de unión son angulosos; la función es continua, pero no su derivada. A los valores $\rho_i = 0$ y $\rho_i = \infty$ corresponden semirrectas de pendientes respectivas -1 y $+1$ cuyas intersecciones con el eje $\rho_m = 1$ son los valores T o S del conjunto de capas anteriores. Las capas siguientes a la que posee uno de dichos valores límites no se reflejan en la curva. Cada arco tiende asintóticamente a la resistividad de la capa correspondiente. La posición en el gráfico del punto que corresponde a la profundidad z no depende de la parte del corte inferior a dicha profundidad. Se aplican el principio de equivalencia y la ley de simetría.

c) *Función característica.*

Expresa las condiciones de contorno del problema directo. Su gráfica en función de λ^{-1} es continua, así como su derivada; en los casos de $\rho_i = 0$ y $\rho_i = \infty$ tiene por asíntotas las semirrectas de DZ indicadas más arriba. Las capas siguientes no se reflejan en la curva. Excepto en este caso, la posición de cada punto depende de toda la distribución de resistividades en el corte, aunque algunas pueden influir más que otras. Son válidos el principio de equivalencia y la ley de simetría.

d) *Curva de resistividades aparentes.* (Para el dispositivo Schlumberger.)

Representa los resultados de un SEV efectuado sobre el corte dado. Su gráfica $\rho_a(r)$ es continua, así como su derivada. Cuando $\rho_i = \infty$ la curva tiene por asíntota la misma de la FC del corte. Las capas siguientes a una de resistividad nula o infinita no influyen en la curva. Fuera de esta circunstancia todas las resistividades influyen más o menos en cada punto. Cuando la rama final es ascendente, tiene siempre el mismo comportamiento asintótico. Se aplica el principio de equivalencia, pero no la ley de simetría.

Las referencias sobre continuidad no se aplican al punto del infinito del eje de abscisas, ya que en él las curvas mencionadas son discontinuas cuando alguna resistividad es nula o infinita. Las propiedades indicadas se resumen en la tabla adjunta.

La suavidad o lisura creciente de las cuatro funciones hace que una capa delgada se marque cada vez menos en las sucesivas representaciones gráficas, de modo que las que no posean una T o S suficientemente grande, no destacan de la CDZ, son poco conspicuas en la FC y pasan inadvertidas

TABLA III. — FUNCIONES FUNDAMENTALES DE CORTES ESTRATIFICADOS

Abreviatura y nombre de la función	Símbolo matemático	Continuidad de la función	Continuidad de su derivada	Asíntotas horizontales	Asíntotas oblicuas	Principio de equivalencia	Ley de simetría
CRV Curva de resistividades verdaderas	$\rho=\rho(z)$	Discontinua	Discontinua	—	—	No	Sí
CDZ (Curva de Dar Zarrouk)	$\rho_m=\rho_m(Az)$	Continua	Discontinua	Sí	Son arcos de la curva	Sí	Sí
FC (Función característica)	$N_n(\lambda^{-1})$	Continua	Continua	Sí	Sí	Sí	Sí
$\rho_a(r)$ Curva de resistividad aparente Schlumberger	$\rho_a=\rho_a(r)$	Continua	Continua	Sí	Sólo para $\rho_n=\infty$	Sí	No

en la CRA. El trazado de la CDZ correspondiente al corte considerado, puede orientar sobre la detectabilidad de sus diferentes capas.

La morfología de las CRA y su relación con los cortes que las producen será estudiada más extensamente en el capítulo V.

La mayor lisura de la CRA respecto de la CDZ deja de cumplirse (ZOHDY, 1974) cuando en el corte existen capas muy conductoras y gruesas que originan en la CDZ un tramo largo (de longitud horizontal próxima o superior a un ciclo logarítmico) con pendiente cercana a —45°. Entonces una variación pequeña en el tramo descendente de la CDZ puede producir un cambio igual o mayor en la CRA.

IV.13 LAS ECUACIONES DE MAILLET

IV.13.1 Introducción

Raymond Maillet, en su fundamental trabajo de 1947, en el que dio a conocer los parámetros y funciones de Dar Zarrouk, no se ocupó de medios estratificados del tipo definido en el apartado IV.4, sino de un medio mucho más general, suponiendo que tanto la resistividad como la microanisotropía son funciones de la profundidad z (exclusivamente). Se tiene entonces

$$\begin{aligned} \rho &= f_1(z) \\ A &= f_2(z) \end{aligned} \qquad \text{(IV,101)}$$

Se trata, pues, de un medio estratificado de capas anisótropas y de espesor tan pequeño como se quiera, aunque nada impide que ρ sea constante por tramos, y $A = 1$, con lo que se llega como caso particular a los medios considerados en la mayor parte de este capítulo.

En las expresiones anteriores, ρ es la resistividad media (apartado II.10.8) puesto que existe anisotropía del tipo "transversal", es decir, que para cada profundidad z, existirán dos valores de la resistividad

$$\rho_{\perp}(z) = A(z) \cdot \rho(z) \quad ; \quad \rho_{\text{II}}(z) = \frac{\rho(z)}{A(z)} \qquad \text{(IV.102)}$$

Las funciones DZ habrán de definirse así:

$$T(z) = \int_0^z \rho_{\perp}(z)\, dz = \int_0^z A(z)\, \rho(z)\, dz \qquad \text{(IV,103)}$$

$$S(z) = \int_0^z \frac{dz}{\rho_{11}(z)} = \int_0^z \frac{A(z)}{\rho(z)}\, dz \qquad \text{(IV,104)}$$

Si se conocen las funciones (IV,101) pueden calcularse las funciones de DZ (IV,103) y (IV,104) y también la CDZ.

$$S = f_3(T) \qquad \text{(IV,105)}$$

En cambio, al intentar el paso inverso, resulta,

$$S' = \frac{dS}{dt} = f'_3(T) = \frac{1}{\rho^2(z)} \qquad \text{(IV,105)}$$

$$\rho(z) = \frac{1}{\sqrt{S'}} \qquad \text{(IV,106)}$$

pero no puede despejarse z, que queda asociada con la anisotropía $A(z)$, de modo que lo único que puede calcularse es una profundidad aparente u, definida

$$u = \int_0^z A(z)\, dz = \int_0^T \frac{dT}{\rho(z)} = \int_0^T \sqrt{S'}\, dT \qquad \text{(IV,107)}$$

resultado de gran importancia en la resolución del problema inverso, pues indica que la anisotropía transversal no puede detectarse por medio de mediciones efectuadas en la superficie.

Llegados a este punto, Maillet introduce los que él denomina *pseudo-parámetros,* y que resultan de tomar valores medios en las (IV,103) y (IV,104) .

$$\begin{aligned} T(z) &= A'(z)\, \rho(z) z \\ S(z) &= \frac{A'(z)}{\rho(z)} z \end{aligned} \qquad \text{(IV,108).}$$

donde $A'(z)$ es la *pseudo-anisotropía* y $P(z)$ la *pseudo-resistividad.* De estas definiciones se deduce que

$$A'(z)\ z = \sqrt{TS}$$

$$\rho(z) = \sqrt{\frac{T}{S}} \qquad \text{(IV,110)}$$

lo que demuestra que los pseudo-parámetros de Maillet $A'(z)$ y $P(z)$ son la pseudo-anisotropía A y la resistividad media ρ_m definidos en el apartado IV.7.4

IV.13.2 Primera forma de la ecuación de la prospección

En un medio anisótropo como el definido por Maillet, la ecuación de continuidad de la densidad de corriente, expresada en coordenadas cilíndricas, es

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \frac{1}{r} J_r + \frac{\partial J_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial J_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial J_z}{\partial z} = 0 \qquad \text{(IV,111)}$$

donde las componentes de la densidad de corriente, tienen los valores

$$J_r = -\frac{1}{\rho_{\shortparallel}} \frac{\partial U}{\partial r}$$

$$J_z = -\frac{1}{\rho_{\perp}} \frac{\partial U}{\partial z} \qquad \text{(IV,112)}$$

$$J_\varphi = 0$$

los cuales, llevados a la (IV,111), dan

$$\frac{1}{\rho_{\shortparallel}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{\rho_{\perp}} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho_{\perp}} \right) = 0$$

que teniendo en cuenta las (IV,101), se transforma en

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\rho}{A} \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{A\rho} \right) = 0$$

que se convierte fácilmente en

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{1}{A^2} \frac{\partial U}{\partial z} \frac{d \ln (A\rho)}{dz} = 0 \qquad \text{(IV,113)}$$

que es la que Maillet llama "primera forma de la ecuación de la Prospección".

Para eliminar la micro-anisotropía A, puede utilizarse la profundidad aparente u, y siendo

$$du = A(z) \cdot dz \qquad \text{(IV,114)}$$

la ecuación anterior queda transformada en

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial u^2} - \frac{\partial U}{\partial u} \frac{d \ln \rho}{du} = 0 \qquad \text{(IV,115)}$$

para llegar a la cual debe tenerse en cuenta que

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial u^2} A^2 + \frac{\partial U}{\partial u} \cdot \frac{dA}{dz} \qquad \text{(IV,116)}$$

Se deduce de la expresión (IV,115) que el potencial puede expresarse en función de la dependencia entre la resistividad y la profundidad aparente u. Pero puede llegarse más adelante, y utilizar como variable independiente la resistencia transversal T. Para ello se parte de la ecuación (IV,115), y se efectúa el cambio de variable mediante las relaciones

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dz} &= \frac{A}{\sqrt{S'}} \\ \frac{dT}{du} &= \frac{1}{\sqrt{S'}} = \rho \\ \frac{\partial U}{\partial u} &= \frac{\partial U}{\partial T}\, \frac{1}{\sqrt{S'}} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial u^2} &= \frac{\partial^2 U}{\partial T^2}\, \frac{1}{S'} + \frac{\partial U}{\partial T}\, \frac{d^2 T}{du^2} \\ \frac{d \ln \rho}{du} &= \sqrt{S'}\, \frac{d^2 T}{du^2} \end{aligned} \qquad \text{(IV,117)}$$

que se deducen de las (IV,102) a (IV,107), llegándose así a la ecuación

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\, \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{S'}\, \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} = 0 \qquad \text{(IV,118)}$$

que expresa que el potencial en superficie queda determinado unívocamente una vez conocidas las funciones de DZ del medio considerado, siempre que la resistividad y la anisotropía dependan únicamente de la profundidad.

En el caso de medios estratificados considerado en los párrafos anteriores, la resistividad es constante dentro de cada capa, y $A = 1$, por lo que se anula el último término de cada una de las ecuaciones (IV,113) (IV,114) que quedan reducidas a la de Laplace.

IV.13.3 Segunda forma de la ecuación de la prospección

En todo lo considerado hasta ahora en la presente obra, no se ha prestado atención al hecho de que toda corriente eléctrica va acompañada de un campo magnético. Cabe preguntarse si la medida del campo magnético constante que acompaña a la circulación a través del terreno de las corrientes continuas utilizadas en prospección podría suministrar información suplementaria sobre la estructura del subsuelo. Ello es posible, en principio, cuando no existe homogeneidad lateral. Entonces la corriente es más intensa en las zonas más conductoras, como por ejemplo en fallas de relleno menos resistivo que la roca, y éstas podrían loca-

lizarse por medio de un magnetómetro. Un método de esta clase, con corriente alterna, pero basado en el mismo principio, ha sido descrito por ENSLIN (1955). En cambio, cuando existe homogeneidad lateral, como ocurre en los medios estratificados, la distribución de la densidad de corriente es simétrica respecto del eje perpendicular a la superficie del terreno que pasa por el electrodo de emisión, y la medida del campo magnético *constante* que se produce no suministra ninguna información sobre el subsuelo, según se muestra a continuación * siguiendo a Maillet en lo fundamental.

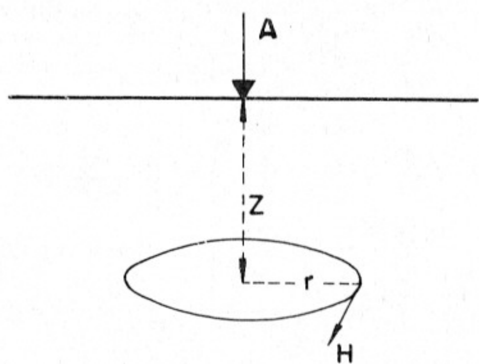


FIG. IV-27. Campo magnético producido por un electrodo puntual, situado en la superficie de un medio lateralmente homogéneo.

Si se considera (fig. IV-27) un círculo de radio arbitrario paralelo a la superficie y cuyo centro, situado a la profundidad z, se halla en la vertical del electrodo A, dada la simetría debida a la homogeneidad lateral del medio, el poder imanador **H** tendrá el mismo módulo en todos los puntos de la circunferencia. En cualquier punto del círculo se cumplirá la ecuación de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \tag{III,3}$$

y aplicando el teorema de Stokes, resulta

$$2\pi\, r\, H = I' \tag{IV,119}$$

donde I' es la intensidad total de corriente que atraviesa el círculo, de donde se deduce

$$H = \frac{I'}{2\pi\, r} \tag{IV,120}$$

* No ocurre lo mismo cuando se emplean corrientes alternas de diferentes frecuencias, según se hace en los *Sondeos electromagnéticos*.

Si ahora se desplaza el círculo paralelamente a la superficie hasta llegar a ella, conservando su centro en la vertical de A, I' irá creciendo hasta tomar el valor I, que representa la intensidad total que penetra por el electrodo. Entonces

$$H = \frac{I}{2\pi r} \qquad \text{(IV,121)}$$

que es la expresión que corresponde a un cable vertical que pasa por A, y no depende por lo tanto de la distribución de resistividad en el subsuelo.

Ahora bien, si la medición del campo magnético no suministra información útil, su consideración sirve para establecer una nueva forma de la ecuación diferencial a que obedece la circulación de corrientes eléctricas en medios cuyas propiedades sólo varían en función de la coordenada z, como los estudiados en el apartado anterior.

Para establecer dicha ecuación se parte de la (III,2) que acaba de utilizarse, y que escrita en coordenadas cilíndricas, y separando sus componentes será

$$\begin{aligned}
(\nabla \times \mathbf{H})_r &= \frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = J_r \\
(\nabla \times \mathbf{H})_\varphi &= \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = J_\varphi = 0 \qquad \text{(IV,122)} \\
(\nabla \times \mathbf{H})_z &= \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(r\,H_\varphi) - \frac{\partial H_r}{\partial \varphi}\right) = J_z
\end{aligned}$$

Las mismas razones de simetría que hacen que $J_\varphi = 0$, llevan a la conclusión de que la única componente no nula del poder imanador es la tangencial, con lo que las expresiones anteriores se convierten en las

$$\begin{aligned}
J_r &= -\frac{\partial H}{\partial z} \\
J_\varphi &= 0 \qquad \text{(IV,123)} \\
J_z &= \frac{H}{r} + \frac{\partial H}{\partial r}
\end{aligned}$$

donde se ha suprimido el subíndice φ en las H por ser innecesario.

Por otra parte, la ecuación (III,3) escrita en coordenadas cilíndricas es

$$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z}\right)\mathbf{i}_r + \left(\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \varphi}\right)\mathbf{i}_\varphi +$$

$$+ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r E_\varphi) - \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} \right] \mathbf{i}_z = 0 \qquad \text{(IV,124)}$$

que, por ser

$$E_r = \rho_{II} J_r = \frac{\rho J_r}{A}$$

$$E_\varphi = 0 \qquad \text{(IV,125)}$$

$$E_z = \rho_\perp J_z = A\rho J_z$$

y dada la simetría del problema, se reduce a

$$\frac{\rho}{A} \frac{\partial J_r}{\partial z} - A\rho \frac{\partial J_z}{\partial r} + J_r \frac{\partial(\rho/A)}{\partial z} = 0 \qquad \text{(IV,126)}$$

Sustituyendo en ésta las (IV,123) y efectuando operaciones sencillas resulta

$$\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} - \frac{H}{r^2} + \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + \frac{1}{A^2} \frac{1}{\rho/A} \frac{\partial H}{\partial z} \frac{d(\rho/A)}{dz} = 0$$

a cuyo último término puede darse forma logarítmica. Efectuando esta operación y el cambio de variable $W = r H$, se obtiene

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - \frac{1}{A^2} \frac{\partial W}{\partial z} \frac{d \ln(\rho/A)}{dz} = 0 \qquad \text{(IV,127)}$$

que es la ecuación de la prospección en su segunda forma, según la nomenclatura de Maillet. * Del mismo modo que en la primera, la anisotropía puede eliminarse recurriendo a la profundidad aparente U, y procediendo como en el apartado anterior, resulta

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{\partial^2 W}{\partial u^2} + \frac{\partial W}{\partial u} \frac{d\,(\ln\rho)}{du} = 0 \qquad \text{(IV,128)}$$

análoga a la (IV,115).

Si ahora se toma S como variable en vez de u y z, como

$$\frac{dS}{du} = \frac{1}{\sqrt{T'}} = \frac{1}{\rho}$$

$$\frac{\partial W}{\partial u} = \frac{\partial W}{\partial S} \frac{1}{\sqrt{T'}}$$

* Dicho autor utiliza diferente notación, que no se sigue aquí por prestarse a confusiones.

$$\frac{\partial^2 W}{\partial u^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial S^2} \cdot \frac{1}{T'} + \frac{\partial W}{\partial S} \frac{d^2 S}{du^2} \tag{IV,129}$$

$$\frac{d \ln \rho}{du} = - \frac{d \ln (1/\rho)}{du} = - \frac{d^2 S}{du^2} \sqrt{T'}$$

que, llevadas a la (IV,128) dan

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{T'} \frac{\partial^2 W}{\partial S^2} = 0 \tag{IV,130}$$

ecuación diferencial análoga a la (IV,118) y que como ella, sólo depende de las funciones de Dar Zarrouk. Sustituyendo en ella W por rH resulta

$$\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} - \frac{H}{r} + \frac{1}{T'} \frac{\partial^2 H}{\partial S^2} = 0 \tag{IV,131}$$

La integración de ésta y las anteriores ecuaciones diferenciales determina la distribución espacial de H y, en particular, su valor en la superficie del terreno. Ya se ha dicho que el conocimiento de esta magnitud no ilustra directamente sobre el corte geoeléctrico del subsuelo, pero en cambio, su derivada vertical determina E, ya que

$$E_r = \rho J_r = - \rho \frac{\partial H}{\partial z} \tag{IV,132}$$

según la primera de las (IV,123), y una vez conocida E_r pueden determinarse las resistividades aparentes por medio de las fórmulas usuales. Se tiene así una nueva vía para el planteamiento y resolución de los problemas teóricos de la Prospección Geoeléctrica sobre medios que cumplan las condiciones de Maillet, entre los cuales figuran los cortes estratificados. Así como la solución de Stefanesco se expresa por medio de exponenciales (o tangentes hiperbólicas) y funciones de Bessel de primer género, aquí las funciones propias son del tipo

$$\text{sen}\, \lambda z \cdot K_n(\lambda r)$$

donde K_n es la función de Bessel modificada de segundo género y orden n, que presenta sobre la $J_n(\lambda r)$ la ventaja de anularse exponencialmente cuando el argumento tiende a infinito.

Esta segunda forma de la ecuación de la prospección fue estudiada por primera vez por King (1933). Posteriormente, Kunetz y Rocroi (1970) aluden a ella y mencionan, sin justificarlos, algunos resultados interesantes. En la teoría que se establece a partir de ella, la resistividad apa-

rente para un dispositivo Schlumberger sobre un medio cuyas propiedades sólo son función de la profundidad z es

$$\rho_a(r) = \frac{2}{\pi} r^2 \int_0^\infty \Phi\,[\lambda, \rho(z)]\,\lambda\, K_1(\lambda r)\, d\lambda \qquad \text{(IV,133)}$$

donde Φ representa una función característica o núcleo, análogo a la N_n, pero en cuya expresión algebraica sólo intervienen funciones trigonométricas, y que es periódica en el caso de medios estratificados. El papel que representa la integral de Weber-Lipschitz en la teoría de Stefanesco corresponde aquí a la igualdad

$$\frac{2}{\pi} \int_0^\infty K_0(\lambda r) \cos \lambda z \, d\lambda = \frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}} \qquad \text{(IV,134)}$$

y el "puente" (como dice Maillet), entre ambas teorías es la integral de Mehler

$$K_0(\mu r) = \int_0^\infty J_0(\lambda r) \frac{\lambda}{\lambda^2 + \mu^2} \, d\lambda \qquad \text{(IV,135)}$$

El citado autor francés prometió en su artículo la publicación de un segundo, donde se desarrollarían estas cuestiones, lo que no se ha cumplido.

IV.14 SONDEOS ELECTRICOS EN EL MAR

La superficie de un mar o lago tranquilos presenta condiciones ideales de homogeneidad para la ejecución de mediciones eléctricas. Si los electrodos se colocan sobre flotadores en la superficie, puede aplicarse directamente la teoría usual, pero en muchos casos es preferible situar los electrodos en el fondo del mar o próximos a él. Entonces no son aplicables las teorías de Stefanesco y análogas, que consideran electrodos de emisión situados en la superficie límite aire-primera capa y se hace necesario el desarrollo de una teoría más general. Las posibilidades petroleras de los mares Caspio, Aral, etc., han impulsado a varios geofísicos soviéticos al estudio de esta cuestión como VANYAN (1956) y TEREKHIN (1958) aunque los primeros trabajos se remontan a 1934. Del trabajo de Terekhin existe una traducción inglesa, en RAST (1962).

Terekhin sigue un proceso totalmente análogo al de Stefanesco, y llega así a una expresión para el potencial, que con la misma notación del apartado IV.11 es

$$U_0 = \frac{I\rho_0}{4\pi} \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{(r^2 + 4\, z_0^2)^{1/2}} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Q(m)}{(r^2 + 4\, z_0^2)^{1/2}} \right. \qquad \text{(IV,136)}$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} Q(m) \left(\frac{1}{[r^2 + 4\,(m\,E_0 - z_0)^2]^{1/2}} + \frac{1}{[r^2 + 4\,(m\,E_0 + z_0)^2]^{1/2}} \right) \Bigg]$$

donde z_0 es la profundidad del dispositivo, medida desde la superficie del agua.

Derivando la expresión anterior para obtener el campo eléctrico y multiplicando por los factores correspondientes, resulta para la resistividad aparente para el dispositivo Schlumberger

$$\rho_a = \frac{\rho_0}{2} \left[1 + \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{2\,z_0}{r}\right)^2\right]^{3/2}} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Q(m)}{\left[1 + \left(\frac{2\,m\,E_0}{r}\right)^2\right]^{3/2}} + \right.$$

$$\left. + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Q(m)}{\left[1 + 4\left(\frac{mE_0 + z_0}{r}\right)^2\right]^{3/2}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Q(m)}{\left[1 + 4\left(\frac{m\,E_0 - z_0}{r}\right)^2\right]^{3/2}} \right] \qquad \text{(IV,137)}$$

En 1956, el organismo soviético VNII Geofisika publicó, para su empleo en la prospección marina, un catálogo de 68 láminas, con 420 curvas de dos y tres capas para sondeos eléctricos con dispositivos Schlumberger o dipolar axil, calculadas de acuerdo con las condiciones y teoría a que se acaban de aludir. Tales curvas discrepan de las usuales sólo en su parte izquierda.

Otro sería el caso si uno de los electrodos de corriente se encontrase en el fondo del mar y los demás electrodos estuvieran en la superficie. El problema homólogo en tierra, con un electrodo de corriente enterrado a cierta profundidad por medio de una perforación, ha sido estudiado por Merkel y sus colaboradores (MERKEL, 1971; MERKEL y ALEXANDER, 1971; SNYDER y MERKEL, 1973) y aplicada a la localización de cuerpos y capas conductoras con mayor precisión y alcance que el método usual.

IV.15 CORTES CON CAPAS DE TRANSICION

El modelo universalmente utilizado de corte geoeléctrico, y que es el que hasta aquí hemos considerado, se compone de un número variable de zonas, cada una de resistividad uniforme, lo que no sólo es sencillo, sino que se corresponde aceptablemente con la realidad.

Hay casos, sin embargo, en los cuales existe alguna capa cuya resistividad crece (o decrece) del techo al muro. Esto ocurre, por ejemplo, cuando una roca presenta una capa de alteración, que generalmente no

es homogénea, sino que representa un paso gradual a la roca sana, con variación correlativa de la resistividad. Mallick y Roy (1968) hicieron notar que éste es un caso muy frecuente e importante en la India, y estudiaron las curvas de resistividad aparente que se obtienen sobre dichos cortes. Patella (1978) indica, por su parte, que dicha variación gradual de la resistividad se encuentra también en la transición del agua dulce al agua salada en las zonas costeras con invasión marina, aparte de otros ejemplos.

Desde el trabajo de Mallick y Roy, han aparecido otros (Jain, 1972; Rösler y Schallar, 1977; Patella, 1977 y 1978; Mallick y Jain, 1979; Koefoed, 1979) sobre el mismo problema, que se denomina "de la capa de transición". En todos ellos se supone que la variación del parámetro eléctrico con la profundidad es lineal, pero se da el caso curioso, señalado por Koefoed, de que en varios de los artículos citados se habla de capas cuya *resistividad* varía linealmente con la profundidad, o sea

$$\rho_z = \rho_0 + a(z - z_0)$$

pero luego desarrollan la teoría sobre la hipótesis de variación lineal de la *conductividad*:

$$\sigma_z = \sigma_z + b(z - z_0)$$

que, evidentemente, es muy distinta. El primer caso es, con mucho, el más frecuente en la Naturaleza (fig. IV-28).

La solución del problema teórico puede hacerse siguiendo los mismos pasos que Stefanescu, esto es la separación de variables, integración de las dos ecuaciones diferenciales ordinarias que resultan y aplicación de las condiciones de contorno.

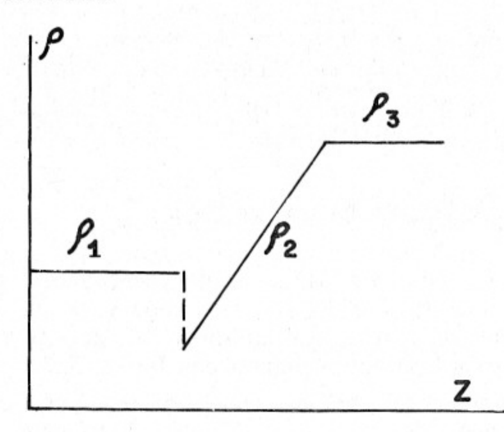


Fig. IV-28. C.R.V. de un corte cuya segunda capa es de transición (crecimiento lineal de ρ con la profundidad).

Con referencia al cálculo efectuado en el apartado IV.5.2, la ecuación de Laplace ha de ser sustituida en este caso por la

$$\nabla^2 U - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\partial U}{\partial z} = 0 \qquad \text{(IV,138)}$$

según se deduce de las expresiones que anteceden a la (III,8), de modo que en vez de la (IV,6) se tiene

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{a}{\rho_0 + a(z - z_{i-1})} \frac{\partial U}{\partial z} = 0 \qquad \text{(IV,139)}$$

si la capa de transición es la i-ésima del corte. Para las demás capas no transicionales son válidas las ecuaciones dadas en el apartado IV.5.2. En la capa de transición, al efectuar la separación de variables, la función $R(r)$ es, como antes, la función de Bessel $J_0(\lambda r)$, mientras que $Z(z)$ no tiene soluciones exponenciales, sino las

$$Z = \rho(z)\, I_1(\lambda\rho/a)$$
$$Z = \rho(z) K_1(\lambda\rho/a) \qquad \text{(IV,140)}$$

donde I_1 y K_1 son, como de costumbre, funciones de Bessel modificadas. La aplicación de las condiciones de contorno lleva a una expresión del tipo

$$\rho_a = \rho_1 r^2 \int_0^\infty H_n(\lambda, \rho)\, J_1(\lambda\rho)\lambda\, d\lambda \qquad \text{(IV,141)}$$

que se ve es en todo análoga a la (IV,27)) correspondiente a capas homogéneas. La diferencia está en que la función característica está sustituida por la H_n, donde, además de exponenciales, existen funciones de Bessel modificadas. Esta F.C. generalizada posee propiedades asintóticas idénticas a las que presenta la F.C. del corte de capas homogéneas, según ha demostrado PATELLA (1978). El caso de variación lineal de la conductividad se resuelve en todo de modo análogo al indicado. Para la resistividad lineal, KOEFOED (1979) ha estudiado las leyes de recurrencia en la formación de la función H_n, incluyendo cortes con varias capas de transición.

La curva de resistividad aparente de un corte con capa de transición se modifica muy poco si se sustituye dicha capa por dos o más de resistividad creciente (decreciente). Por ello, en la interpretación sólo debe tomarse en cuenta la solución transicional cuando hay información complementaria que asegura su existencia.

IV.16 CONTACTOS INCLINADOS

Por grande que sea la importancia práctica de los cortes estratificados no es posible prescindir del estudio de cortes de otro tipo y del influjo que ejercen sobre las curvas de SEV.

Así, por ejemplo, MUNDRY y HOMILIUS (1972) han calculado las curvas teóricas correspondientes a SEV efectuados sobre un valle de sección elíptica.

Entre los cortes no estratificados, el más sencillo es el constituido por un solo contacto inclinado, formando un ángulo α con la superficie horizontal del terreno, y que separa dos medios de resistividades respectivas ρ_1 y ρ_2 (fig. IV-18).

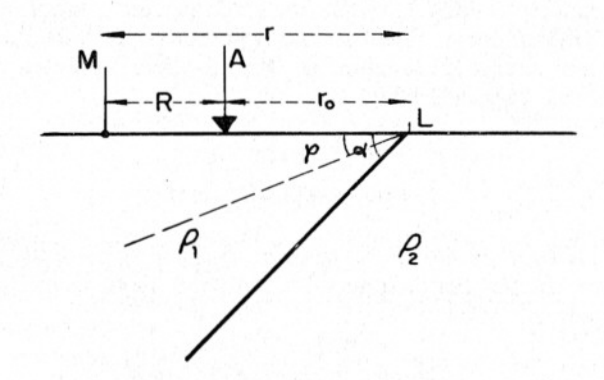


FIG. IV-29. Corte geoeléctrico de dos capas, con contacto inclinado. α = ángulo de inclinación, φ = coordenada.

Aunque el problema parece sencillo, no lo es en realidad. En los primeros ensayos de resolución se utilizó el método de las imágenes, con resultados no siempre correctos. Ello se debe a que tal método no es aplicable en general al problema presente, pues según hizo ver J. B. Keller, el cumplimiento de las condiciones de contorno por parte de las imágenes implica, en ciertos casos, la aparición de singularidades en puntos donde no debería haberlas. En concreto, este método es válido para el caso $\rho_2 = \infty$ cuando $\alpha = \pi/n$ y para $\rho_2 = 0$ si es $\alpha = \pi/2n$ (n, entero).

Las primeras soluciones rigurosas de este problema se deben a los soviéticos Markov y Tikhonov, y la solución completa fue dada por SKALKAYA (1948), de la misma nacionalidad. Independientemente, el japonés MAEDA (1955), publicó una solución rigurosa, que aplicó a un dispositivo Wenner paralelo a la traza del contacto, calculando algunas curvas. En

los comentarios de VAN NOSTRAND y COOK (1955) al citado trabajo, se encuentra información interesante y bibliografía.

Se considera un sistema de coordenadas cilíndricas cuyo eje z coincide con la intersección del contacto con la superficie, y los ángulos tienen por origen esta superficie (fig. IV-29). Las distancias respectivas del electrodo de emisión A y del punto M donde se mide el potencial al eje z se representan por r_0 y r. R es la distancia AM, pero las coordenadas z de ambos puntos no tienen que ser iguales por lo que en general $r - r_0 \neq R$. Para A, $z = 0$, El plano de separación entre los dos medios o contacto, tiene por ecuación $\varphi = \alpha$. Planteada la ecuación de Laplace y resuelta por separación de variables, ocurre que sólo puede ser satisfecha, junto con las condiciones para distancias al electrodo A muy grandes o muy pequeñas, por funciones del tipo

$$\cos \lambda z \cdot Ch\, \mu \varphi \cdot K_{i\mu}(\lambda r)$$

donde $K_{i\mu}$ son funciones de Bessel modificadas de segundo género y orden imaginario. Tomando como solución general una superposición de estas funciones sumadas a la solución fundamental $\rho_1 I/R$ y aplicando las condiciones de contorno a la superficie del terreno y al contacto, o sea $\varphi = 0$, $\varphi = \pi$, $\varphi = \alpha$, Maeda obtiene las siguientes expresiones para los potenciales U_1 y U_2 en los medios de resistividad ρ_1 y ρ_2 respectivamente, en un punto M de coordenadas (r, φ, z) siendo $(r_0, 0, 0)$ las del manantial puntual

$$U_1 \frac{I\rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{R} + \frac{4}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty A(\lambda, \mu) \cdot \cos \lambda z \cdot Ch\, \mu \varphi \cdot K_{i\mu}(\lambda r)\, d\mu\, d\lambda \right.$$

$$U_2 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{R} + \frac{4}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty B(\lambda, \mu) \cdot \cos \lambda z \cdot Ch\, \mu \varphi \cdot K_{i\mu}(\lambda r)\, d\mu\, d\lambda \right. \qquad \text{(IV,142)}$$

donde son

$$A(\lambda, \mu) = \frac{K\, Sh\, 2\, \mu(\pi - \alpha)}{Sh\, \mu \pi + K\, Sh\, \mu(2\,\alpha - \pi)} K_{i\mu}(\lambda r_0)$$

$$B(\lambda, \mu) = \frac{K \{Sh\, \mu \pi - Sh\, \mu(2\,\alpha - \pi)\}}{Sh\, \mu \pi + K\, Sh\, \mu(2\,\alpha - \pi)} K_{i\mu}(\lambda r_0) \qquad \text{(IV,143)}$$

En las que no debe confundirse K, factor de reflexión definido del modo acostumbrado (IV,3), con las funciones de Bessel. Calculando las integrales anteriores por medio de desarrollos en serie en los que aparecen funciones de Legendre de segundo género, Maeda obtuvo diversas curvas de resistividad aparente para el dispositivo Wenner.

Mucho más sencilla es la aplicación del método de las imágenes, cuando ello es válido. Ello ocurre, como se dijo más arriba, siempre que el sustrato presente resistividad nula o infinita, y $\alpha = \pi/n$ donde n es un número entero, par en el primer caso. Al'pin resolvió este problema en 1935, y calculó una colección de curvas patrón que se publicó en 1940. La solución de Al'pin para el potencial en el primer medio es *

$$U_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \sum_{m=0}^{n-1} \frac{K^m}{[(x-x_m)^2 + (y-y_m)^2 + (z-z_m)^2]^{1/2}} \qquad \text{(IV,144)}$$

En esta expresión $K = 1$ si el sustrato es aislante, y $K = -1$ si es perfectamente conductor. La figura IV-19 muestra, en corte y planta, la

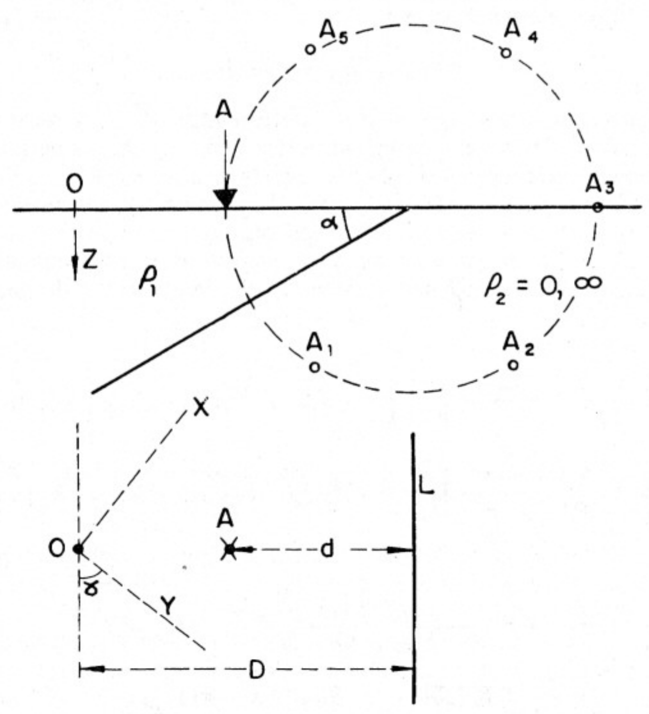


FIG IV-30. Corte geoeléctrico de dos capas, con contacto de inclinación $\alpha = 30°$. Solución por el método de las imágenes.

* Tomamos esta información, en su parte básica, del trabajo de Berdichevkiy y Zagarmistr, incluido en la traducción de AL'PIN *et al* (1960). En esta no figura la restricción de ser n par cuando el sustrato es perfectamente conductor, claramente indicada en el original ruso. No es esta la única inexactitud observada en dicha traducción.

geometría del problema. La fuente puntual A dista d del afloramiento L del contacto. El origen de coordenadas 0 está situado a la distancia D de L, con los ejes x, y situados de modo que el segundo forme el ángulo γ con la paralela a L por 0. Las coordenadas del punto donde se mide el potencial son $(x, y, 0)$ y las, de las imágenes (x_m, y_m, z_m),, correspondiendo el subíndice cero al punto A. Las coordenadas de las imágenes son

$$x_m = x_0 + 2\,d \cos\gamma \operatorname{sen}^2 \frac{\pi m}{n}$$

$$y_m = y_0 + 2\,d \operatorname{sen}\gamma \operatorname{sen}^2 \frac{\pi m}{n}$$

$$z_m = d \operatorname{sen}^2 \frac{\pi m}{n} \qquad \text{(IV,145)}$$

Como aparece en la parte superior de la figura, y se deduce de las fórmulas anteriores, las imágenes son en número finito ($= n$) y se disponen sobre una circunferencia con centro en el afloramiento L del contacto, situada en el plano perpendicular a L que pasa por A. Estas imágenes son las mismas que se observarían en un espejo angular de ángulo α según las leyes de la Optica Geométrica. El número de imágenes es de dos para contacto vertical, y crece indefinidamente cuando α tiende a cero. Las expresiones (IV,142) se deducen, por sencillas consideraciones trigonométricas, para la indicada ubicación de las imágenes.

Como ejemplo de aplicación de las fórmulas anteriores se considerará uno de los casos más sencillos, que es el de un dispositivo Schlumberger paralelo a un contacto vertical. Entonces, $\alpha = \pi/2$, $n = 2$. Se tomará como origen de coordenadas el propio punto A, o sea que $D = d$, y el eje y perpendicular a la traza L por lo que $\gamma = \pi/2$. Las coordenadas de A, $(x_0, y_0, 0)$ serán $(0, 0, 0)$ y sólo habrá una imagen, de coordenadas

$$x_1 = 0$$
$$y_1 = 2\,d$$
$$z_1 = 0$$

Por lo tanto, a la distancia $x = r$ respecto de A, con $y = 0$, el potencial en superficie vale

$$U_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi}\left(\frac{1}{r} \pm \frac{1}{(r^2 + 4\,d^2)^{1/2}}\right) \qquad \text{(IV,146)}$$

donde los signos más y menos corresponden respectivamente al sustrato aislante y al conductor, de donde se deduce que el campo E en el mismo punto es

$$E = -\frac{\partial U_1}{\partial x} = \frac{I\rho_1}{2\pi}\left(\frac{1}{r^2} \pm \frac{r}{(r^2 + 4\,d^2)^{3/2}}\right) \qquad \text{(IV,147)}$$

a partir del cual se calcula la resistividad aparente llevando este valor a la fórmula (III,27) e introduciendo un factor 2 para tener en cuenta el efecto del electrodo B, situado a la misma distancia d de L con lo que se tiene

$$\rho_a = 2\pi r^2 \frac{E}{I} = \rho_1 \left(1 \pm \frac{r^3}{(r^2 + 4\,d^2)^{3/2}} \right) \qquad \text{(IV,148)}$$

de esta igualdad se deduce que el valor asintótico para $r \to \infty$ es $2\,\rho_1$ cuando el sustrato es aislante, y cero cuando es conductor. Este caso de contacto vertical es resoluble por el método de las imágenes para cualquier valor de ρ_2 y entonces el valor asintótico es $\rho_1\ (1 + K)$. A esta conclusión puede llegarse, bien partiendo de la (IV,141), bien más rigurosamente, utilizando los resultados del apartado (IV,18) y aplicándolos a un dispositivo paralelo al contacto.

Las curvas para contactos inclinados se comentan brevemente en el apartado V.15.

IV.17 CONTACTOS VERTICALES Y HORIZONTALES

La suposición de que el subsuelo está compuesto por capas homogéneas paralelas a la superficie no se cumple siempre, sobre todo cuando las profundidades que interesa alcanzar exigen líneas AB de gran longitud, ya que entonces es menos probable que las condiciones de homogeneidad lateral se extiendan a lo largo de la zona de influencia del SEV.

Un corte no estratificado relativamente sencillo es el que resulta de añadir, sobre un sustrato horizontal, una discontinuidad lateral constituida por un contacto vertical que divide a la primera capa en dos partes de resistividades respectivas ρ_1 y ρ_2.

El cálculo de las curvas teóricas de resistividad aparente para cortes de dicho tipo es relativamente fácil, en especial cuando la resistividad del sustrato es nula o infinita, y puede efectuarse entonces por el método de las imágenes. A la serie infinita de imágenes (apartado (IV.5.1) que representa el potencial de un electrodo puntual, situado en la superficie del primer medio hay que añadir otra producida por la reflexión de la fuente real en el contacto vertical, y las reflexiones de esta imagen en el techo del sustrato, siempre que el punto M se halle en el mismo medio que A.

En ausencia del contacto vertical, el potencial en un punto M que dista r del electrodo A viene dada por

$$U_M = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{K^m}{(r^2 + 4\,m^2\,E^2)^{1/2}} \right) \qquad \text{(IV,5)}$$

y si es infinita la resistividad del sustrato, $K = 1$ y si además se pone, pasando a cartesianas, $r^2 = x^2 + y^2$ se tendrá

$$U_M = \frac{I\rho_1}{2\pi}\left(\frac{1}{(x^2+y^2)^{1/2}} + 2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{(x^2+y^2+4\,m^2\,E^2)^{1/2}}\right) \qquad \text{(IV,149)}$$

Si ahora se introduce la discontinuidad vertical, situada perpendicularmente al eje *y*, a la distancia *d* de *A*, aparece la segunda serie de imágenes (fig. IV-31) situada simétricamente de la primera respecto del contacto vertical, y con las mismas intensidades relativas de emisión,

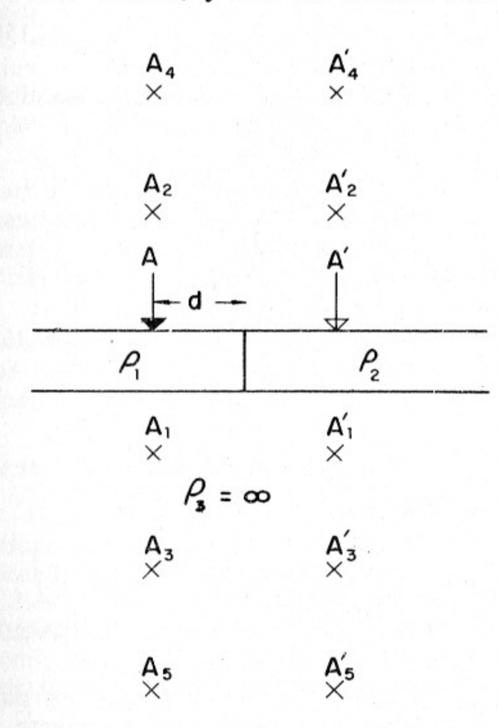


FIG. IV-31. Corte geoeléctrico con un contacto vertical y sustrato horizontal perfectamente aislante. Solución por el método de las imágenes.

pero siendo la de la primera de ellas (esto es, la situada en la superficie del terreno) igual a la de la fuente real en *A*, multiplicada por K_1, siendo éste el coeficiente de reflexión para los dos medios, de resistividades ρ_1 y ρ_2 separados por la discontinuidad vertical. La justificación de este factor K_1 se encuentra en el apartado VII.3. El potencial debido a esta segunda serie de imágenes, será, en el mismo punto *M* y habida cuenta de las distancias respectivas.

$$U'_M = \frac{I\rho_1 K_1}{2\pi}\left[\frac{1}{[(x-2\,d)^2+y^2]^{1/2}} + 2\sum_{m-1}^{\infty}\frac{1}{[(x-2\,d)^2+y^2+4\,m^2\,E^2]^{1/2}}\right]$$

donde se toma el eje x perpendicular al contacto vertical. El potencial total será, pues,

$$U_M = \frac{I\rho_1}{2\pi}\left(\frac{1}{(x^2+y^2)^{1/2}} + \frac{K_1}{[(x-2\,d)^2+y^2]^{1/2}}\right) + \\ + \frac{I\rho_1}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\left(\frac{1}{(x^2+y^2+4\,m^2\,E^2)^{1/2}} + \frac{K_1}{[(x-2\,d)^2+y^2+4\,m^2\,E^2]^{1/2}}\right)$$

(IV,150)

El campo eléctrico E_x en dirección perpendicular al plano vertical de discontinuidad será

$$E_x = -\frac{\partial U_M}{\partial x} = \frac{I\rho_1}{2\pi}\left(\frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}} + \frac{K_1\,(x-2\,d)}{[(x-2\,d)^2+y^2]^{3/2}}\right) + \\ + \frac{I\rho_1}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\left(\frac{x}{(x^2+y^2+4\,m^2\,E^2)^{3/2}} + \frac{K_1\,(x-2\,d)}{[(x^2-2\,d)^2+y^2+4\,m^2\,E^2]^{3/2}}\right)$$

(IV,151)

En cuanto al campo eléctrico paralelo a dicho plano valdrá

$$E_y = -\frac{\partial U_M}{\partial y} = \frac{I\rho_1}{2\pi}\left(\frac{y}{(x^2+y^2)^{3/2}} + \frac{K_1\,y}{[(x-2\,d)^2+y^2]^{3/2}}\right) + \\ + \frac{I\rho_1}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\left(\frac{y}{(x^2+y^2+4\,m^2\,E^2)^{3/2}} + \frac{K_1\,y}{[(x^2-2\,d)^2+y^2+4\,m^2\,E^2]^{3/2}}\right)$$

(IV,153)

De las citadas expresiones se deduce la resistividad aparente para dispositivos Schlumberger perpendiculares o paralelos, respectivamente, al contacto vertical, por aplicación de la (III,27), lo que sólo exige multiplicarlas por $\pi r^2/I$.

De este modo han podido calcularse curvas patrón para el corte considerado, e incluso para otros semejantes con dos discontinuidades verticales. Sobre esta cuestión puede verse KUNETZ (1955) y sobre todo los trabajos de Berdichesky y otros autores incluidos en AL'PIN *et alia* (1966) donde también se reproduce, en tamaño menor, una colección soviética

de curvas patrón para cortes con una y dos discontinuidades verticales. * Las propiedades de tales curvas se tratan someramente en el apartado V.16.

IV.18 HETEROGENEIDAD GENERAL

IV.18.1 Introducción

Parece conveniente extender el cálculo de curvas teóricas de SEV a distribuciones de resistividad más complejas que las consideradas hasta aquí. Una posible generalización sería la de resistividades que variasen de modo continuo en sentido vertical, según una ley matemática definida, parabólica o exponencial, por ejemplo. Problemas de este tipo han sido resueltos por SLICHTER (1933), KING (1933), Berdichevkiy y Zagarmistr (en ALP'IN *et al,* 1966), pero su utilidad práctica no es grande.

Mucho más interesantes, por su mayor realismo y carácter más general, son las distribuciones en la que la resistividad cambia no sólo en sentido vertical (problemas monodimensionales) sino también lateralmente (problemas bidimensionales) e incluso según una tercera dirección ortogonal a las anteriores (problemas tridimensionales).

La resolución de estos casos generalizados requiere, como era de esperar, el empleo de teorías matemáticas muy complejas. En este apartado se pretende la descripción de los conceptos básicos de algunos de los métodos propuestos.

IV.18.2 El procedimiento de Alfano

El geofísico italiano ALFANO (1959) es autor de una teoría para el cálculo de potenciales y curvas de resistividad aparente sobre medios discontinuos. En su forma sencilla, dicha teoría se ocupa de estructuras bidimensionales o "cilíndricas", con superficies de discontinuidad exclusivamente horizontales o verticales. Entonces la resistividad sólo depende de x y de z y no de y. Un terreno de este tipo queda determinado por su corte según un plano perpendicular al eje y, corte que estará cons-

* En la citada recopilación, debida al Prof. Keller, se utilizan notaciones distintas para las mismas familias de curvas. Las notaciones empleadas en las láminas son IC (Contacto inclinado), HVC (un contacto vertical sobre sustrato horizontal) y HVC-2, (lo mismo, pero con dos contactos verticales). En cambio, en el texto, las mismas familias son denominadas respectivamente NK, GVK y GVK-2, siglas que resultan de la transliteración de las rusas correspondientes. En dicha traducción se ha transliterado también el indicativo de las curvas francesas CH (couche horizontal), que son referidas erróneamente como SN.

tituido por una serie de rectas verticales y otra de horizontales, las cuales definen una red de rectángulos de resistividad constante. Si numeramos estos por filas y columnas, empezando por el rectángulo superficial situado más a la izquierda, la resistividad de ellos se expresará por constantes de la forma $\rho_{i,j}$ siendo i y j, respectivamente, la fila y columna del rectángulo considerado.

Alfano (que utiliza otra notación) estudia las propiedades del punto común a cuatro rectángulos contiguos cualesquiera de los que componen el corte (fig. IV-21). Este punto es singular, pues la primera derivada del potencial U no está definida en él, mientras que tanto U como E son finitas, según demuestra dicho autor, por lo que los problemas de esta clase no son resolubles en general por el método de las imágenes,

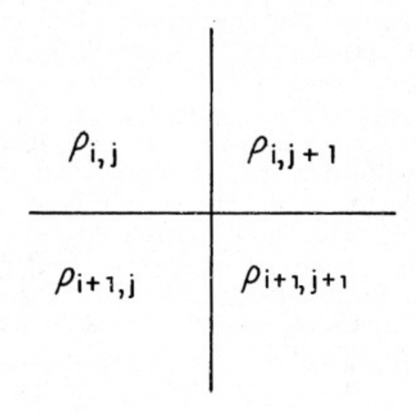


FIG IV-32. Intersección de cuatro recintos en la teoría de Alfano.

donde no pueden existir puntos singulares de tales características. Alfano prueba que dicho método sólo es aplicable si se cumple la condición

$$\rho_{i,j} \cdot \rho_{i+1,\,j+1} = \rho_{i+1,\,j} \cdot \rho_{i,\,j+1} \qquad \text{(IV,154)}$$

De ellos se deduce que los cortes considerados en el apartado IV.15 sólo son resolubles por imágenes cuando el sustrato es perfectamente conductor, o para ciertos contrastes de resistividad. Los cortes estratificados cumplen también la condición anterior, si se les añade contactos verticales ficticios que tendrán las mismas resistividades a ambos lados.

Dadas las condiciones del problema, la ecuación de Laplace para él puede integrarse por separación de variables cartesianas, llegándose a la solución general

$$U(x, y, z) = \int_0^{\infty} d\lambda \int_{-\pi}^{\pi} G(\lambda, \mu)\, e^{\lambda(\pm ix \text{ sen } \mu \pm iy \cos \mu \pm z)}\, d\mu \qquad \text{(IV,155)}$$

donde $G(\lambda, \mu)$ es una función característica que como en el caso de medios estratificados ha de determinarse por las condiciones de contorno del rectángulo donde se calcula el potencial. Para el recinto rectangular de índices i, j se puede poner siempre que

$$G_{i,j}(\lambda, \mu) = \iiint e^{\lambda(\pm i\xi \text{ sen } \mu \pm i\eta \cos \mu \pm \zeta)}\, \sigma_{i,j}(\xi, \eta, \zeta)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta \quad \text{(IV,156)}$$

Llevando ésta a la (IV,151) y utilizando la igualdad

$$\int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} e^{\lambda[i(\tau\xi \pm x) \text{ sen } \mu + iy \cos \mu \pm (\varepsilon h \pm z)]}\, d\mu = [(\tau\xi \pm x)^2 + y^2 + (\varepsilon h \pm z)^2]^{-1/2} \qquad \text{(IV,157)}$$

Alfano llega a la expresión

$$U_{i,j} = \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_{i,j}}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2]^{1/2}}\, d\zeta \qquad \text{(IV,158)}$$

Si se pone

$$\Gamma'(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) = [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2]^{-1/2} \qquad \text{(IV,159)}$$

y se incluye el potencial "primario" $U_0(x, y, z)$ o sea el que produciría la fuente en terreno homogéneo, resulta

$$U_{i,j}(x, y, z) = \int \sigma_{i,j}(\xi, \eta, \zeta)\, \Gamma'(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) \cdot d\xi \cdot d\eta \cdot d\zeta + U_0(x, y, z) \qquad \text{(IV,160)}$$

Esta expresión puede interpretarse diciendo que el potencial en cada punto (x, y, z) del recinto i,j es la suma del potencial primario con un potencial perturbador o secundario producido por una distribución de cargas ficticias de densidad $\sigma_{i,j}$. La solución así obtenida no es única, por lo que puede imponerse la condición adicional de que las diferentes funciones $\sigma_{i,j}$ se reduzcan a una sola $\sigma(\xi, \eta, \zeta)$ válida para todo el subsuelo. Además, las condiciones de regularidad del potencial exigen que dicha función sea nula fuera de los planos de discontinuidad, por lo que la integral de volumen anterior se reduce a una de superficie.

El problema electrocinético propuesto queda reducido de este modo a un problema electrostático, en el que la distribución de cargas superficiales que crea el potencial secundario, está a su vez determinada por

el potencial total, por lo que la relación entre ambos viene dada por una ecuación integral que, según prueba Alfano es

$$\frac{2\pi\sigma(P)}{K(P)} = \int \Gamma'(P, P')\,\sigma(P')\,ds + N_0(P) \qquad \text{(IV,161)}$$

En esta ecuación, P representa las coordenadas de un punto $P(x\,y\,z)$ de la superficie de discontinuidad considerada y $\sigma(P)$ y $K(P)$ son, respectivamente, la densidad de carga y el factor de reflexión en dicho punto. P representa las coordenadas (ξ, η, ζ) de un punto que, en la integración, se desplaza sobre la superficie S de todos los planos de discontinuidad, excepto aquel donde se encuentra P. En cuanto a la función (P, P') viene definida por

$$\Gamma(x, y, z_i, P') = \left| \frac{\partial\,\Gamma'_{i,j}(x, y, z_i, P')}{\partial z} \right| \frac{\zeta - z_i}{|\zeta - z_i|} \qquad \text{(IV,162)}$$

para planos horizontales de discontinuidad de profundidad z_i y por

$$\Gamma(x_j, y\,z, P') = \left| \frac{\partial\,\Gamma'_{i,j}(x_j, y, z, P')}{\partial x} \right| \frac{x_j - \xi}{|x_j - \xi|} \qquad \text{(IV,163)}$$

para planos verticales de abscisa x_j, siendo Γ' la función definida por la (IV,155). En cuanto al término $N_0(P)$ representa al campo primario.

Alfano resuelve la ecuación integral (IV,157) por medio de aproximaciones sucesivas, dividiendo los planos de discontinuidad en zonas ΔS_m de densidad de carga σ_m constante, y obtiene así un sistema de infinitas ecuaciones lineales

$$\frac{2\pi\,\sigma_i}{K(P_l)} = \sum_{m=1}^{\infty} \Gamma'_{lm}\,\sigma_m\,\Delta S_m + N'_0 l \qquad \text{(IV,164)}$$

que se reduce a un número finito de ecuaciones en virtud de ciertas hipótesis simplificatorias.

El mencionado geofísico italiano aplica el procedimiento que hemos expuesto a grandes rasgos, a cortes estratificados, donde obtiene los resultados ya conocidos por otros métodos, y a casos más complejos. En trabajos posteriores (ALFANO, 1960 y 1961) se ha aplicado este método, el más poderoso conocido hasta ahora para la resolución del problema directo en corriente continua, al estudio de las perturbaciones producidas en las curvas SEV por heterogeneidades próximas a la superficie, y se ha extendido a cuerpos tridimensionales, considerando también planos de discontinuidad perpendiculares al eje y. De este modo pueden calcularse aproximadamente las perturbaciones causadas en el campo eléctrico por cuerpos subterráneos de forma irregular, descomponiéndolos por medio de planos paralelos al sistema de coordenadas.

KELLER (1966) ha llegado a los mismos resultados que Alfano, partiendo de otras consideraciones; si se expresa la divergencia de J en función del campo E y éste a su vez, en función de U resulta

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \mathbf{E} \right) = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{E} + \mathbf{E} \cdot \nabla \frac{1}{\rho}$$

$$\mathbf{E} = - \nabla U$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\nabla U) - \nabla U \cdot \nabla \frac{1}{\rho} \qquad \text{(IV,165)}$$

de donde se obtiene,

$$\nabla^2 U = - \rho \, \nabla \cdot \mathbf{J} - \rho \, \nabla U \cdot \nabla \frac{1}{\rho}$$

pero esta es una ecuación de Poisson, por lo que el potencial valdrá

$$U = - \frac{1}{2\pi} \int \frac{\rho \, \nabla \cdot \mathbf{J}}{r_1} dV - \int \frac{\rho \, \nabla U \cdot \nabla \frac{1}{\rho}}{r_2} dV \qquad \text{(IV,166)}$$

La primera integral representa el potencial primario en medio homogéneo de resistividad ρ_1 producido por las fuentes situadas a la distancia r_1 del punto M donde se calcula el potencial, ya que aquellos son los únicos puntos donde no se anula $\nabla \cdot \mathbf{J}$. La segunda integral representa una distribución de cargas, a las distancias r_2 de M, de densidad $\rho \, \nabla U \cdot \nabla \frac{1}{\rho}$ que es nula fuera de las superficies de discontinuidad de la resistividad. De este modo se puede llegar nuevamente a los resultados de Alfano.

IV.18.3 Diferencias finitas

Los problemas directos de la Prospección Geoeléctrica implican la integración de una ecuación diferencial con condiciones de contorno dadas. Un ejempio de ello es la fórmula de Stefanescu (IV, 23) a la que se llegó por procedimientos analíticos clásicos. La aplicación de estos procedimientos a estructuras más complejas que los medios estratificados presenta grandes dificultades, por lo que varios autores han recurrido a métodos aproximados para la integración de ecuaciones diferenciales, entre ellos el llamado de *diferencias finitas,* que ha sido aplicado a problemas monodimensionales (MUFTI, 1980), bidimensionales (MUFTI, 1976, 1978; DEY y MORRISON, 1979a) y tridimensionales (DEY y MORRISON, 1976b).

Uno de los rasgos fundamentales de este método es la *discretización* del semiespacio que representa el terreno. Así, para problemas mono o bidimensionales, la sección vertical del medio se descompone en rectángulos por medio de sendas series de líneas verticales y horizontales, formando una red que se sobrepone a las líneas que separan zonas de diferente resistividad. La forma de éstas no está sujeta a ninguna limitación. Esta generalidad está compensada por la renuncia al cálculo de la función incógnita (generalmente el potencial) en todos los puntos que no sean vértices de la red mencionada.

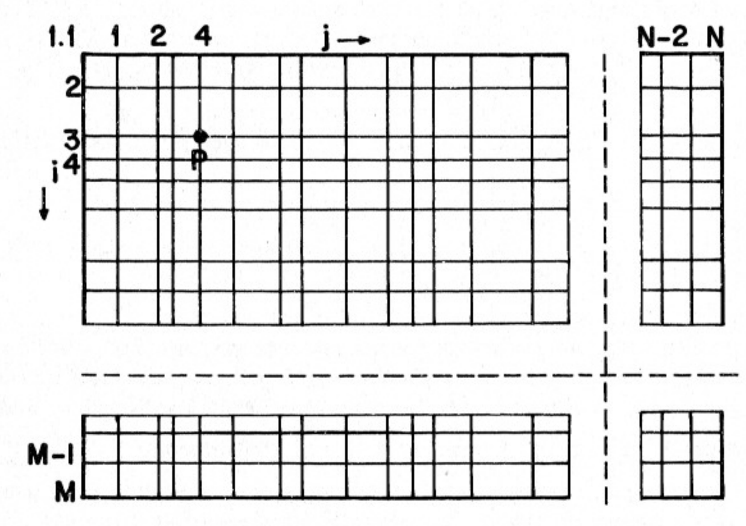


FIG. IV-33. Ejemplo de red para el método de diferencias finitas.

Las separaciones entre las líneas que forman la red pueden ser cualesquiera (fig. IV-33). Los vértices o nodos se designan por los números de orden de las líneas que las determinan, que se toman como subíndices del nodo: $P_{i,j}$. Así, el punto P de la figura viene determinado por $i = 3$, $j = 4$, por lo que se designará por $P_{3,4}$. Estos índices varían desde 1 hasta un máximo M para i y otro N para j.

Para expresar la relación de cada nodo con los contiguos, Mufti designa a éstos con las letras correspondientes a los puntos cardinales, situados como en un mapa, según se indica en la figura IV-34.

En cualquier punto del medio, incluso en las fuentes o electrodos, habrá de cumplirse la igualdad

$$\nabla \cdot [\sigma \nabla U] = \frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad \text{(IV,167)}$$

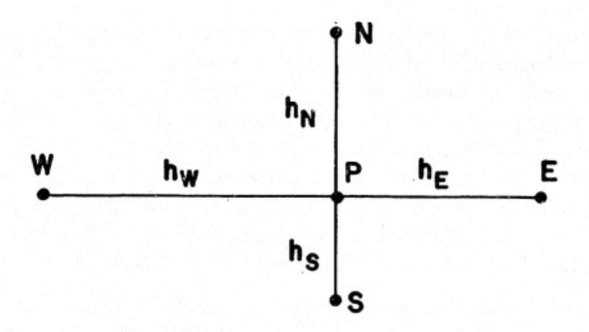


FIG. IV-34. Relación de cada nodo con los contiguos, en el método de diferencias finitas. (Según Muftí.)

que se deduce de la (III,7) y de la ecuación de continuidad.

Mufti demuestra, partiendo de la ecuación anterior y de la fórmula de la diferencia central, la siguiente expresión aproximada, válida para modelos bidimensionales y coordenadas cartesianas.

$$\frac{2}{h_E + h_W}\left[\frac{\sigma_{i,j-hE/2}}{h_E}(U_{i,j+hE} - U_{i,j}) - \frac{\sigma_{i,j-hW/2}}{h_W}(U_{i,j} - U_{i,j-hW})\right] +$$

$$+ \frac{2}{h_N + h_S}\left[\frac{\sigma_{i-h_{S/2},j}}{h_S}(U_i + h_{S,j} - U_{i,j}) - \frac{\sigma_{i-h_{N/2},j}}{h_W}(U_{i,j} - U_{i-hN,j})\right] +$$

$$+ q_{i,j} = 0 \qquad \text{(IV,168)}$$

En esta fórmula, $q_{i,j}$ se refiere a la fuente que puede existir en *P*, con intensidad *I*, y vale

$$q_{i,j} = \frac{4I}{(h_E - h_W)(h_N - h_S)} \qquad \text{(IV,169)}$$

Ecuaciones análogas han sido dadas por los autores citados para coordenadas cilíndricas con las fuentes en el eje $r = 0$, o para casos tridimensionales. En los nodos que corresponden a la superficie del terreno o a las líneas extremas, de índice *M* o *N*, la ecuación (IV,168) ha de ser modificada para satisfacer las condiciones de contorno.

Si se escriben las ecuaciones correspondientes a todos los nodos se obtiene un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución lleva al conocimiento del potencial en cada uno de ellos, y en particular en los que se hallan en la superficie del terreno, lo que permite calcular las resistividades aparentes.

Ahora bien, si se desea un conocimiento muy detallado de la distribución del potencial, o se desea tener en cuenta el efecto de capas muy delgadas, la red de nodos ha de ser muy densa y, en consecuencia, el número de ecuaciones puede ser excesivamente grande. Para obviar este inconveniente, Mufti utiliza una red de espaciado logarítmico, lo que permite el cálculo de todas las estaciones de un SEV, con notable disminución del número de nodos, y expresa la ecuación de cada uno de éstos en función de los parámetros de *DZ*, con lo que se hacen compatibles las capas delgadas y la red poco densa.

Cuando el dispositivo es del tipo Schlumberger, surge alguna dificultad, puesto que se hace necesario el conocimiento del gradiente del potencial en vez de este mismo. Ello puede obviarse, bien considerando lineal la variación del potencial, entre cada dos nodos (MUFTI, 1980), bien tomando dos fuentes muy próximas entre sí y aplicando el Principio de Reciprocidad (MUFTI, 1976).

Conviene indicar que DEY y MORRISON (1979) suponen el potencial desarrollado en serie de Fourier, cuyos primeros coeficientes son los que se calculan por diferencias finitas.

Respecto a la resolución del sistema de ecuaciones, a veces se ha efectuado por métodos de relajación, pero parece más ventajoso el empleo de procedimientos adecuados para la inversión de matrices casi vacías (diseminadas).

En los trabajos citados se encuentran ejemplos de los resultados obtenidos con el método de diferencias finitas. En particular, MUFTI (1980) lo ha aplicado al modelo usual de medio estratificado, con disminución del tiempo de cálculo frente a los métodos analíticos cuando el corte es muy complejo.

IV.18.4 Elementos finitos

Este método de cálculo (ZIENKIEWICZ, 1971; COGGON, 1971; WARD *et al*, 1973; BIBBY, 1978) presenta claras analogías con el de diferencias finitas, aunque su fundamento es muy diverso.

Todo sistema físico se comporta de tal modo que puede ser descrito por un funcional que toma un valor mínimo (algunas veces máximo). Este funcional suele ser una integral, a la que hay que añadir las condiciones de contorno de cada problema particular. En general, si es f la magnitud desconocida (potencial, campo, temperatura, etc.), el funcional tiene la forma

$$W(f) = \int \dots \int_n L \left[f, \frac{\partial f}{\partial P_i}, P_j \right] dp_1, dp_2, \dots dp_n \qquad \text{(IV,170)}$$

donde las P_j son las derivadas de f respecto de los parámetros de integración p_i.

Para que la integral anterior sea mínima, o dicho más exactamente, estacionaria, habrá de anularse su variación: $\delta W = 0$, lo que exige el cumplimiento de una ecuación de Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial W}{\partial f} - \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial p_j} \left[\frac{\partial W}{\partial(\partial f/\partial p_j)} \right] = 0 \qquad \text{(IV,171)}$$

En la Prospección Geoeléctrica en corriente continua, la función que ha de tomar un valor estacionario (mínimo) es la energía disipada en la unidad de tiempo:

$$W_c = \int_v \sigma E^2 d\tau \qquad \text{(IV,172)}$$

a la que hay que añadir la energía de la fuente.

El método de elementos finitos consiste fundamentalmente en un cálculo numérico aproximado de la distribución del campo (o potencial) que hace mínima la energía total, mediante una adecuada discretización del problema.

Dicha discretización se efectúa haciendo finita la región de integración, y dividiéndola en N partes o elementos. Las características físicas del medio se suponen constantes dentro de cada elemento. Los problemas abordados por Coggon y Bibby sólo requieren el uso de dos coordenadas, porque el primero estudia estructuras bidimensionales (aunque las frecuentes son tridimensionales) y el segundo se ocupa de estructuras con simetría axil. Esto hace que los elementos se definan en sólo dos dimensiones; su forma puede ser cualquiera, pero suele preferirse la triangular. El tamaño de estos triángulos es variable, por lo que se toman más pequeños en las regiones donde la variación de la magnitud estudiada es más rápida, o donde se desea mayor detalle, del modo que se indica esquemáticamente en la figura IV-35.

Se supone que la variable estudiada S varía linealmente dentro de cada elemento, y que está representada por valores S_i (desconocidos) correspondientes a un número finito de nodos que, por lo general, coinciden con los vértices de los elementos. El hecho de que la variación sea lineal permite expresar el valor de W para cada elemento. Sumando para todos ellos, se obtiene una expresión aproximada para la integral W.

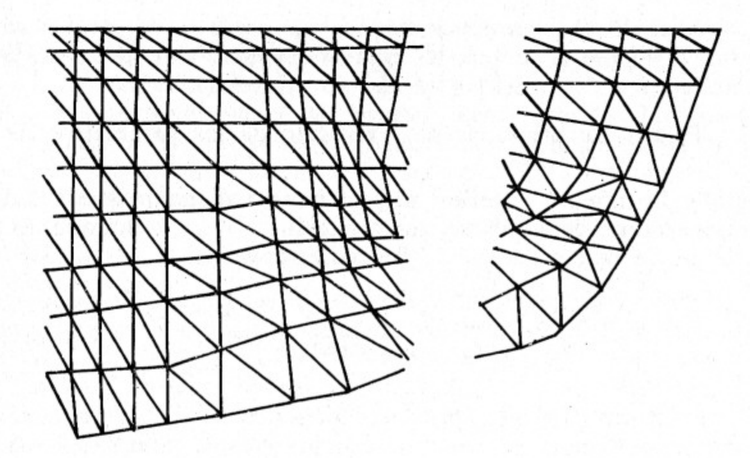


FIG. IV-35. Ejemplo esquemático de una red para el cálculo mediante elementos finitos. (Inspirado en Coggon.)

Dicha expresión será función de los valores de S, y por lo tanto tendrá la forma

$$W = G(S_1, S_2, \ldots, S_M) \qquad \text{(IV,173)}$$

donde S_1, S_M son los valores de la magnitud S en los M nodos. La condición de mínimo se expresa por las M ecuaciones

$$\frac{\partial G}{\partial S_i} = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, M) \qquad \text{(IV,174)}$$

Los valores buscados S_i se determinan por resolución del sistema de cuaciones (VI,174). Ahora bien, tanto Coggon como Bibby no proceden directamente así. Coggon aplica la transformación de Fourier de modo que quede eliminada la variable y, y la integral de volumen se transforma en integral de superficie. Bibby, por su parte, desarrolla W en serie de Fourier, y lo que determina por el método de elementos finitos son los coeficientes de dicho desarrollo.

Además, dichos autores utilizan un artificio, sugerido por Nabighian, que consiste en descomponer el campo en dos partes: primaria (correspondiente a medio homogéneo o estratificado) de cálculo sencillo, y secundaria, que representa la diferencia entre el campo del modelo que se estudia y el campo primario. * De este modo, el cálculo es más rápido y preciso.

* De este modo procedió Stefanescu en su famoso trabajo de 1930.

El problema queda reducido pues, al cálculo del campo secundario. Para un modelo dado, el sistema (IV,174) puede escribirse en forma matricial

$$\mathbf{T}_t \cdot \mathbf{S}_t = \mathbf{F} \qquad \text{(IV,175)}$$

donde el subíndice t indica magnitudes totales (primarias más secundarias) y **F** se refiere a las fuentes. Para el modelo simple del campo primario, se tiene, análogamente

$$\mathbf{T}_p \cdot \mathbf{S}_p = \mathbf{F} \qquad \text{(IV,176)}$$

Las matrices del campo secundario serán

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_s &= \mathbf{T}_t - \mathbf{T}_p \\ \mathbf{S}_s &= \mathbf{S}_t - \mathbf{S}_p \end{aligned} \qquad \text{(IV,177)}$$

La combinación de todas estas ecuaciones da

$$\mathbf{T}_t \cdot \mathbf{S}_s = (\mathbf{T}_p - \mathbf{T}_t) \cdot \mathbf{S} \qquad \text{(IV.178)}$$

que representa el sistema de ecuaciones que ha de resolverse.

Las matrices **T** son casi vacías, simétricas, y (no siempre) diagonalmente dominantes, por lo que se prestan muy bien para los métodos de Cholesky.

En los trabajos citados de Bibby y Coggon se encuentran ejemplos de la aplicación del método. La teoría general de éste se estudia en ZIENKIEWICZ (1971).

IV.18.5 Los medios «alfa armónicos» de Stefanescu

El método que se describe en este apartado tiene poco en común con los anteriores, ya que no es un método general aplicable a estructuras muy diversas. Se trata de un tipo de modelos con heterogeneidades conductoras cuyo cálculo es relativamente fácil.

La idea de los medios "alfa armónicos" fue dada a conocer (STEFANESCU, 1950, y algunos trabajos posteriores) en una revista rumana de escasa difusión, por lo que permaneció prácticamente desconocida hasta la aparición de otros artículos (STEFANESCU, 1970; STEFANESCU y STEFANESCU, 1974); DOICIN, 1976, y EDWARD *et al*, 1978) debidos al propio Stefanescu o a sus discípulos en publicaciones internacionales.

Es característico de los citados medios el que las zonas conductoras no están limitadas por fronteras perfectamente definidas, sino que la variación es gradual.

En un medio isótropo se cumple la ecuación

$$\nabla \sigma \cdot \nabla U + \sigma \nabla^2 U = 0 \tag{IV,179}$$

según se dedujo en el apartado III.2. Si se introduce una variable auxiliar α tal que $\alpha = \sqrt{\sigma}$, se tiene

$$\nabla \sigma = \nabla \alpha^2 = 2\alpha \nabla \alpha \tag{IV,180}$$

y

$$\sigma \nabla^2 U + 2 \nabla \alpha \cdot \nabla U = 0 \tag{IV,181}$$

Si ahora se introduce otra nueva variable ψ, a la que Stefanescu llama *parapotencial,* definida por la ecuación

$$\psi = \alpha U = U \sqrt{\sigma} \tag{IV,182}$$

se tiene

$$\nabla^2 \psi = \alpha \nabla^2 U + 2 \nabla \alpha \cdot \nabla U + U \nabla^2 \alpha \tag{IV,183}$$

que, junto con la (IV,181) y la (IV,182) dan

$$\frac{\nabla^2 \alpha}{\alpha} = \frac{\nabla^2 \psi}{\psi} \tag{IV,184}$$

Por lo tanto, si α es función armónica, lo será también el parapotencial ψ, de donde se se deduce fácilmente U mediante la (IV, 182). Esto quiere decir que para distribuciones de resistividad que sean funciones armónicas (*medios alfa armónicos*) el potencial en cada punto puede calcularse con relativa sencillez.

Como función armónica adecuada para α puede tomarse una que tenga la forma de un potencial newtoniano, producido por fuentes puntuales o *centros de conductividad* S_i, en número finito. En un punto cualquiera P se tiene entonces

$$\alpha_P = B + \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{R_i} \tag{IV,185}$$

siendo $R_i = \overline{S_iP}$. A esta función α corresponde, evidentemente, una distribución de resistividades en el terreno, dada por

$$\rho(P) = \left(B + \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{R_i}\right)^{-2} \tag{IV,186}$$

en la que hay un mínimo de resistividad en cada uno de los centros S, y la resistividad tiende a B^{-2} en el infinito. Como ejemplo, la figura IV-36 da idea de la repartición espacial de la resistividad en un medio alfa armónico con dos centros de conductividad.

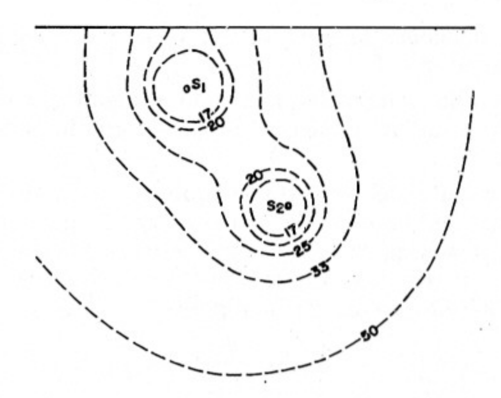


FIG. IV-36. Ejemplo de isolíneas de resistividad verdadera en un medio alfa armónico.

Si en un medio alfa armónico existe una fuente puntual F, por la que penetra una intensidad de corriente I, y está situada en un centro S, en la inmediata proximidad de la fuente será

$$U = \frac{I\rho}{4\pi r} = \frac{I}{4\pi\alpha^2} = \frac{A}{r} \qquad \text{(IV,187)}$$

donde $A = I/4\pi\alpha_F$ y α_F se refiere al valor de α en F. Por semejanza con la ecuación (IV,185) puede tomarse como solución para U

$$U = \frac{A}{r} + \sum_{i=1}^{n} \frac{D_i}{R_i} \qquad \text{(IV,188)}$$

donde no se conocen las constantes D_i. Los valores de éstas pueden determinarse mediante las ecuaciones

$$BD_i + \sum_{k=i}^{k=n} \frac{C_k D_i - C_i D_k}{R_{ik}} = \frac{AC_i}{r_i} \qquad \text{(IV,189)}$$

establecidas en 1950 por Stefanescu mediante la condición de conservación de la corriente en los centros S_i. En ellas $i \neq k$ y $r_i = \overline{S_i F}$.

Una vez conocidas las D_i puede obtenerse el potencial:

$$U = \frac{\psi}{\alpha} = \left(\frac{I}{4\pi\alpha_p r} + \sum_{i=1}^{n} \frac{D_i}{R_i}\right)\left(B + \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{R_i}\right)^{-1} \qquad \text{(IV,190)}$$

Hasta ahora hemos considerado un medio ilimitado, sin tener en cuenta la separación tierra-aire. El efecto de ésta se determina por el clásico

método de las imágenes añadiendo por cada S o F otro igual y simétrico respecto del plano $z = 0$.

Los medios alfa armónicos han sido utilizados por Stefanesco y sus discípulos para estudiar el efecto de zonas conductoras sobre la resistividad aparente.

Un inconveniente del método es que en él la resistividad varía con excesiva lentitud en función de la distancia, lo que no suele suceder en la práctica, al menos en las estructuras interesantes. Para un mayor acercamiento a los casos reales, STEFANESCU y STEFANESCU (1974) han generalizado el método mediante la hipótesis

$$\frac{\nabla^2 \alpha}{\alpha} = \frac{\nabla^2 \psi}{\psi} = f(P) \qquad \text{(IV,191)}$$

que, para el caso particular $f(P) = k^2$, lleva a las ecuaciones

$$\begin{aligned} \nabla^2 \alpha - k^2 \alpha &= 0 \\ \nabla^2 \psi - k^2 \psi &= 0 \end{aligned} \qquad \text{(IV,192)}$$

que tienen las conocidas soluciones

$$\frac{e^{\pm kR}}{R}$$

que llevan a una función

$$\alpha(P) = \sum_{i=1}^{n} C_i \frac{e^{-kR_i}}{R_i} + \sum_{i=1}^{n} C_{ii} \frac{e^{kR_i}}{R_i} \qquad \text{(IV,193)}$$

La presencia de las exponenciales hace que la variación de la resistividad con la distancia sea más rápida. El cálculo del potencial es análogo al descrito, pero la determinación de las constantes D_i es más complicado en este caso.

Capítulo V

PRACTICA DEL SONDEO ELECTRICO VERTICAL

V.1 INTRODUCCION

Los resultados de una campaña de SEV, o de cualquier otro método geofísico, han de valorarse, desde el punto de vista técnico, por la seguridad y precisión de los resultados obtenidos. Por consiguiente, en todas las etapas del trabajo han de tomarse las precauciones necesarias para conseguir la máxima calidad en los resultados finales. Independientemente de esto, debe procurarse, por motivos económicos, reducir al mínimo la duración y gastos de la campaña.

Aunque nos referimos aquí al método SEV, mucho de lo que se expone a continuación es aplicable también, no sólo a otros métodos geoeléctricos, sino a la prospección geofísica en general.

En todos los trabajos geofísicos de campo existen, además de los aspectos puramente científicos, cuestiones prácticas de organización, logística (alojamientos, medios de transporte, suministros, etc.), y administración (contratación del personal obrero, anotación de gastos, etc.), de las que no se ocupa, salvo incidentalmente, la presente obra, tanto porque exceden del marco científico, como porque dependen en gran medida de las circunstancias peculiares de cada trabajo.

Las etapas principales de que se compone una campaña geofísica son las siguientes:

0. Planteamiento del problema y recopilación de datos geológicos y de otra índole sobre la zona de trabajo.

1. Elección del método y modalidad prospectivos en función del objetivo y sus circunstancias.

2. Programación detallada del trabajo de campo.

3. Ejecución del trabajo de campo.

4. Recopilación y elaboración de los datos obtenidos.

5. Interpretación física de los resultados anteriores y traducción geológica de la misma, seguida de las conclusiones y recomendaciones pertinentes.

Cada una de estas etapas se apoya en la anterior, por lo que la calidad final del trabajo no puede superar a la de la etapa de peor calificación. Por ejemplo, de nada servirá el que las mediciones de campo se realicen con todo esmero y competencia si el problema no está bien planteado o la programación es incorrecta. Es necesario, por consiguiente, que todas las etapas del trabajo se efectúen adecuadamente. Entre ellas adquiere importancia fundamental el trabajo de campo, pues su repetición parcial o total sería económicamente prohibitiva, o, al menos, muy costosa.

V.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y RECOPILACION DE DATOS PREVIOS

El problema cuya resolución se encomienda a la geofísica debe estar claramente planteado en términos geológicos o geotécnicos. No tiene sentido proponer el estudio diciendo que se busca agua o petróleo, sino que debe especificarse cuáles son los problemas concretos que desean investigarse. En una campaña programada con finalidad hidrológica, por ejemplo, el problema propuesto puede ser el de localizar intercalaciones arenosas en una gruesa formación de arcillas, el de seguir la marcha subterránea del techo de determinados materiales calcáreos, o el de buscar un sustrato impermeable bajo rocas permeables.

En todos los casos, no pueden aplicarse los métodos geofísicos de prospección si no existe contraste de propiedades físicas entre la formación que desea estudiarse y las que le rodean. Concretamente en el caso de los métodos geoeléctricos, habrá de existir contraste de resistividades entre una y otras. De no ser así, los métodos no son aplicables.

Otra condición de gran importancia es el relieve topográfico. Si éste es muy acentuado, la aplicación de los métodos geoeléctricos se hace difícil, y en muchos casos imposible, ya que en general, no pueden aplicarse correcciones por relieve. En estas condiciones, es preferible no realizar la investigación que obtener datos dudosos de interpretación in-

segura. Sin embargo, a veces pueden obtenerse resultados útiles mediante programación y ejecución muy cuidadosas.

De lo anterior se deduce la necesidad de disponer de información sobre la zona y problemas que se pretenden estudiar, a fin de decidir si es conveniente aplicar algún método geofísico, y en caso afirmativo, elegir éste. Esta necesidad de información sube de punto cuando quieran decidirse, de modo más concreto y detallado, las modalidades de aplicación del método. En general, es preciso obtener la siguiente documentación sobre la zona de trabajo:

a) Cartografía topográfica.

b) Fotografía aérea, en pares estereoscópicos.

c) Mapas y cortes geológicos.

d) Información sobre el subsuelo: obtenida mediante perforaciones, pozos, labores mineras, etc. (si existe).

e) Informe escrito sobre la geología de la zona, donde se estudien todos los aspectos relacionados con la investigación propuesta.

f) Datos y resultados de los trabajos geofísicos que hayan podido efectuarse anteriormente en la zona en cuestión y en sus proximidades.

g) Otros datos de interés práctico, tales como vías de comunicación y clima de la zona; presencia de corrientes perturbadoras debidas a ferrocarriles eléctricos, instalaciones industriales, etc.; existencia de edificaciones, bosques, ríos y otros obstáculos que dificulten el tendido de cables, etc.

La escala de los documentos indicados en *a*), *b*) y *c*) debe ser adecuada al grado de detalle o escala que se pretenda en el trabajo geofísico; en investigaciones de gran envergadura, puede ser conveniente el empleo de dos escalas, una de trabajo, y otra para los resultados de conjunto.

Para la información geológica, si bien pueden utilizarse los mapas y memorias existentes sobre la zona, será raro el caso en que no sea necesario obtener datos geológicos complementarios, pertinentes a la investigación que va a realizarse, por medio de nuevas observaciones de campo.

Son muy útiles y a veces de importancia decisiva, los datos a que hace referencia el párrafo anterior *d*). En lo que respecta a perforaciones (sondeos mecánicos) es necesario que su ejecución haya sido vigilada, a pie de obra, por un geólogo, y a ser posible, que se haya aplicado testificación geofísica. Los datos suministrados directamente por el sondista son, a veces, inútiles; otras veces, perjudiciales por erróneos, y en todos los casos deben someterse a juicio crítico.

El autor dispone de amplia experiencia en este punto, que atestigua lo dicho.

V.3 ELECCION DEL METODO PROSPECTIVO Y DE SU MODALIDAD CONCRETA DE EMPLEO

La elección del método (o métodos) de prospección que debe aplicarse a cada caso determinado, se hace teniendo en cuenta los datos recogidos previamente (según se expone en el apartado anterior) dando preferencia al procedimiento que sea capaz de localizar con la máxima seguridad y precisión el cuerpo o estructura buscado, al que denominaremos *objetivo*. Entre los factores que han de ser sopesados figuran el tamaño, profundidad y forma que se esperan para el objetivo; el contraste de propiedades físicas de este respecto del medio circundante; el poder resolutivo, coste y rapidez de aplicación de cada método, así como la sensibilidad de estos a los accidentes topográficos y otras causas de perturbación.

La aplicación de métodos eléctricos exige, como es obvio, la existencia de diferenciación suficiente entre las resistividades del objetivo y del medio encajante. Dentro de los métodos eléctricos, el SEV es aplicable cuando el objetivo tiene posición más o menos horizontal, y su extensión en dicho sentido no es pequeña respecto de su profundidad. Además, es necesario que la topografía del terreno sea relativamente suave, en especial para trabajos a no mucha profundidad. Una cortada de 100 ó 200 metros de desnivel no puede ser franqueada en un SEV corto, ya que el efecto topográfico impediría una interpretación correcta, pero no representa grave inconveniente para un SEV largo cuyo centro se halla a 8 ó 10 km del accidente. También es necesario que las formaciones geológicas sobre las que se efectúa el SEV presenten una razonable homogeneidad lateral.

El método SEV no es, pues, recomendable para la investigación de filones metálicos, diques, capas de carbón, fracturas o fallas, cuando éstos, como suele ocurrir, adoptan posiciones verticales o muy inclinadas. Tampoco es útil el SEV para la localización de cuerpos de reducida extensión lateral, como metalizaciones pequeñas en forma de bolsada. Por estos motivos, el método SEV tiene aplicación reducida en minería, limitándose su papel a la ejecución de estudios auxiliares, tal como el establecimiento de los límites de alguna formación determinada, salvo cuando se trata de yacimientos sedimentarios.

Las aplicaciones más difundidas del método SEV son las siguientes:

a) Investigaciones del relieve del zócalo y otros estudios tectónicos para la prospección petrolera. Esta aplicación, poco difundida en Occidente, está muy extendida en la Unión Soviética.

b) Estudios hidrogeológicos, mediante la determinación del espesor y profundidad de los materiales permeables o impermeables; también se aplica este método para estudio del Karst poco profundo y para delimitación de la zona litoral de invasión marina.

c) Estudio y delimitación de cuencas carboníferas.

d) Estudios para Ingeniería civil, que incluyen: determinación de la profundidad del firme, y espesores de la zona de recubrimiento y alteración (para cimentaciones, presas, etc.), estudio de la naturaleza y estructura del subsuelo en el trazado de futuras carreteras, canales o túneles; búsqueda y cubicación de materiales de construcción; estudios en zonas de deslizamientos.

e) Estudios a profundidad muy pequeña para la detección de objetos y edificaciones enterradas, para Arqueología, como complemento de calicatas eléctricas.

f) Investigaciones geotérmicas.

Además, el método SEV se ha utilizado para estudios de Geofísica Pura a grandes profundidades (decenas y aun centenares de km).

V.4 PROGRAMACION DEL TRABAJO DE CAMPO

La programación de una campaña de SEV incluye, aparte de las cuestiones de organización, logística, etc., la elección de la densidad de las mediciones (o sea, en este caso, la distancia entre el centro de cada SEV y el siguiente), de la situación concreta de estos centros y de la orientación de las *alas* (línea AB) correspondientes, cuestiones que deben decidirse con gran cuidado en vista de su influjo en la calidad final del trabajo. Otra cuestión importante es la determinación de la longitud *AB* final de los SEV.

a) La densidad de las mediciones, es decir, la distancia entre centros de SEV contiguos, depende, por una parte, del carácter y fase de la investigación, y por otra, de la estructura geológica de la zona.

El término fase hace referencia a que en las investigaciones importantes suele comenzarse por una fase de reconocimiento, con SEV muy esparcidos, a la que sigue la fase de producción con la densidad normal prevista, y una fase final de detalle con mayor densidad de SEV en las zonas más interesantes. En general, los centros de los SEV deben formar una red de malla cuadrada o rectangular, cuyo lado menor no debe ser superior al doble de la profundidad a que se espera encontrar los objetivos, pues de lo contrario, la correlación de los resultados de cada SEV con sus vecinos puede resultar hipotética, y la marcha en profundidad de

las formaciones guía no quedará precisada adecuadamente. Cuando la tectónica y variaciones laterales sean suaves, puede disminuirse la densidad, y debe aumentarse en caso contrario. Si las formaciones geológicas presentan arrumbamiento definido y más o menos constante, los SEV pueden colocarse sobre perfiles perpendiculares a dicho rumbo, y entonces la distancia entre ellos a lo largo del perfil puede ser la mitad o la cuarta parte de la distancia entre perfiles. Cuando el rumbo de las formaciones cambia, no es conveniente conservar el paralelismo entre los perfiles, sino establecerlos de modo que cada uno de ellos corte transversalmente los contactos y accidentes geológicas. La distancia entre perfiles puede disminuirse en las zonas de geología más complicada, y aumentarse donde ésta sea más sencilla.

Naturalmente, la presencia de accidentes topográficos o de otra índole puede llevar a desviaciones respecto de la regularidad de la retícula, el espaciado de los SEV sobre cada perfil, o la rectilineidad de éstos, ya que tales condiciones son secundarias frente a la adecuada ubicación de los SEV.

b) La elección de los centros de los SEV y de las orientaciones o azimutes de las alas deben efectuarse con cuidado y minuciosidad, especialmente cuando se trata de zonas de geología complicada.

Esta elección debe hacerse por medio de fotografías aéreas estereoscópicas con el auxilio de mapas topográficos y geológicos de escala adecuada, buscando para cada SEV la mejor aproximación a condiciones de homogeneidad lateral que hagan aplicable la teoría del medio estratificado. El azimut de la línea AB debe establecerse sobre una curva de nivel, o al menos, de modo que el terreno presente mínimo relieve en la dirección escogida. Por otra parte, los electrodos A y B no deben pasar por encima de fallas o contactos aflorantes. A veces estas condiciones son contradictorias, y se hace necesario buscar un compromiso entre ambas. En ciertos casos es preciso desplazar el centro del SEV, o efectuar éste con dispositivo semi-Schlumberger sobre el ala que presenta mejores condiciones.

Si los SEV se realizaran para estudio de un sustrato afectado por una tectónica de bloques, tanto los SEV paralelos a las fallas como los ortogonales a las mismas presentan ventajas e inconvenientes, según se deduce del apartado IV.17, por lo que siempre que sea posible debe efectuarfse en cada punto un SEV en cruz, esto es, dos SEV ortogonales, uno de ellos paralelo a las estructuras.

En casos difíciles por la topografía del terreno, el uso de la fotografía aérea permite frecuentemente encontrar centros y direcciones de alas adecuadas para la obtención de buenas curvas de SEV que, aunque en corto número, pueden ser suficientes para la resolución del problema pro-

puesto. En estos casos es muy útil el uso de dispositivos semi-Schlumberger, según se indica más arriba.

Una cuestión de interés práctico es la designación de los SEV. Algunos geofísicos emplean numeración independiente para cada perfil, pero tal costumbre no es aconsejable, pues pueden producirse —y de hecho se producen— confusiones entre dos SEV del mismo número y diferente perfil, y se complica innecesariamente al sistema de referencia, obligando a dar dos datos cuando basta uno solo. Además, cuando los SEV cubren un área, el interpretador puede agrupar los SEV de diferentes modos, buscando la mayor representatividad en los cortes geoeléctricos, por lo que no puede atribuirse cada SEV a un solo perfil.

Lo más práctico es designar cada SEV por un número de orden, preferiblemente el de ejecución. Cuando trabajan varios equipos, y para evitar repeticiones, el primero de ellos numera sus SEV del 1 en adelante, el segundo, del 500 en adelante, y así sucesivamente, a menos de que el primer equipo haya de realizar más de 500 SEV, y en tal caso el segundo comenzaría, por ejemplo, por el número 1000. Si el trabajo está dividido en cuadrículas, por ejemplo, hojas del mapa topográfico, puede utilizarse una numeración independiente para cada una de ellas.

c) La determinación de la longitud *AB* final hasta la que debe llegar cada SEV no es cuestión sencilla. Interviene en ella el concepto de penetración práctica o profundidad interpretable, puesto que se trata de responder a la pregunta: ¿Qué longitud final hay que dar a la línea *AB* para alcanzar la profundidad deseada? La respuesta no puede basarse en las viejas reglas "empíricas" que suponían que la máxima profundidad interpretable en la curva de un SEV era en todos los casos, igual a una fracción fija de la longitud *AB* final (solía tomarse 1/4) puesto que la relación entre ambas magnitudes depende del corte geoeléctrico, o más concretamente, de la pseudoanisotropía de éste. Por ejemplo, en el caso de una capa homogénea apoyada en un sustrato muy resistivo, puede obtenerse, si el *AB* final es relativamente pequeño, una curva de resistividades aparentes prácticamente horizontal (lo que en la jerga profesional se llama un "palo"). En estas condiciones puede afirmarse que el sustrato se halla a profundidad superior a *AB*/2. Esta penetración no suele alcanzarse en la inmensa mayoría de los casos, en particular cuando en el corte geoeléctrico alternan capas muy resistivas con otras muy conductoras. La presencia de una capa gruesa y muy resistiva respecto de las capas supra y subyacentes produce en la curva de resistividades aparentes una rama ascendente seguida de otra descendente. Para obtener un trozo de esta última que permita su interpretación, la distancia *AB* habrá de superar a la profundidad del muro de la capa, en un número de veces que puede ser 10 o mayor.

Teniendo todo esto en cuenta se comprenderá que no es posible dar reglas sencillas para determinar "a priori" las longitudes finales de las líneas *AB*. En la práctica, pueden seguirse alguno de estos procedimientos.

1) Si se conocen las resistividades de los materiales del subsuelo y sus espesores probables, pueden trazarse las curvas de resistividades aparentes, o lo que es más fácil, las de Dar Zarrouk, preferiblemente para varios casos posibles, y basarse en estos resultados para determinar la distancia *AB* final de los SEV que van a ejecutarse.

2) Basarse en los resultados obtenidos por el método SEV en la misma zona, o en otras análogas o contiguas, si es que se dispone de tales datos.

3) Efectuar algunos SEV de ensayo en puntos estratégicos de la zona que va a estudiarse.

4) Tomar un valor mínimo razonable de *AB* y dar instrucciones concretas al operador de campo, del tipo de: "proseguir el SEV hasta obtener cinco puntos en subida".

5) Utilizar la regla de base estadística que consiste en tomar la distancia *AB* cinco veces mayor que la profundidad que se desea alcanzar, si el recubrimiento es más resistivo que las rocas subyacentes y diez veces en caso contrario. Este criterio suele fallar muchas veces.

Aun siguiendo uno de estos procedimientos no será raro que las líneas *AB* hayan de prolongarse respecto de lo previsto inicialmente. El autor, en su experiencia profesional, ha encontrado con frecuencia curvas de SEV cuyo *AB* final era insuficiente para el fin propuesto, pero no recuerda casi ningún caso de curvas excesivamente "largas". Debe tenerse en cuenta además que no basta, para la interpretación, con un trocito final ascendente o descendente en la curva, pues la determinación de la resistividad y profundidad de la última capa exige un trozo de tamaño apreciable (cuatro o cinco estaciones) del arco final de la curva, aparte del peligro inherente a toda extrapolación, pues pudiera ocurrir que en la estación siguiente la curva cambiase de tendencia.

d) En el programa de trabajo deben incluirse mediciones de apoyo o calibrado, tales como sondeos paramétricos, y tomas de resistividad. Los primeros son SEV con su centro a pocos metros de alguna perforación cuyos resultados se conozcan. Deben hacerse con el mayor cuidado, y a ser posible "en cruz" esto es, efectuando dos SEV con el mismo centro y con azimutes aproximadamente perpendiculares. En cuanto a las tomas de resistividad, consisten en SEV cortos realizados sobre afloramientos, o donde se sepa que la roca en cuestión se halla a poca profundidad, cuidando de evitar la influencia lateral de otras forma-

ciones. Debe tenerse en cuenta, sin embargo, que las condiciones eléctricas de una roca profunda difieren, a veces, grandemente, de las presentadas por la misma roca en afloramiento.

V.5 TRABAJO DE CAMPO

V.5.0 Introducción

Antes de describir el conjunto de operaciones que constituyen la medición de un SEV es necesario exponer algunas consideraciones generales, válidas para todos los trabajos prospectivos.

Las mediciones que se efectúan en Prospección geofísica son comparables a las mediciones de laboratorio que se realizan en el curso de una investigación científica y no requieren menos rigor experimental que éstas. Sin embargo, esta semejanza falla en dos puntos: por una parte, las observaciones geofísicas se realizan en medios ambientales más "hostiles" que el laboratorio; por otra parte, en tales observaciones existe un condicionamiento económico, que obliga a efectuarlas en tiempo mínimo y con personal reducido. Esto lleva a la normalización de las operaciones de campo, pero esta normalización no debe ser excesivamente rígida, sino adaptable a los diferentes problemas y condiciones que pueden presentarse.

Los instrumentos prospectivos no son aparatos de laboratorio, puesto que además de poseer la exactitud y sensibilidad convenientes han de ser muy robustos * protegidos de la humedad y cambios de temperatura, y lo más sencillos que sea posible, puesto que, a menos elementos, menos averías.

Antes de entrar en la técnica de campo del SEV es necesario el estudio separado de los circuitos que intervienen, que son el de emisión y el de recepción. Es importante que estos circuitos sean independientes.

V.5.1 Circuito de emisión

Su finalidad es la de hacer circular por el terreno, introduciéndola a través de dos electrodos A y B una corriente eléctrica de intensidad constante I. Este circuito estará compuesto, pues, de una fuente de alimentación F, de dos electrodos o tomas de tierra A y B, de un amperí-

* Mi primer jefe en la Prospección decía: "Los instrumentos geofísicos deben ser capaces de resistir patadas". Algunos aparatos modernos cumplen esta condición, lo que no obsta para que hayan de ser tratados con cuidado extremo.

metro o miliamperímetro para la medición de I, y de los cables y elementos de conexión necesarios.

De la fórmula utilizada para el cálculo de la resistividad aparente

$$\rho_a = K\frac{\Delta V}{I} \tag{III,21}$$

se deduce que si no se modifica la posición de los electrodos, ΔV será proporcional a I. Ahora bien, salvo para distancias AB muy cortas, o sobre terrenos de gran resistividad, ΔV suele ser pequeño, por lo que es conveniente que I sea lo mayor posible, a fin de hacer más fácil la medición y aumentar la relación señal/ruido. El circuito de emisión se representa esquemáticamente en la figura V-1, *a*, mientras que la V-1, *b*

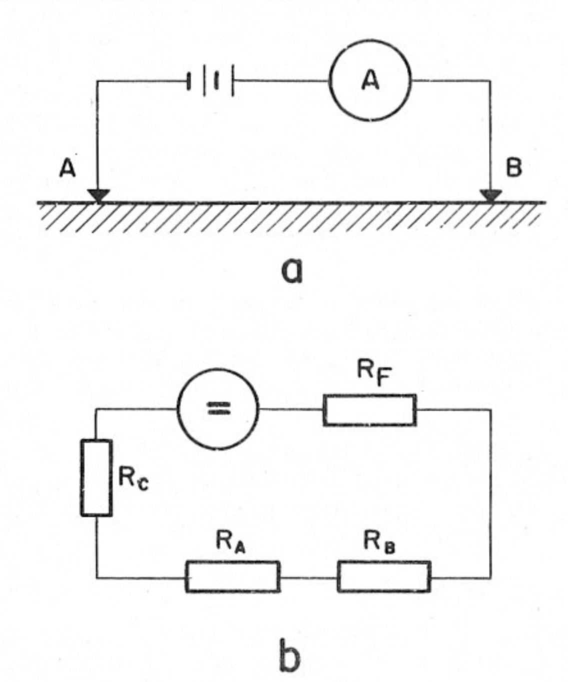


FIG. V-1. Circuito de emisión; *a*, esquema práctico; *b*, circuito equivalente.

corresponde al circuito equivalente. En éste, R_F es la resistencia de la fuente de corriente continua, que incluye la del amperímetro, y R_C, R_A y R_B son respectivamente las resistencias óhmicas del cable, y las de con-

tacto de los electrodos *A* y *B*. La intensidad de corriente *I* vendrá dada, pues, por

$$I = \frac{U}{R_F + R_C + R_A + R_B} \tag{V,1}$$

donde *U* es la f.e.m. del generador. En la práctica, R_F es muy pequeña y lo mismo ocurre con R_C cuando la línea es corta, de modo que *I* depende fundamentalmente de los valores de R_A y R_B. El valor de *U* está limitado por razones prácticas, tanto por el peligro de accidentes a personas y animales, como porque las posibilidades de fugas de corriente aumentan con la tensión. El autor es partidario de no utilizar fuentes de alimentación de más de 500 V, por las razones antedichas, pero a veces se emplean tensiones mayores.

Cuando el cable es largo, impone un límite a la intensidad *I*. Así, si se emplease cable de 15 Ω/km en una línea *AB* de 10 km, su resistencia total sería de 150 Ω; suponiendo nulas las demás resistencias del circuito, y la f.e.m. del generador de 500 V, la intensidad sería de $500:150 = 3{,}33$ amperios, pero como en realidad las otras resistencias no son nulas, este valor representa la intensidad máxima posible. Por ello, en líneas largas ha de emplearse cable de poca resistencia óhmica por km, si bien ello implica mayor peso y coste.

V.5.1.1 Resistencias de contacto

En general, de las cuatro resistencias que aparecen en el denominador de la (V,1) las que por su mayor valor influyen más en el de la intensidad son las resistencias "de contacto" R_A y R_B. Conviene aclarar el significado físico de estas resistencias con lo que al mismo tiempo responderemos a una pregunta que quizá se haya hecho el lector: ¿Por qué no aparece en la fórmula (V,1) la resistencia del terreno?

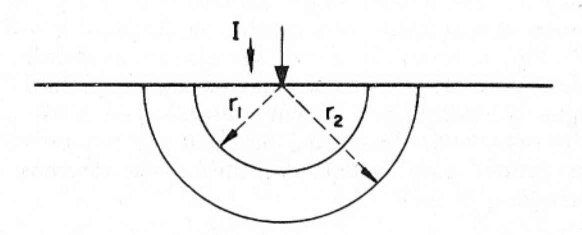


Fig. V-2. Para el cálculo de la resistencia de contacto de un electrodo puntual.

Consideremos un electrodo puntual en la superficie de un terreno homogéneo de resistividad ρ (fig. V.2). El potencial V_1 a la distancia r_1 del electrodo será según la (III,12)

$$V_1 = \frac{\rho I}{2\pi} \frac{1}{r_1} \qquad \text{(V,2)}$$

A otra distancia $r_2 > r_1$ el potencial valdrá análogamente

$$V_2 = \frac{\rho I}{2\pi} \frac{1}{r_2}.$$

La resistividad de la capa semiesférica comprendida entre ambos radios será, pues,

$$R = \frac{V_1 - V_2}{I} = \frac{\rho}{2\pi}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{\rho}{2\pi} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \qquad \text{(V,3)}$$

Si r_2 y r_1 difieren entre sí una cantidad pequeña dr se tendrá

$$R \simeq \frac{\rho}{2\pi} \frac{dr}{r^2} \qquad \text{(V,4)}$$

La corriente I va atravesando sucesivamente capas semi-esféricas cuyas resistencias respectivas decrecen con el cuadrado de la distancia. Por lo tanto, las capas de mayor radio influirán muy poco en la resistencia total, que dependerá esencialmente de las más próximas al electrodo. Si suponemos que éste tiene forma semiesférica, de radio r_0 y resistividad ρ_0, la resistencia R_0 del electrodo será, según la (V,2)

$$R_0 = \frac{V}{I} = \frac{\rho_0}{2\pi} \frac{1}{r_0} \qquad \text{(V,5)}$$

Si el radio r_0 del electrodo fuese de 10 cm, y el material acero ($\rho_0 = 10^{-8}$ Ω-m) su resistencia sería aproximadamente de $1{,}6 \times 10^{-8}$ Ω valor totalmente despreciable. En cambio si la resistividad del subsuelo fuese de 100 Ω-m, la resistencia de la capa comprendida entre el electrodo y la semiesfera de 20 cm de radio sería, según la (V,3) de 80 Ω y la capa contigua de radios 20 y 30 cm presentará la resistencia de 26,5 Ω. Si se calcula la resistencia de la capa limitada por r_0 y un radio cualquiera r_1 y hacemos tender este último a infinito obtendremos la resistencia límite del terreno que será

$$R_e = \frac{\rho}{2\pi} \frac{1}{r_0} \qquad \text{(V,6)}$$

donde, sustituyendo los valores correspondientes al ejemplo supuesto obtendremos $R_e = 160\ \Omega$.

Este ejemplo aclara hasta qué punto la resistencia opuesta por el terreno se concentra, por así decirlo, en la inmediata proximidad del electrodo, y ya a poca distancia de éste, la sección del conductor es tan grande que su resistencia es pequeñísima. Para ilustrar esta información indicaremos que en un medio homogéneo de 10.000 Ω de resistividad, la resistencia de la capa semiesférica de radios 10 y 11 m es sólo de 14,5 Ω según puede calcularse mediante la ecuación (V,3).

Por lo tanto, la resistencia del terreno no influye prácticamente en la intensidad del circuito de emisión, salvo en la parte más próxima al electrodo; por esta causa se habla de *resistencia de contacto.*

En la práctica geoeléctrica suelen usarse como electrodos, barrenas de acero puntiagudas. En este caso, dada la simetría axil del problema, el potencial que interviene es el logarítmico. Si es l la longitud de la parte del electrodo introducida en el terreno, r el radio del cilindro y ρ la resistividad del terreno, la resistencia R del electrodo puede calcularse (YAKUBOSKIY y LIAKHOV, 1964) mediante la fórmula

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{2l}{r} \qquad \text{(V.7)}$$

Por ejemplo, si $\rho = 100\ \Omega$-m, $l = 0{,}5$ m y $r = 1{,}5$ cm será $R = 134\ \Omega$. Si en las mismas condiciones, aumentamos la longitud de electrodo clavada en el terreno hasta 1 m será $R = 78\ \Omega$.

La resistencia de contacto de los electrodos es el factor que limita en la práctica el valor de la intensidad I. El medio más conveniente para aumentar ésta no es elevar la tensión del generador, sino disminuir las resistencias de contacto de los electrodos A y B. Para esto, puede emplearse alguno de estos procedimientos e incluso, si fuese necesario, todos ellos simultáneamente:

a) Clavar más profundamente los electrodos (no en las primeras estaciones).

b) Disminuir la resistencia del terreno en contacto con los electrodos regándolo con agua salada.

c) Sustituir cada uno de los electrodos A y B por un "tomatierras" compuesto por varias barrenas metálicas conectadas entre sí. Debe tenerse en cuenta que estas barrenas no están propiamente en paralelo, por estar unidas eléctricamente entre sí a través del terreno. Por esta causa, la resistencia de un tomatierras compuesto por dos electrodos es superior a la mitad de la resistencia de un solo electrodo, a menos que estos estén muy distantes entre sí. En la práctica se aconseja que la distancia mutua

entre los electrodos de un tomatierra sea al menos 3 ó 4 veces la longitud en que éstos están introducidos en el terreno.

V.5.1.2 Fugas

Una de las causas de error más frecuentes y graves en las mediciones geoeléctricas es la existencia de fugas de corriente en el circuito de emisión. Una fuga consiste en la derivación al terreno de una parte de la corriente I en un punto del circuito diferente de los electrodos A y B por defecto de aislamiento en el cable o accesorios. Para determinar el efecto de una fuga supongamos (fig. V-3) que ésta se produce a la distancia x del centro O de un dispositivo Schlumberger con $AB/2 = L$ y

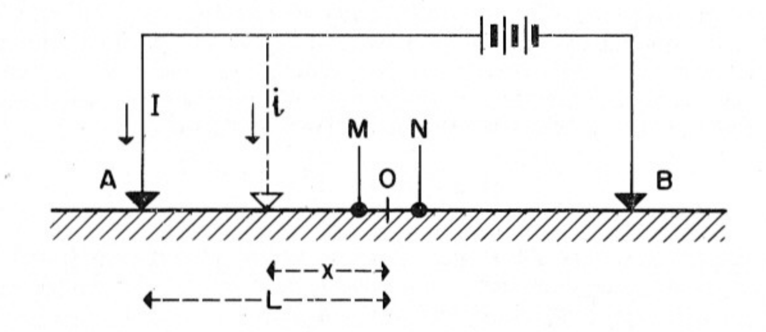


FIG. V-3. Dispositivo Schlumberger con una fuga de intensidad i en el circuito de emisión, a la distancia x del centro O.

que su intensidad es i. En ausencia de la fuga se tendrá, según la ecuación (III,28)

$$\Delta V = \frac{\rho I a}{\pi L^2}$$

donde a es la distancia MN, y sustituimos ρ_a por ρ por suponer para mayor sencillez, que el medio es homogéneo. La presencia de la fuga equivale a la de un electrodo adicional, que produce entre los electrodos MN una diferencia de potencial suplementaria.

$$\Delta V' = \frac{\rho i a}{2\pi x^2}$$

donde se introduce el factor 2 por tratarse de un sólo electrodo de corriente. En estas condiciones, la lectura de ΔV adolecerá de un error relativo

$$\frac{\Delta V'}{\Delta V} = \frac{i}{2I} \frac{L^2}{x^2} \qquad (V,8)$$

Para aclarar ideas, aplicaremos esta fórmula a un caso práctico. Supongamos que $L = 1$ km, $x = 100$ m, $I = 1$ A e $i = 5$ mA. A pesar de que la corriente de fuga es sólo media centésima de la corriente principal, el error en la d.d.p. (que se transmitirá íntegro a la resistividad aparente) será nada menos que del 25 %.

El cálculo anterior es aproximado, pues hemos supuesto implícitamente que $I \simeq I + i$ y que el medio era homogéneo, pero es suficiente para probar que el error causado por una fuga pequeña puede ser muy grande. Si el medio no fuera homogéneo y a distancias pequeñas correspondiesen a resistividades aparentes mayores que a distancias grandes, el error sería mayor que el dado por la fórmula (V,8).

De lo anterior se deduce que es necesario tomar toda clase de precauciones en evitación de fugas, y comprobar frecuentemente su ausencia. El modo de hacerlo se expone más abajo.

V.5.1.3 Electrodos de «infinito»

Cuando se emplea un dispositivo trieléctrico *AMN*, es preciso desplazar el cuarto electrodo *B* de modo que no influya en la diferencia de potencial entre *M* y *N*. Esto puede conseguirse de dos modos. Si *B* se coloca sobre la línea *AMN*, al lado opuesto de *A* respecto del centro *O* de *MN* (fig. V-4), entonces la distancia $\overline{OB}$ debe ser varias veces ma-

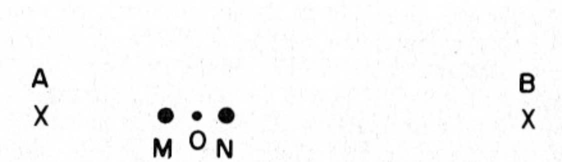


FIG. V-4. Ubicación del electrodo de "infinito".

yor que la $\overline{OA}$. Si el medio fuera homogéneo, para que el error producido al despreciar la presencia del electrodo *B* fuese menor del 5 % bastaría que $\overline{OB} > \sqrt{20}\ OA$ según puede probarse fácilmente teniendo en cuenta

que el campo eléctrico varía en proporción inversa al cuadrado de la distancia al electrodo. Si el medio no es homogéneo, la relación mínima $\overline{OB}/\overline{OA}$ deberá modificarse en general, pues depende del tipo de heterogeneidad. Si los SEV se efectuasen sobre un corte de dos capas con sustrato conductor bastará que $\overline{OB} > 3\,\overline{OA}$, pero si el sustrato fuese aislante, tendría que ser $\overline{OB} > 25\,\overline{OA}$ (según Vedrintsev, en TARKHOV, 1963).

Por eso es preferible el segundo procedimiento, que consiste en colocar el electrodo *B* en un punto tal como el *B'* (fig. V-4) en el que los potenciales producidos en *M* y *N* sean iguales, y por lo tanto nula la diferencia de potenciales entre ellos. Para conseguirlo, si el medio es homogéneo, bastaría colocar *B* en cualquier punto de la mediatriz del segmento *MN*, incluso muy próximo a éste. En la práctica, y para tener en cuenta el efecto de la heterogeneidad del subsuelo, se hace $\overline{OB} > 1{,}3\,\overline{OA}$ con desviación respecto de la perpendicularidad entre $\overline{OA}$ y $\overline{OB}$ no mayor de 3°. Más común es tomar $\overline{OB} > 3\,\overline{OA}$, con menor exigencia en el ángulo.

En todo lo anterior, la distancia $\overline{OA}$ es la máxima o final del sondeo. El tomatierras *B* permanece fijo durante todas las mediciones del 1/2 SEV.

V.5.1.4 Instrumentos y accesorios en el circuito de emisión

Este circuito consta esencialmente, como hemos visto, de un generador, un miliamperímetro, cables y electrodos. Las características más importantes de estos elementos se describen a continuación:

a) *Generador.*

El más sencillo es una batería de pilas secas conectadas en serie, de modo que en total se obtengan de 300 a 500 voltios. En España se usan preferentemente baterias TXIMIST modelo BS-1100, de 100 V cada una, en número de tres a seis. Estas pilas pueden dar hasta 1 amperio durante breves períodos de tiempo. Es fundamental que la batería de pilas secas esté perfectamente aislada del suelo por medio de soportes adecuados en evitación de fugas, que en este caso serían muy graves dada la proximidad que suele existir entre el generador y los electrodos *M* y *N*. Es muy conveniente que la batería vaya alojada en una caja estanca y robusta, para su protección respecto de la humedad. Tomando más o menos elementos de la batería pueden conseguirse diferentes tensiones, lo que puede lograrse mediante un conmutador, con saltos de 50 en 50 V (fig. V-5, a).

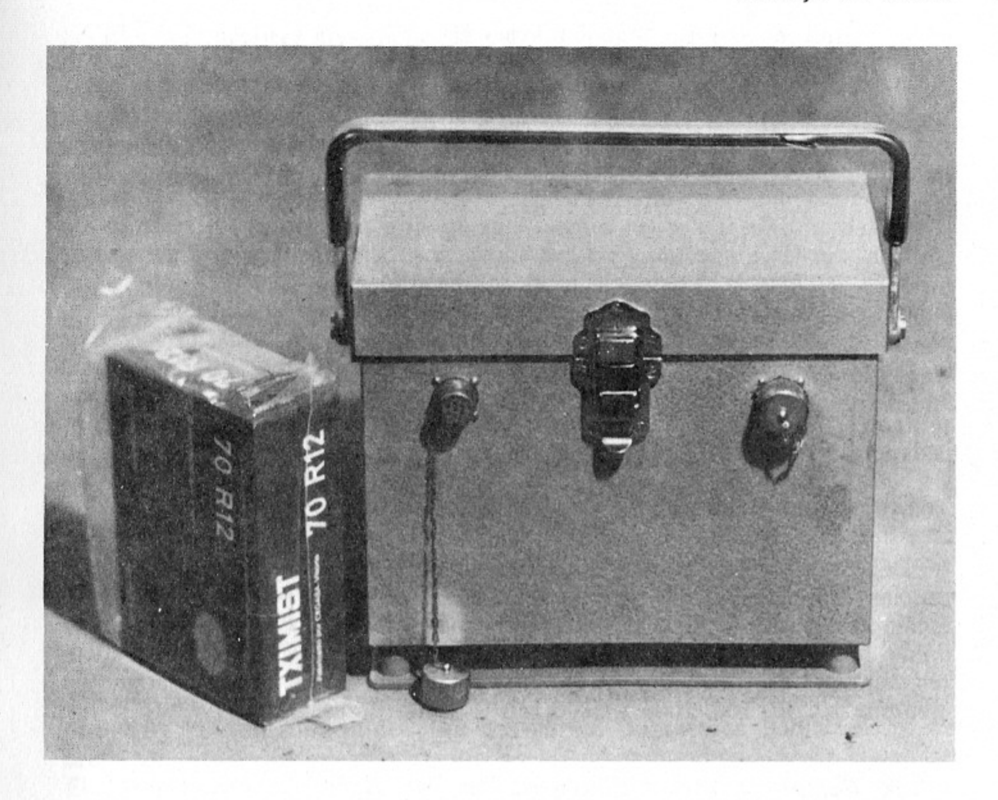


FIG. V-5a. Caja de pilas para mediciones geoeléctricas.
(Cortesía de Geotrón, S. A.)

Tales fuentes pueden usarse para líneas *AB* hasta de 2 ó 3 km. Para distancias mayores suelen usarse dínamos movidas por motores de explosión. La potencia eléctrica de estas dínamos suele oscilar entre 1 y 2,5 KW, pero los geofísicos soviéticos emplean para SEV largos, *estaciones geoeléctricas* montadas sobre camiones pesados y que van provistas, por ejemplo, de un generador de 16,5 kW o de dos de 11,5 kW. La tensión de salida de estos generadores es de 460 V. También se usan, desde hace algún tiempo, alternadores provistos de un dispositivo rectificador, y baterías de acumuladores. (Véase además el apartado V.5.2.3 *c*).

Estos generadores van provistos de los instrumentos de medida y control necesarios y en algunos modelos es posible dar a la intensidad un valor prefijado (¡siempre que lo permitan las resistencias de contacto!)

Las baterías de pilas de gran capacidad pueden sustituir, para SEV de *AB* largo, a los grupos motor-generador, con la ventaja de estar exentos de las complicaciones y posibles averías de aquéllos, pero exigen seguridad en el suministro de pilas de recambio, lo que puede causar dificultades en regiones apartadas o mal comunicadas.

El lector debe tener en cuenta que lo que importa en el circuito de emisión son los amperios y no los kilowatios. Si por ejemplo el generador produce 460 V y la resistencia total del circuito es de 230 Ω la intensidad *I* valdrá 2 *A,* y la potencia consumida será de 920 watios, independientemente de que el generador sea nominalmente, de 1 kW o de 16 kW. Por lo tanto, no tiene objeto aumentar la potencia del generador más allá de lo que permite la resistencia del circuito (fundamentalmente las de contacto). Se trata, en último término, de una cuestión de acoplo de impedancias.

b) *Miliamperímetro.*

Debe estar conectado en serie con el circuito *AB,* y no presenta exigencias especiales, salvo su buena calidad, si bien es conveniente que su escala sea grande y visible y que esté tropicalizado. Es también recomendable que vaya provisto de un conmutador acoplado a los correspondientes "shunts" de modo que pueda disponerse de varias sensibilidades, por ejemplo, 10, 30, 100, 1000 y 3000 mA a fondo de escala.

c) *Cable.*

Por una parte, debe presentar reducidas resistencia óhmica, gran aislamiento y elevada resistencia a la tracción, y por otra, peso reducido. Como quiera que estas condiciones son contradictorias, es preciso hallar un compromiso entre ellas. También influye en las características del cable el modo en que éste se emplea, en lo que respecta a los carretes que los contienen. Pueden aplicarse dos sistemas diferentes, que han sido llamados (ORELLANA, 1967) de *carrete fijo* y *de carrete móvil.* El primero, usado por los geofísicos franceses (C. G. G.) y soviéticos, consiste en el empleo de carretes grandes de material aislante, que se colocan junto al centro del SEV. El cable, reforzado con hilos de acero que van junto a los de cobre, se extiende tirando de él hasta que se desenrolle la longitud de cable necesaria para la estación que va a medirse. La longitud de cable contenida en cada carrete es de unos 500 m. Como es lógico, se usa un carrete para cada ala, y si el valor *AB* final fuese superior a 1 Km se coloca un nuevo carrete en el extremo de cada cable, conectando adecuadamente con éste, y así sucesivamente.

El autor prefiere el sistema de *carrete móvil.* En este se emplea cable corriente sin hilos de acero (por lo que resulta más liviano y flexible) bobinado sobre carretes metálicos pequeños de base aislante provistos de un asa, los cuales son llevados por un obrero hasta cada posición de los electrodos *A* o *B* soltando cable al mismo tiempo, de modo que quede depositado sobre el terreno. Las ventajas de este sistema son las siguientes: como el cable no es arrastrado sobre el terreno, no sufre roces con piedras, matorrales, etc., y su aislamiento no se desgasta, y puede ser más sencillo y liviano; el cable tampoco sufre tirones, por lo que su resistencia a la tracción puede ser más pequeña, y al tener de cobre todos los hilos, su resistencia óhmica es menor; por último, como el carrete queda junto al electrodo, el peligro de fugas a través del carrete se hace prácticamente inexistente, lo que permite su construcción metálica. No obstante, los carretes móviles deben llevar una base aislante, a ser posible unida al carrete a través de aisladores, para el caso de que haya que emplear varios carretes en serie.

Para SEV con líneas *AB* de hasta 2 ó 3 kms suele emplearse en España cable de las características siguientes: está formado por 21 hilos de cobre con 1 mm^2 de sección total y su diámetro exterior es de 2,35 mm. Cada km de cable pesa 13,5 kg y ofrece una resistencia de 20 Ω.

Cada carrete móvil puede contener de 500 a 650 m de este cable. En la figura V-5b se reproduce la fotografía de un carrete de este tipo. Una cuestión no trivial es la del color del cable. Algunos animales (incluso caballos) se sienten atraídos por los cables de colores llamativos y los muerden, quedando electrocutados en el momento de pasar la corriente. El autor tiene experiencia personal de ello. Estos accidentes no se producen cuando se emplea cable de color negro.

d) *Electrodos.*

Son simples barrenas de acero común o inoxidable, de longitud del orden de un metro, y de 1 a 3 cm de diámetro. Cuando son de acero común es necesario lijarlos de vez en cuando, a fin de eliminar la herrumbre. La conexión al cable debe hacerse del modo más sencillo posible, y aunque puede usarse una mordaza ("clip") de las empleadas en las baterías de acumuladores, el autor prefiere un sistema más tosco y sencillo. Alrededor del electrodo y cerca de su extremo superior, se enrollan fuertemente varias vueltas de cable de cobre desnudo, cuyos extremos se retuercen, dejando libre un trozo de un decímetro aproximadamente. Las vueltas del cable se sujetan con cinta adhesiva, y en el extremo libre se coloca un terminal macho el cual se enchufa en el cable de línea.

Este tipo de electrodos puede emplearse para tomatierras múltiples. Cuando en el lugar donde debe clavarse el electrodo existe algún material

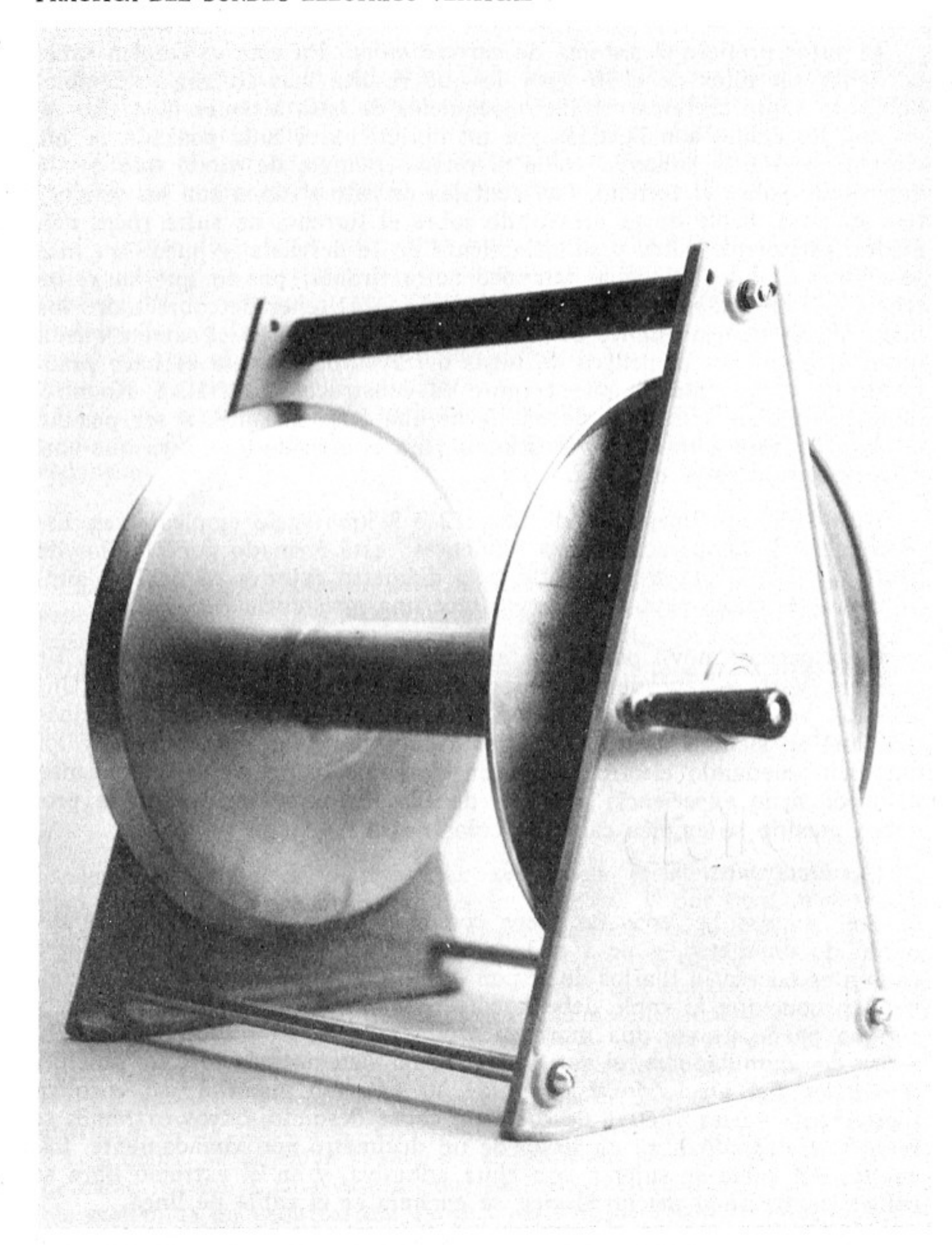


FIG. V-5b. Carrete del tipo "móvil" para el circuito de emisión. (Cortesía de Geotrón, S. A.)

duro, por ejemplo, roca compacta, pueden emplearse electrodos "blandos" compuestos por un material esponjoso impregnado con agua salada, en contacto con el suelo, y una armadura algo pesada que asegura el contacto y la fijeza. También pueden utilizarse hojas metálicas (papel de estaño o aluminio, por ejemplo), sujetos al terreno con unos puñados de barro.

e) *Medios de comunicación.*

El operador debe estar en comunicación constante con los obreros situados en las alas, bien para darles instrucciones, bien para recibir los mensajes de éstos indicando que los electrodos están clavados, la aparicióón de obstáculos o dificultades, etc. El sistema clásico de comunicación era el empleo del cable *AB* como línea telefónica, con retornos por tierra. El empleo de sistemas telefónicas a través del cable presenta inconvenientes notorios, pues además de complicar la instalación, no funciona sino cuando los electrodos están clavados, y falla cuando sería más necesario, en el caso de rotura del cable. Por ello, en la actualidad se usan exclusivamente radio-teléfonos, ya que éstos constituyen un medio de comunicación totalmente independiente, y de funcionamiento continuo.

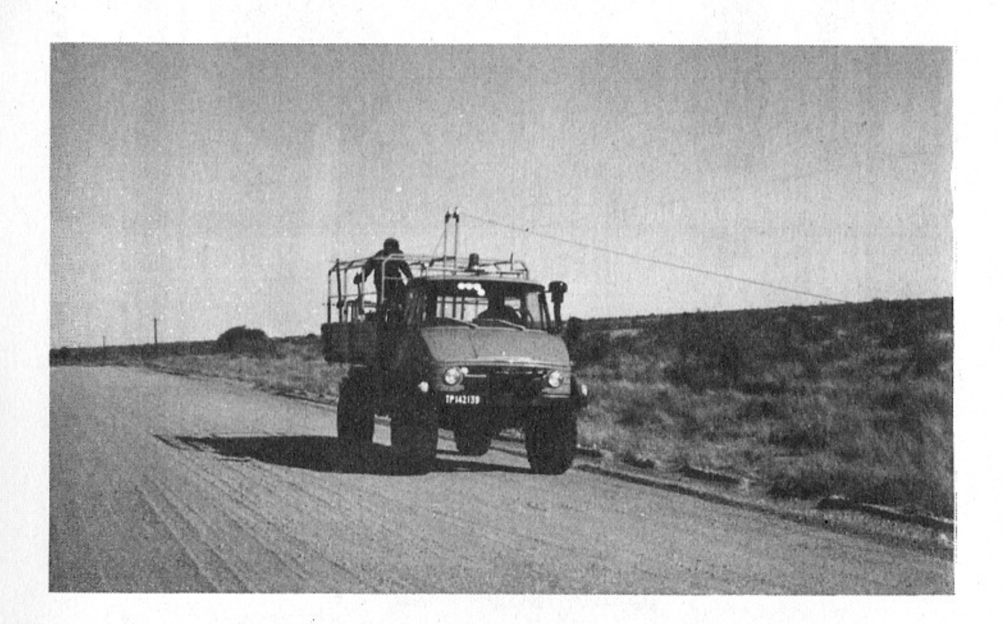


FIG. V-5c. Recogida de cable desde un vehículo, en un SEV con *AB* de 40 km en Sudáfrica. (Cortesía del CSIR, Pretoria.)

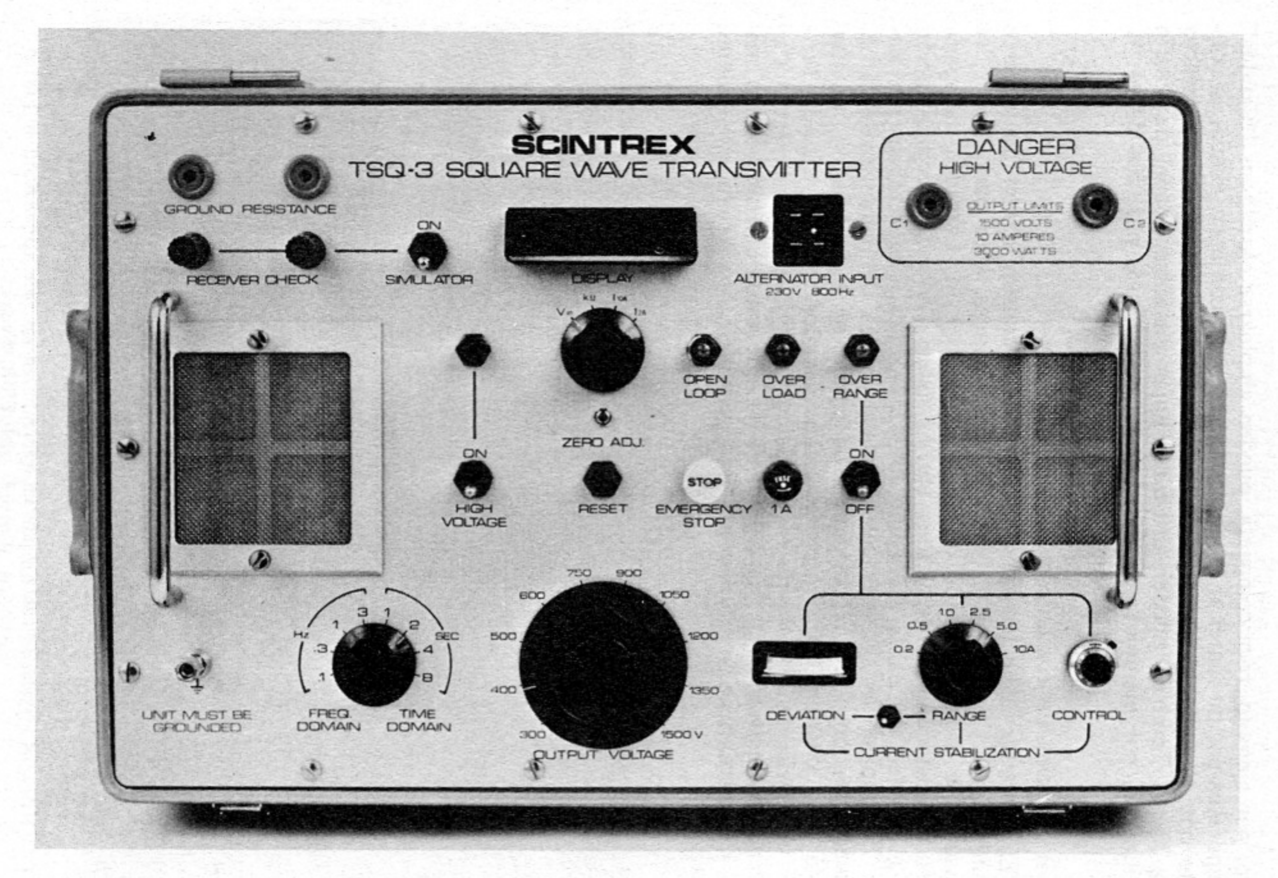


FIG. V-6. Generador de 3 kVA. (Cortesía de Scintrex.)

V.5.2 Circuito de recepción o de potencial

Este circuito se representa de modo esquemático en la figura V-7a, y su esquema equivalente en la V-7b. En ésta, R_I es la resistencia del

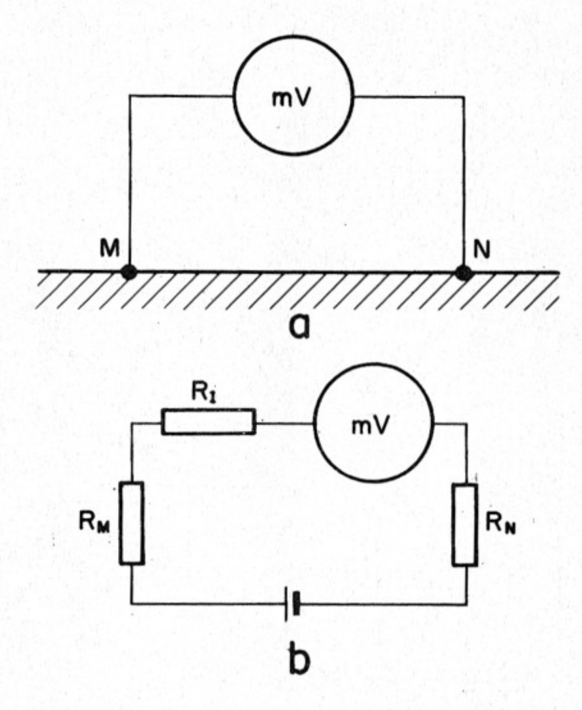


FIG. V-7. Circuito de recepción o de potencial; *a*, esquema práctico; *b*, circuito equivalente.

instrumento, y R_M y R_N son las de contacto de los respectivos electrodos; la pila simboliza la presencia en el circuito de la d.d.p. ΔV debida al campo creado por el circuito de emisión. A esta ΔV se suman en la práctica "ruidos" o "parásitos" que pueden falsear más o menos la lectura, como polarización de electrodos, corrientes telúricas o de origen industrial, etc. Si bien hemos representado el instrumento como milivoltímetro, también pueden emplearse potenciómetros, registradores, etcétera.

Las resistencias R_M y R_N producen una caída de tensión entre ellas de modo que el instrumento señala un valor $\Delta V' < \Delta V$. Más concretamente, la lectura del instrumento será

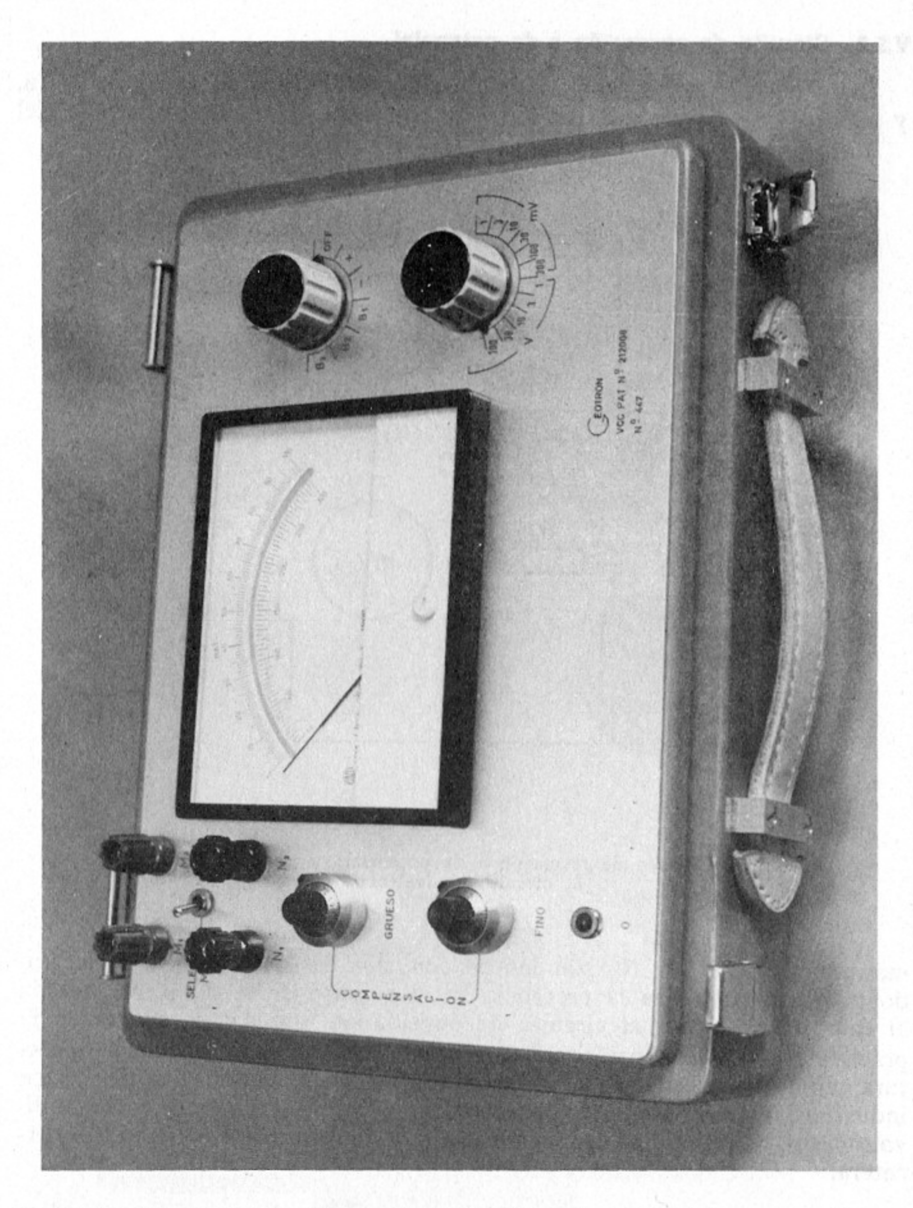


FIG. V-8a. Modelo de milivoltímetro de estado sólido, de micromódulos, para mediciones geoeléctricas en corriente continua, provisto de circuito de compensación. Modelo comercial de la casa Geotrón. (Cortesía de Geotrón, S. A.)

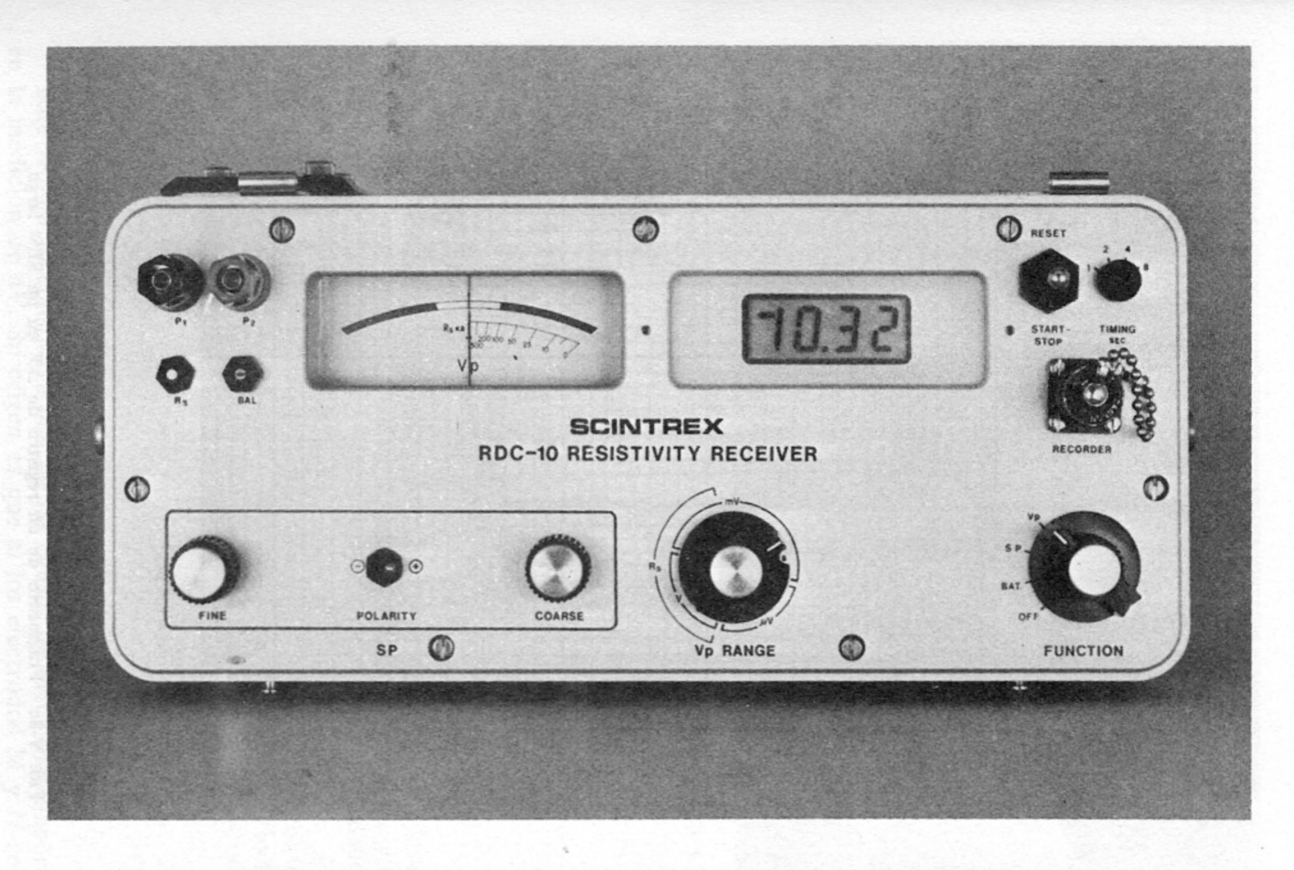


FIG. V-8b. Milivoltímetro digital con apilamiento de señales para atenuación del ruido. (Cortesía de Scintrex.)

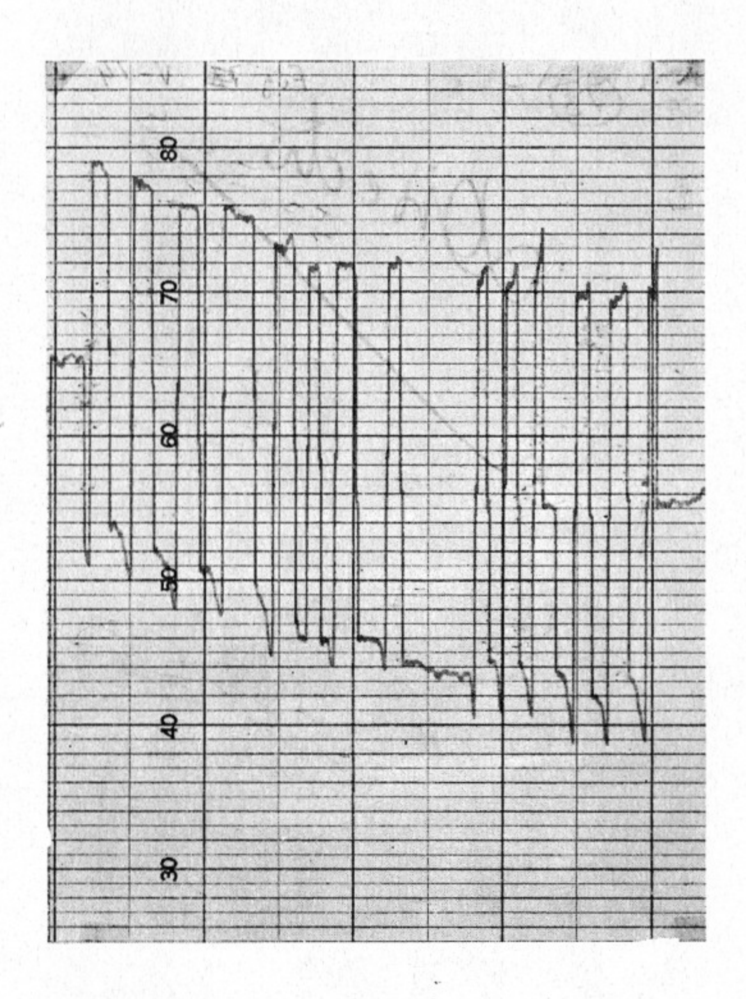


FIG. V-8C. Fragmento de un registro de ΔV en un SEV largo.

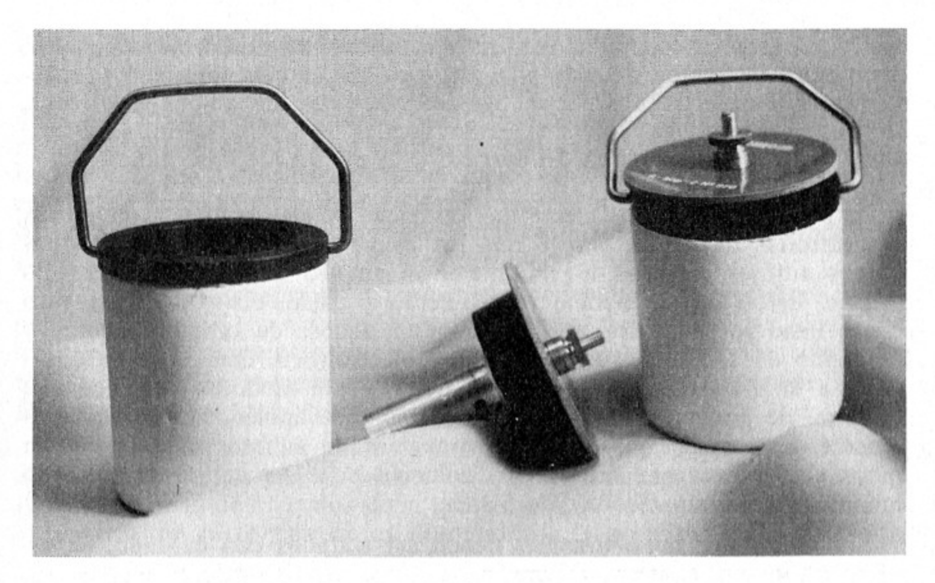


FIG. V-9. Electrodos impolarizables, cerrado y abierto. (Cortesía de Geotrón, S. A.)

$$\Delta V' = \frac{R_I}{R_I + R_M + R_N} \Delta V \qquad \text{(V,9)}$$

y el error absoluto cometido valdrá

$$e = \Delta V - \Delta V' = \frac{R_M + R_N}{R_I + R_M + R_N} \Delta V \qquad \text{(V,10)}$$

Ahora bien, como las resistencias de contacto no pueden rebajarse más allá de un cierto límite, es mejor hacer que R_I sea mucho mayor que éstas, es decir, que se debe emplear un instrumento de impedancia de entrada muy grande.

Hay otro motivo que lleva a la misma conclusión, y es que, con objeto de perturbar en la menor medida el campo creado por los electrodos *A* y *B*, es necesario que la intensidad que se toma de los electrodos *M* y *N* sea la menor posible.

V.5.2.1 Polarización de electrodos

Este fenómeno constituye una de las causas de error más importantes en la medición de ΔV. Su origen es que si los electrodos *M* y *N* son me-

tálicos, al estar en contacto con los electrolitos del suelo, se comportan como semi-elementos de una pila eléctrica. Si la concentración y naturaleza de los electrolitos fuesen iguales alrededor de ambos electrodos, las f.e.m. respectivas también serían iguales y se anularían, pero por causa de la heterogeneidad del terreno esto no sucede casi nunca.

La polarización de los electrodos de cobre es menor que la observada en electrodos de acero, por lo que los primeros son recomendados por algunos autores, pero es mucho mejor el empleo de electrodos impolarizables. Estos, en su modelo más sencillo y usual, constan de un vaso poroso lleno parcialmente, por una solución acuosa de sulfato de cobre y sumergido en éste una varilla de cobre electrolítico, conectada exteriormente a la línea de medición (fig. V-9). De este modo se consigue que las f.e.m. de ambos electrodos sean iguales y se anulen, al menos teóricamente. Es preciso que las concentraciones de sulfato sean iguales en ambos electrodos, para lo cual la disolución debe ser sobresaturada, con algunos cristales sin disolver de SO_4Cu.

Los electrodos impolarizables deben ser tratados con cuidado, en especial en lo que respecta a limpieza. Para la comprobación de cada par, deben colocarse en agua destilada y leerse la f.e.m. producida, la cual, en caso de funcionamiento correcto, debe ser estable e inferior a 1 mV. En el terreno cada uno de estos electrodos se instala en un hoyito previamente excavado y regado. Se debe mejorar el contacto de la base del electrodo en el fondo del hoyo por presión y rotación simultáneas del electrodo.

En la literatura soviética se encuentran descripciones de electrodos impolarizables en forma de bastón grueso, en los que la cerámica porosa está sustituida por lona, así como modelos especiales para trabajos en ríos o en mar.

En Occidente se han empleado a veces electrodos impolarizables de doble vaso, estando lleno el exterior de agua destilada, pero sus posibles ventajas, discutibles en la práctica, no compensan los inconvenientes de su manejo.

Indicaremos finalmente que no es preciso que la sal disuelta y la varilla sean de cobre, sino que basta que ambos sean del mismo metal, aunque la práctica universal es el empleo de cobre y su sulfato. La f.e.m. de los electrodos impolarizables depende de la temperatura, por lo tanto debe cuidarse de que ambos tengan la misma durante el trabajo, evitando, por ejemplo, que un electrodo esté al sol y el otro a la sombra.

En el apartado (IX.5) se encuentra más información sobre la medida de la f.e.m. residual de un par de electrodos impolarizables.

V.5.2.2 Corrientes perturbadoras

A través de los electrodos *M* y *N* no llega solamente la d.d.p. ΔV debida al campo del circuito de emisión, que es la "señal" que se desea medir, sino también algunas tensiones indeseadas o "ruidos", de las que hemos visto un ejemplo en la polarización de los electrodos. Además en el terreno suelen existir tensiones perturbadoras, bien de origen natural (polarización espontánea, corrientes telúricas) bien artificial (ferrocarriles eléctricos, instalaciones industriales o mineras, etc.).

De estas perturbaciones o parásitos, las debidas a la polarización espontánea (cap. IX) y a actividades industriales tienen carácter local, por lo que sólo se presentan en ciertas zonas, mientras que las corrientes telúricas se hallan presentes en toda la Tierra. Sobre esta cuestión véanse FRÖLICH (1971) y HOOGERVORST (1975).

El modo de eliminar estos parásitos depende de que sean de tensión alterna o constante. En el primer caso, si su frecuencia es al menos de algunas decenas de Hertzios debe colocarse a la entrada del instrumento de medida un filtro pasa-bajos que reduzca la amplitud del parásito a valores despreciables frente a ΔV.

Para la supresión de los parásitos de valor constante o casi constante, incluyendo en ellos la polarización de los electrodos (incluso con electrodos impolarizables queda un valor residual), el método universalmente empleado es el dispositivo de compensación, que en esencia consiste en una pila y un divisor de tensión, del cual se toma la necesaria para equilibrar el parásito (fig. V-10). A fin de efectuar este ajuste con la necesaria precisión es necesario que el divisor de tensión tenga dos regulaciones, "Gruesa" y "Fina".

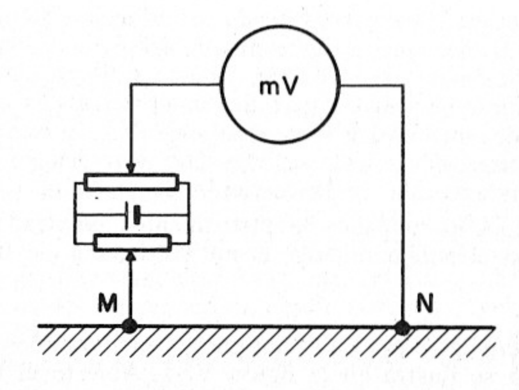


FIG. V-10. Inserción del compensador en el circuito de potencial.

Aun así no pueden anularse las corrientes telúricas de baja frecuencia, sobre todo con distancias *MN* superiores a 100 m. El método clásico de eliminar estos fenómenos es el empleo de un instrumento registrador, que será descrito más abajo.

Desde hace varios años puede emplearse un nuevo sistema de eliminación de ruidos, que consiste esencialmente en el muestreo periódico de la d.d.p. que existe entre los electrodos *M* y *N*. En el momento de aplicarse la corriente del circuito de emisión, una tensión igual a la del ruido últimamente muestreado se opone a éste, con lo que queda anulado. Todo ello se efectúa, naturalmente, por medio de circuitos electrónicos.

Este procedimiento es muy eficaz, pero tiene dos limitaciones importantes: por una parte, es insuficiente frente a ruidos de variación amplia y rápida, como los producidos por ferrocarriles eléctricos, talleres de soldadura eléctrica, etc. La otra limitación se refiere al tiempo finito requerido para el establecimiento del campo eléctrico del circuito de emisión (véase el final del apartado V.6) que exige esperar algún tiempo después de la iniciación de la corriente para efectuar la lectura de *V*. Durante este tiempo, que crece con la distancia *AB* y la conductividad del terreno, el ruido puede haberse modificado, pero no la tensión que se le oponía, por lo que no queda anulado.

Más efectivo parece ser el sistema descrito en el apartado V.5.2.3 *c*).

V.5.2.3 Instrumentos para la medición de ΔV

De lo dicho anteriormente, y de la experiencia obtenida en el trabajo de campo, se deduce que el instrumento acoplado a los electrodos *M* y *N* para la medición de ΔV, debe ser robusto y ligero, de gran impedancia de entrada (mínimo 1 MΩ), capaz de medir tensiones comprendidas entre poco más de un voltio y fracciones de mV, y provisto de un circuito para la compensación de las tensiones que aparecen entre los electrodos de potencial en ausencia de la corriente de emisión.

Los tres tipos principales de instrumentos empleados para la medición de ΔV son el potenciómetro, el milivoltímetro electrónico y el registrador.

a) El *potenciómetro* es el más antiguo y sencillo de los tres. El principio en que se basa se ilustra en la figura V-11. Abierto el interruptor *R*, se cierra el *L*, ajustando el compensador *C*, hasta que el galvanómetro no se desvía. Compensada de este modo la tensión parásita entre los electro-

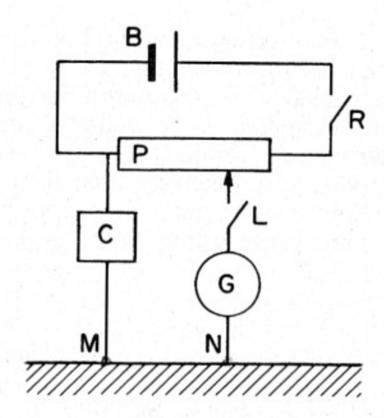


FIG. V-11. Medición de ΔV por medio de un potenciómetro. B, pila; P, potenciómetro; R, interruptor; C, compensador; G, galvanómetro; L, interruptor del galvanómetro.

dos *M* y *N*, se aplica corriente en el circuito de emisión y se cierra el interruptor *R*, con lo que volverá a desviarse el galvanómetro. Se mueve entonces el cursor del potenciómetro *P* hasta conseguir que *G* vuelva nuevamente a cero. La posición de equilibrio del cursor permite determinar ΔV en función de la f.e.m. de la pila patrón *B*. En condiciones de equilibrio, no circula corriente por el circuito inferior, por lo que la impedancia de entrada del instrumento es infinita. Esta circunstancia es un tanto engañosa, no obstante, porque si la resistencia de contacto de los electrodos *M* y *N* es grande, circula poca intensidad por el circuito, las indicaciones del galvanómetro son pequeñas, y la posición del equilibrio se vuelve imprecisa.

La figura V-12 reproduce el esquema del potenciómetro soviético EP-1 que, según todas las apariencias es idéntico, o casi idéntico, al modelo francés Schlumberger. La unidad I es la propiamente potenciométrica, y la II la de compensación previa. La unidad III tiene por objeto compensar los efectos de inducción de la apertura y cierre del circuito de emisión sobre el de potencial. La intensidad *I* se mide con el propio aparato, determinando la caída de potencial que se produce en una de las resistencias calibradas de 0,1 y 0,01 Ω de la unidad IV. Esto exige que la línea de emisión tenga que pasar a través del aparato, lo que a juicio del autor representa un grave inconveniente, que impide el uso de este aparato en condiciones razonables de comodidad para sondeos y calicatas dipolares, métodos de gradiente, etc. El aparato es muy robusto, aunque bastante voluminoso y pesado (unos 12 kgs) y no se presta para el trabajo en zonas de contactos malos. La medición de ΔV e *I* no puede hacerse simultáneamente. Las operaciones de compensación y equilibrio representan mayor

complicación que en el caso de aparatos de lectura directa; no obstante, los operadores expertos las hacen en tiempo muy corto. Este aparato y sus semejantes deben considerarse como totalmente anticuados, pero su valor histórico es muy grande, pues con ellos se han llevado a cabo satisfactoriamente centenares de campañas de prospección, por lo que su contribución al desarrollo de los métodos geoeléctricos no puede despreciarse. El BRGM de Francia y el prof. Cagniard idearon y construyeron otros potenciómetros para prospección.

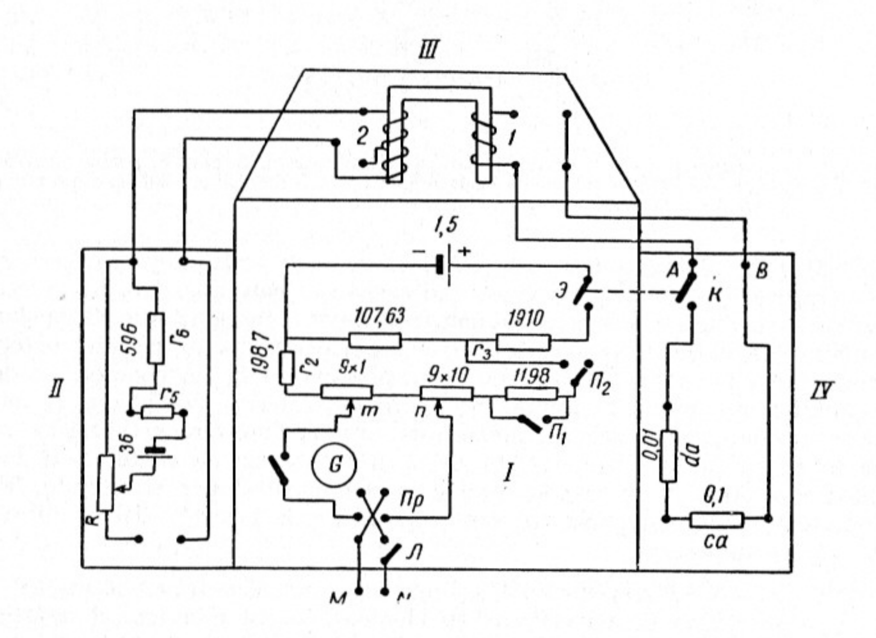


FIG. V-12. Potenciómetro geofísico tipo Schlumberger (modelo soviético EP-1, según Yakuboskiy y Liakhov).

b) *Milivoltímetro electrónico.*

Los primeros instrumentos de esta clase utilizados en los SEV, eran del tipo "chopper", esto es, transformaban por medio de un interruptor mecánico la tensión continua de los electrodos de potencial en otra variable, que era amplificada y medida. Algunos de estos modelos no tenían indicación de polaridad, lo que si bien no es inconveniente en el SEV, lo es y grande, en otros métodos geoeléctricos (polarización espontánea, cuerpo cargado, sondeos dipolares, etc.).

En la actualidad se construyen milivoltímetros de estado sólido destinados especialmente a la prospección geoeléctrica, por lo que van provistos en su entrada de un dispositivo de compensación. El valor de ΔV se lee directamente en la escala de un instrumento de aguja, por lo que la lectura es muy rápida. La impedancia de entrada varía de unos modelos a otros, pero es siempre superior a 20 MΩ. Su volumen es muy reducido, y pueden trabajar a temperaturas comprendidas dentro de amplios márgenes. El margen de lectura más sensible suele ser de 1 mV a fondo de escala; aunque se podría aumentar fácilmente la sensibilidad, ello no tiene objeto, pues las corrientes telúricas y otros parásitos impedirían el uso eficaz de escalas más sensibles. Algún modelo lleva lectura digital, en vez de aguja y escala.* A las buenas características indicadas hay que añadir la gran robustez y seguridad de funcionamiento, por lo que estos instrumentos son, con mucho, y en el estado actual de la técnica, los más adecuados para la ejecución de SEV con líneas *AB* finales de hasta 2 ó 3 km, así como para otros tipos de prospección eléctrica en corriente continua.

c) *Equipos de polarización inducida.*

Pueden efectuarse SEV por medio de equipos construidos para el método de P.I. (véase el tomo II de esta obra), los cuales constan de un transmisor que produce corriente de onda cuadrada con intervalos de interrupción, y de un receptor con compensación automática del ruido en c.c. que, a estos efectos, trabaja como milivoltímetro. El sistema sólo funciona cuando las condiciones del terreno y la longitud de la línea *AB* hacen que el campo eléctrico se establezca con rapidez; en caso contrario se obtienen valores que no son admisibles, porque no corresponden al campo estacionario.

d) *Medición automática con conmutación y apilamiento.*

La empresa Bodensee Geosystem, de Uberlingen (Alemania Federal), ha lanzado recientemente un equipo geoeléctrico (modelo GGA 30) que utiliza nuevas técnicas de medición ,capaces de eliminar los ruidos, salvo los muy intensos. La señal que proviene de los electrodos *M* y *N* se integra durante un par de segundos, con lo que se elimina el ruido en C.A. salvo una semionda. Los ruidos en C.C. incluyendo efectos de deriva, son anulados por medio de conmutaciones cíclicas adecuadas. Finalmente, el ruido residual que aún pueda quedar es eliminado mediante apilamiento ("stacking") de las señales recogidas en ciclos sucesivos.

* Las ventajas de la lectura digital son discutibles, al menos para los que están acostumbrados a los instrumentos analógicos.

El equipo consiste en una unidad emisora y otra receptora, conectadas por un cable. La elevada sensibilidad del sistema permite el empleo de potencias muy reducidas en el circuito de emisión. Este método de medición parece el más exacto entre los conocidos hasta ahora, siempre que el proceso se aplique cuando la corriente de emisión ha alcanzado el estado estacionario.

e) *Registrador.*

A partir de cierto valor de la distancia *MN* la aguja de los milivoltímetros oscila irregularmente por efecto de las corrientes telúricas y ruidos industriales, lo que dificulta y aun impide la medición correcta de ΔV.

El remedio clásico de estas dificultades consiste en el empleo de instrumentos registradores. Inicialmente se emplearon galvanómetros de espejo que presentaban el doble inconveniente de su reducida impedancia y de la necesidad de revelar los registros, que eran fotográficos. En la actualidad se encuentran en el comercio diferentes modelos de milivoltímetros o potenciómetros autocompensadores de escritura directa que pueden utilizarse para el fin propuesto.

La ventaja del registro gráfico es que permite separar visualmente la señal ΔV de los diferentes ruidos presentes. La corriente se aplica al circuito *AB* en forma de una serie de impulsos de duración suficiente para que el campo alcance su estado estacionario, a ser posible con inversión de polaridad entre cada dos impulsos (pues ello duplica la señal). El registro aparece en forma de onda cuadrada, con crestas más o menos irregulares por el efecto de los parásitos de frecuencia más alta y quizá una envolvente curva que afecta a varios ciclos que puede deberse a variación lenta en los electrodos impolarizables (por cambio de temperatura u otra causa), o a componentes de baja frecuencia en el campo telrúrico. Ambos efectos se observan en la figura V-8c), que reproduce un trozo de un registro real. El valor de ΔV se mide con una regla graduada, conocida la equivalencia en mV de un cm, determinando la distancia entre las crestas planas de cada onda para una serie de ellas y tomando el promedio de los resultados. El tiempo de registro en cada estación depende de la intensidad de las perturbaciones y puede llegar a ser de varias horas en condiciones muy desfavorables. En tales casos conviene operar en las horas en que las perturbaciones son menores, lo que suele ocurrir por la noche.

La inversión de polaridad en el circuito *AB,* puede efectuarse manualmente a intervalos prefijados, o por medio de un dispositivo automático. En ambos casos es preciso el empleo de inversores o contactores adecuadas a las intensidades de corriente que se manejan.

V.5.3 Independencia entre los dos circuitos

En los primeros tiempos de la Prospección Geoeléctrica se utilizaron aparatos que, como el potenciómetro Schlumberger, servían tanto para la medida de ΔV como para la I; e incluso otros, como el Megger, que daban directamente el cociente entre ambas magnitudes.

Recientemente han aparecido instrumentos de estas mismas propiedades, que se presentan como nuevas y ventajosas. Evidentemente no son nuevas, y el autor opina que tampoco son ventajosas, tanto en el caso en que milivoltímetro y amperímetro son aparatos diferentes montados en la misma caja, como cuando un mismo instrumento ejerce las dos funciones. Aun sin sacar a colación el antiguo principio aristotélico de que "los instrumentos son más perfectos cuando sirven, no para muchos usos, sino para uno solo" (*Política,* cap. I) el empleo de los referidos equipos tiene los inconvenientes que siguen:

1) Una de las causas más importantes de error en las mediciones geoeléctricas es el acoplo electromagnético entre los circuitos de emisión y recepción. Por ello debe evitarse que ambos circuitos tengan partes comunes o estén muy próximos entre sí, condiciones indeseables que se dan en los equipos aquí criticados. Este reparo es válido también cuando sus constructores (sin base suficiente) aseguran la independencia entre los circuitos.

2) Las mediciones de I y ΔV no pueden efectuarse simultáneamente.

3) Existen métodos geoeléctricos que requieren el distanciamiento entre uno y otro circuito (calicatas y sondeos dipolares, método del cuerpo cargado, etc.) y en los que, por consiguiente, no pueden emplearse estos equipos.

4) Los dispositivos de lectura directa del cociente $\Delta V/I$ o de ρ_a complican innecesariamente los circuitos, ocultan los valores individuales de I y ΔV, que el interpretador necesita conocer además del cociente mencionado, y en ciertos modelos obligan al empleo de valores prefijados de la intensidad I poco convenientes desde el punto de vista de la exactitud de la medición.

En consecuencia, los SEV deben efectuarse por medio de equipos cuyos instrumentos para la medida de I y ΔV sean independientes y separados.

V.6 PROCESO DE MEDICION DE CAMPO

El proceso de ejecución de un SEV depende en parte de la distancia final AB a que se pretende llegar. Desde este punto de vista, los SEV pueden clasificarse en cuatro grupos:

a) *SEV cortos,* con *AB* final de hasta 200 m.
b) *SEV normales* con *AB* final $>$ 200 m y no superior a 2 ó 3 km.
c) *SEV largos* con *AB* final comprendido entre 2 ó 3 km y 30 ó 40 km.
d) *SEV muy largos* o ultraprofundos en los que se ha alcanzado (hasta ahora) para *AB* el valor máximo de 1.200 km. (Van ZIJL.)

Esta clasificación se basa en las longitudes *AB* y no en las profundidades alcanzadas, ya que éstas dependen del corte geoeléctrico.

Los SEV cortos se utilizan principalmente en Ingeniería civil y Arqueología; los normales, en investigaciones hidrogeológicas; los largos en prospección petrolera, y los muy largos para estudios de Geofísica Pura.

A continuación se describe la técnica más conveniente para la ejecución de SEV con empleo de un milivoltímetro de estado sólido con compensación manual. No es difícil adaptar el método a otro instrumento, si el lector atiende, más que a la receta, a los principios subyacentes en ella.

Tomaremos como base la descripción de la técnica utilizada para los SEV normales, mostrando luego las modificaciones correspondientes a otras longitudes de SEV. En la ejecución de SEV normales cabe emplear diversas técnicas, que difieren entre sí en detalles accesorios, y que dependen de los instrumentos empleados. La técnica que se describe a continuación es la empleada en España por las compañías más importantes, y representa el estudio final de una evolución en la que se han tenido en cuenta el modo de trabajar en otros países y las aportaciones de diversos operadores y geofísicos, entre ellos el autor.

Se comienza por fijar en el terreno el punto elegido para centro del SEV, en el que se coloca una estaca con el número de orden correspondiente. Se señala por medio de jalones el rumbo del dispositivo, de acuerdo con lo previsto en el programa de trabajo. Se tienden dos cuerdas, de 100 m de longitud cada una, con señales numeradas que indican las sucesivas posiciones de los electrodos *A* y *B*. El origen de estas cuerdas, en forma de lazo, se coloca alrededor de la estaca central. Se colocan en sus posiciones iniciales los electrodos impolarizables ($\overline{MN} = 1$) y los de corriente *A* y *B* ($\overline{AB} = 4$ m). A pocos metros del origen 0 se instalan la caja de pilas, la unidad amperimétrica y el milivoltímetro, estos últimos sobre sendas sillas plegables. El operador se sienta sobre una tercera y se conectan los electrodos *M* y *N* a la entrada del milivoltímetro, los *A, B* a los carretes y éstos a la unidad amperimétrica, y ésta a la caja de pilas.

Terminada la preparación, el operador, después de anotar los datos generales de SEV en la hoja de campo correspondiente, compensa la tensión parásita presente en los electrodos de potencial, y tan pronto como la ha efectuado, cierra el circuito de emisión, apretando el pulsador de la unidad amperimétrica y lee rápidamente los valores de ΔV e I correspondientes a la primera estación.

Seguidamente, los obreros desplazan los electrodos A y B, junto con sus carretes, a las posiciones correspondientes a la segunda estación. Para evitar que los cables se desconecten de la unidad amperimétrica o tiren de ella, es conveniente atar los cables de las líneas A y B a la estaca central, sustituyendo ésta, si es necesario para conseguir mayor solidez, por una barrena de acero.

Se prosigue así en todas las estaciones hasta la distancia $\overline{AO} = \overline{OB} = 100$ m; las distancias siguientes pueden medirse con una cuerda de 30 m por cada ala, o por medio de señales en los cables, hechas con cinta adhesiva de diferentes colores.

En cada estación debe compensarse cuidadosamente la tensión entre los electrodos M y N inmediatamente antes de cerrar el circuito de emisión. La lectura de ΔV e I debe efectuarse rápidamente, soltando en seguida el pulsador y observando si la aguja del milivoltímetro vuelve a cero. Si no ocurriese así, es que la polarización o las tensiones parásitas se han modificado durante la lectura, por lo que deberá repetirse ésta.

Los valores de ΔV disminuyen rápidamente de estación a estación. Cuando el operador prevea que la lectura siguiente va a ser difícil por la pequeñez de ΔV, debe proceder a la operación llamada *empalme,* esto es, el paso a un valor mayor de $\overline{MN}$, generalmente de 10 m para la primera ampliación. Para ello es conveniente tener situado un segundo par de electrodos impolarizables sobre el azimut del dispositivo, cada uno a 5 m del origen O, y conectados a cables cuyos extremos estén al alcance del operador. Después de efectuada la lectura de ΔV con $\overline{MN} = 1$ m, se repite, sin mover los electrodos A *y* B, con $\overline{MN} = 10$ m y se pasa a la posición siguiente de éstos, para la cual vuelven a efectuarse dos lecturas de ΔV con ambos valores de $\overline{MN}$. Las estaciones siguientes se hacen ya con $\overline{MN} = 10$ m solamente, y así hasta que sea preciso un nuevo empalme, que puede prepararse llevando el primer par de electrodos impolarizables a la tercera posición de éstos. Siempre habrá de ser $\overline{MN} \leqslant AB/5$.

El operador debe ir comprobando la calidad de los resultados que va obteniendo, por lo que debe calcular y dibujar la curva de resistividades aparentes que los expresa. En la primera edición de esta obra se describía un ábaco, original del autor, para el trazado rápido en el campo de la referida curva. La amplia difusión de los calculadores electrónicos de bolsillo hace innecesario este ábaco. Pero no debe olvidarse la obligatoriedad de pintar la curva antes de levantar el dispositivo de cada SEV, y la de repetir y comprobar los puntos que en dicha curva resulten sospechosos.

La comprobación de fugas debe hacerse periódicamente; en tiempo húmedo y terreno cubierto de barro, se efectúa varias veces en cada SEV. Para ello se desconecta el cable de uno de los electrodos de corriente, manteniendo su extremo aislado del suelo (puede tenerlo agarrado un obrero, con guantes de goma), se aprieta el pulsador, y se leen el amperímetro y el milivoltímetro. Si las lecturas no son nulas existe una fuga en el ala desclavada. Debe prestarse la mayor atención a la lectura del milivoltímetro, ya que una fuga de muy pequeña intensidad puede originar tensión apreciable entre *M* y *N,* si está suficientemente cerca de ellos. Después de comprobada un ala se hace lo propio con la otra.

La intensidad *I* puede aumentarse regando los electrodos *A* y *B* con agua salada, y también aumentando el número de barrenas que constituyen éstos. Estas barrenas deben clavarse en el terreno formando una alineación perpendicular a la dirección *AB,* situada simétricamente respecto de esta línea, y teniendo en cuenta lo dicho en el apartado 5.1.1. La distancia entre las barrenas extremas debe ser muy pequeña respecto de la de éstas al centro del dispositivo; por esta causa, en las primeras estaciones sólo puede emplearse una barrena, y el número de éstas puede irse aumentando conforme crece la distancia *AB.* Además, en dichas estaciones, los electrodos deben clavarse poco, para aproximarse a las condiciones de electrodo puntual.

No deben descuidarse las medidas de seguridad. Una vez clavados y conectados los electrodos de corriente, los obreros, que deberán manejar éstos con guantes de goma, se apartarán de ellos varios metros, antes de comunicar por el radioteléfono que el tomatierra está dispuesto. El operador, por su parte, no oprimirá el pulsador hasta estar seguro de que no hay personas o animales en la inmediata proximidad de los electrodos. Tampoco debe consentirse que durante las lecturas haya personas estacionadas o que pasen junto a los electrodos de potencial; pero esta norma tiene por objeto proteger la exactitud de la medición y no a las personas. Debe advertirse a los habitantes de la zona del peligro que representa el cable para ellos y sus animales. Cuando el cable cruza sobre un

camino o carretera, debe sujetársele fuertemente a los lados, para evitar su arrastre por vehículos, ciclistas o peatones, muy peligroso.

Los intervalos entre distancias AB sucesivas deben elegirse de modo que resulten aproximadamente constantes en el gráfico logarítmico, o sea, en progresión geométrica. Los geofísicos franceses toman $\sqrt{2}$ como razón de dicha serie, y los soviéticos 1,5. Los valores exactos de la progresión se redondean para que resulten números sencillos. El autor prefiere mayor densidad de estaciones, por la mayor seguridad de las curvas obtenidas, con razón de la progresión geométrica del orden de 1,25, lo que equivale a tomar 10 puntos por ciclo logarítmico. Esta mayor densidad de estaciones aumenta la duración y coste de cada SEV, pero la mejora conseguida compensa estas desventajas. Además, el muestreado de la curva a intervalo fijo y corto es una exigencia para ciertos procesos de elaboración electrónica de datos.

Los sondeos de longitud normal pueden hacerse con el operador y 4 ó 5 peones. Aparatos y personal pueden transportarse en un vehículo todo terreno, como el Land Rover largo.

Los sondeos cortos se efectúan del mismo modo que los de longitud normal, pero con la consiguiente simplificación de técnica y medios. No son necesarios los radioteléfonos, y el número de obreros puede reducirse a dos o tres. Si las circunstancias son favorables, pueden reemplazarse los electrodos impolarizables por barrenas de acero, e incluso puede emplearse corriente alterna de baja frecuencia, que evita la compensación previa. Estas dos simplificaciones de la técnica sólo pueden emplearse en zonas de resistividad elevada.

La técnica de los sondeos largos, como es obvio, es más compleja. El cable, de gran aislamiento y poca resistencia óhmica es pesado y voluminoso y ha de tenderse por medio de coches todo terreno o camionetas especialmente adaptadas. La fuente de alimentación de la línea AB puede ser un grupo generador movido por motor de explosión, y conectado a una caja de control provista de dispositivo inversor, o bien una batería de pilas secas de gran capacidad. La medida de ΔV debe hacerse por medio de registrador. Este, con sus circuitos auxiliares, irá montado de modo permanente en una furgoneta, mientras que el generador puede instalarse en el suelo, a cierta distancia de aquélla, o ir montado en otro vehículo. Las distancias $\overline{AB}$ y $\overline{MN}$ se fijan de acuerdo con las condiciones locales eléctricas y topográficas. Los sucesivos puntos de implantación de los tomatierras A y B pueden determinarse previamente en un mapa de suficiente detalle, lo que simplifica las mediciones de distancias.

Se reduce notablemente el tiempo de ejecución en los SEV largos mediante el empleo simultáneo de un equipo normal, con el que se miden las estaciones del SEV con $\overline{AB} \leqslant 2$ km durante los intervalos de cambio de electrodos en el equipo pesado, el cual se utiliza sólo para las estaciones de $\overline{AB}$ superior a 2 km.

Es importante darse cuenta de que la corriente utilizada en los SEV sólo es continua nominalmente, ya que varía durante los períodos de apertura y cierre del circuito de emisión. Esto da lugar a dos fenómenos de cuyos efectos no conviene olvidarse: la inducción de la línea *AB* sobre la *MN*, y el transcurso de un tiempo finito antes de que la corriente alcance el estado estacionario y pueda considerarse como continua.

Para evitar la inducción de la línea *AB* sobre la *MN* en los momentos de apertura y cierre del circuito de emisión, ambas líneas deben estar separadas por una distancia no menor de $\overline{AB}/100$.

Con distancias $\overline{AB}$ grandes, el campo eléctrico tarda en establecerse un tiempo apreciable, y las lecturas no deben hacerse hasta que haya transcurrido el *tiempo de espera* t_e. Cuando lo que se investiga es la profundidad de un sustrato resistivo, y es S la conductancia total de las capas en él apoyadas, el tiempo de espera puede determinarse mediante la fórmula

$$t_e = 1{,}98\, S \frac{\overline{AB}}{2} \text{ milisegundos} \quad (\overline{AB} \text{ en km}) \quad \text{(V,11)}$$

o sea, aproximadamente,

$$t_e = S \cdot \overline{AB} \text{ milisegundos} \quad \text{(V,12)}$$

Cuando no se conoce el valor de S puede aplicarse esta otra fórmula,

$$t_e = 0{,}63 \frac{\overline{AB}^2}{\rho_a} \text{ segundos} \quad (\overline{AB} \text{ en km}) \quad \text{(V,13)}$$

donde ρ_a es la resistividad aparente medida. Estas fórmulas se basan en los trabajos de TIKHONOV (1946).

V.7 HOJAS DE CAMPO

La correcta anotación de las observaciones de campo es uno de los factores que más influyen en la calidad de los resultados finales. Como es obvio, las lecturas de los instrumentos deben ser registradas fielmente, pero ello es sólo uno de los aspectos de la cuestión. Tan importantes como las indicaciones instrumentales son otros datos que, a primera vista, pueden parecer secundarios, pero que tienen gran importancia para el interpretador, especialmente cuando éste, según la tendencia actual, trabaja en una oficina central alejada de la zona de trabajo.

Aunque parece una advertencia inútil por lo obvia, debe cuidarse de que cada hoja lleve referencia clara del trabajo y SEV a que corresponde. El autor ha encontrado a veces hojas de campo perfectamente redactadas, salvo la falta de estos datos fundamentales.

Uno de los puntos que mejor sirven para juzgar sobre la competencia de un operador, es la abundancia y pertinencia de las observaciones que incluye en la hoja de campo, las cuales, por otra parte, no deben ser excesivas, como ocurre con algunos principiantes que llenan la columna de observaciones con verdaderas "novelas" y pocos datos de interés para el interpretador.

Es muy conveniente utilizar para las hojas de campo estadillos impresos con casillas y columnas para todos los datos, y encuadernados en bloques de hojas arrancables. El operador debe sacar una copia de cada hoja mediante papel carbón, la cual guardará en su poder, enviando el original a la oficina de interpretación. De este modo se evitan los efectos del extravío de los originales.

Las hojas de campo nunca deben pasarse "a limpio", sino que deben utilizarse exclusivamente las tomadas en el campo, aunque estén manchadas de barro, o estropeadas de algún modo, siempre que sean claramente legibles.

La figura V-13 reproduce una hoja de campo "real".

Es posible que, en un futuro próximo, las lecturas de los instrumentos no se anoten, sino que se registren en una memoria electrónica. Aun así, será necesario anotar de algún modo la vital información no numérica mencionada más arriba.

S.E.V **IBERGESA** GEOFISICA

TRABAJO :

Referencia Nº	50-18	Observador	Balaguer	PERFIL 2
Zona	Ciudad Rodrigo.	Instrumento	Geotrón - nº 3	
Rumbo	N 0°E Cota	Sistema	Schlumberger.	S.E.V 23

OBSERVACIONES: Terreno recubierto y llano

Estación	O A m	M N	Esc. Volt.	ΔV(mV)	I(m A)	ρa	OBSERVACIONES
1	2	1 m.	300 mV	104	34	36,0	
2	2,5	"	300 mV	140	81,5	32,4	
3	3,16	"	100 mV	76	71	32,7	
4	4	"	100 mV	55,0	87,1	31,2	
5	5	"	100 mV	43,8	101	33,7	
6	6,3	"	100 mV	30	97,4	38,2	
7	8	"	30 mV	17,4	82,5	42,2	
8	10	"	30 mV	14,1	96,0	46,0	
9	12,5	"	30 mV	10,4	101,	52,9	dos clavos.
10	16	"	30 mV	13,0	166	62,9	
11	20	"	30 mV	13,5	221	76,7	
12	25	1 m / 10 m	30 mV / 300 mV	13,5 / 121	285 / 285	93,0 / 80,0	
13	31,6	1 m / 10 m	10 mV / 100 mV	8,42 / 77,5	237 / 240	117 / 98,7	
14	40	10 m	100 mV	30,5	191	115	
15	50	"	30 mV	22,8	129	137	Buena compensación.
16	63	"	30 mV	15	115	162	
17	80	"	30 mV	15,7	180	175	
18	100	"	30 mV	10,2	190	168	12,8 ; 240 ; (167) ⇒ Repetición.
19	125	"	30 mV	11,2	292,1	189	
20	160	"	10 mV	6,7	26	207	
21	200	"	3 mV	2,92	166	221	Comprob. fugas bien.
22	250	"	3 mV	2,58	203,1	252	
23	316	"	10 mV	4,00	420	299	
24	400	"	3 mV	1,47	270	321	un ala no la veo.
25	500	"	3 mV	1,21	265	358	
26	630						
27	800						
28	1000						
29	1250						
30	1600						

1 de Octubre de 1980

FIG. V-13.

V.8 CALIDAD DE LAS CURVAS DE CAMPO

Debe ponerse máximo interés en conseguir la mejor calidad posible en las curvas de campo, es decir, que debe conseguirse la mayor precisión en las mediciones y la adecuada eliminación de las causas perturbadoras. Si las curvas de campo son deficientes, los resultados de la interpretación lo serán también. Desgraciadamente, no siempre se presta a este punto la debida atención, y no es raro ver en algunas publicaciones, curvas de SEV de apariencia dudosa. En más de una ocasión, el autor ha sido requerido, con la mayor naturalidad, para la interpretación de curvas verdaderamente inadmisibles, de las que era imposible sacar ninguna información útil.

Es necesario poner gran cuidado, no sólo en la elección del centro y azimut de cada SEV, sino en todas las circunstancias que puedan influir en la medición, tales como estado de los cables, accesorios e instrumentos, ubicación de los electrodos, medida correcta de las distancias, etc. Es fundamental el trazado de la curva en el campo, por medio del ábaco aludido más arriba, antes de dar por terminado el SEV, repitiendo las mediciones que parezcan dudosas y eliminando las causas del error.

Independientemente de este control intrínseco, es conveniente, en trabajos de alguna envergadura, repetir algunos de los SEV efectuados, preferentemente los que parezcan anómalos, a ser posible con otro operador y equipo. Aunque esto encarece en apariencia el trabajo, compensa sobradamente el esfuerzo a ello dedicado, por la mejora en seguridad y calidad de los resultados. En la enciclopedia de TARKHOV (1963) se exponen las normas soviéticas para el control de calidad de las mediciones geoeléctricas, así como la obligación que existe en dicho país de repetir al menos el 5 % de los SEV u otras mediciones. Esta costumbre merece ser seguida.

También es conveniente comprobar si las curvas de SEV dibujadas por los operadores concuerdan con los datos de campo, repitiendo el trazado para una cierta fracción del volumen total del trabajo.

En las curvas deben señalarse claramente con puntos, circulitos o cruces los valores observados, uniéndolos luego con segmentos o arcos. No es aconsejable la representación en forma de curva continua, en la que no se sabe cuáles son los valores medidos y cuáles los interpolados.

V.9 MEDICIONES EN CORRIENTES ALTERNA O CONMUTADA

En los primeros tiempos de la prospección eléctrica se utilizaron mucho ciertos equipos que trabajaban con corriente alterna sinusoidal o conmutada (onda cuadrada) para evitar los efectos de la polarización de los electrodos de potencial.

Algunos de estos aparatos empleaban un generador de corriente continua, cuya salida era transformada en onda cuadrada, por un inversor rotatorio movido a mano. La tensión entre los electrodos de potencial era vuelta a rectificar por un segundo inversor, solidario y coaxil con el primero, de modo que las mediciones en los instrumentos se efectuaban en corriente continua, mientras que por el terreno circulaba corriente de onda cuadrada.

Ciertos aparatos, como el de Gish-Rooney, llevaban instrumentos diferentes para la medición de ΔV y de I mientras que otros, como el Megger, daban directamente el cociente entre estas magnitudes. La poca sensibilidad de estos equipos los hacía adecuados para el dispositivo Wenner, pero no para el Schlumberger; por otra parte, la impedancia de entrada de algunos modelos era excesivamente baja.

Hace algunos años estuvo muy extendido en España el empleo de equipos denominados "de batidora" en los que la corriente de una batería de pilas secas pasaba por un inversor rotatorio, movido a mano, que la transformaba en conmutada de unos 20 Hz. El valor de ΔV se medía con un voltímetro de válvula de c.a. con respuesta uniforme en bajas frecuencias, de modo que la lectura no fuese influida por los cambios en la velocidad de rotación del inversor o batidora. El inconveniente principal de este equipo era su sensibilidad frente a los parásitos industriales.

Los métodos expuestos tienen un defecto básico, el de que aun cuando utilizan corriente alterna o conmutada, la interpretación se efectúa en el supuesto de que la corriente es continua. Ahora bien, las corrientes variables se amortiguan con la profundidad más rápidamente que las de intensidad constante (efecto superficial o *skin*) y la diferencia es tanto más marcada cuanto mayor sea la frecuencia y menor la resistividad del terreno. Esto hace que en formaciones homogéneas de baja resistividad (arcillas, margas) la curva ascienda a partir de un valor de AB relativamente pequeño, indicando la presencia de un sustrato resistivo que no existe realmente a esa profundidad. Otro inconveniente de estos procedimientos es el peligro de inducción del circuito de corriente sobre el de potencial.

Por estas y otras causas, los equipos de sondeo eléctricos en corriente alterna o conmutada, de frecuencia fija, sólo presentan interés histórico, al menos en gran parte. No obstante, en zonas de rocas resistivas y para trabajos de poca profundidad, podrían emplearse equipos de esta clase, especialmente si su frecuencia es de unos pocos Hz, y están protegidos adecuadamente frente a los parásitos de origen industrial y a las inducciones mutuas entre ambos circuitos.

V.10 SCHLUMBERGER CONTRA WENNER. SALTOS DE EMPALME

El método SEV se ha aplicado principalmente por medio de los dispositivos Wenner y Schlumberger, el primero en Estados Unidos, Inglaterra, y otros países, y el segundo en la mayoría de las naciones europeas, Francia y URSS en primer lugar. En la actualidad, el dispositivo Schlumberger se utiliza cada vez más en todo el mundo.

Conviene comparar ambas configuraciones para decidir si son equivalentes o si uno de ellos es claramente preferible al otro. El hecho de que los usuarios del dispositivo Wenner se inclinasen hacia principios falsamente empíricos o mal fundamentados, mientras que los del Schlumberger se apoyasen en sólidas bases físico-matemáticas no debe afectar a la comparación entre los dispositivos.

Se ha alegado que las curvas teóricas correspondientes al dispositivo Schlumberger son más expresivas y sensibles a las características del corte geoeléctrico sobre el que se efectúan que las obtenidas con el Wenner. Ello es cierto, pero las diferencias entre unas y otras curvas son muy pequeñas, como es fácil de comprobar, lo que, en opinión del autor, no justifica preferencia decidida a favor del dispositivo Schlumberger. Al efectuar esta comparación, debe tenerse en cuenta que a una longitud *AB* de dispositivo Schlumberger corresponde una de Wenner mayor en un 8 %, según se deduce del apartado IV.11 d.

En cambio, en calidad de las curvas de campo, el dispositivo Schlumberger se muestra superior al de Wenner. La razón de ello es que en el primero permanecen fijos los electrodos de potencial, de modo que el efecto de la zona superficial donde están enclavados permanece el mismo en toda la curva hasta el próximo empalme. Al aumentar la distancia $\overline{MN}$ puede ocurrir que el nuevo trozo de curva no coincida bien con la

primera en los puntos de *AB* común. Ahora bien, en el dispositivo Wenner, como los electrodos *M* y *N* se desplazan en cada lectura, puede decirse que todas las estaciones son de empalme, y los saltos debidos a éstos aparecen en toda la curva, sin posibilidad de conocerlos, lo que no ocurre en el Schlumberger. Esto se aclara con un ejemplo dado por KUNETZ (1966) (fig. V-14). En la segunda posición de los electrodos *M*

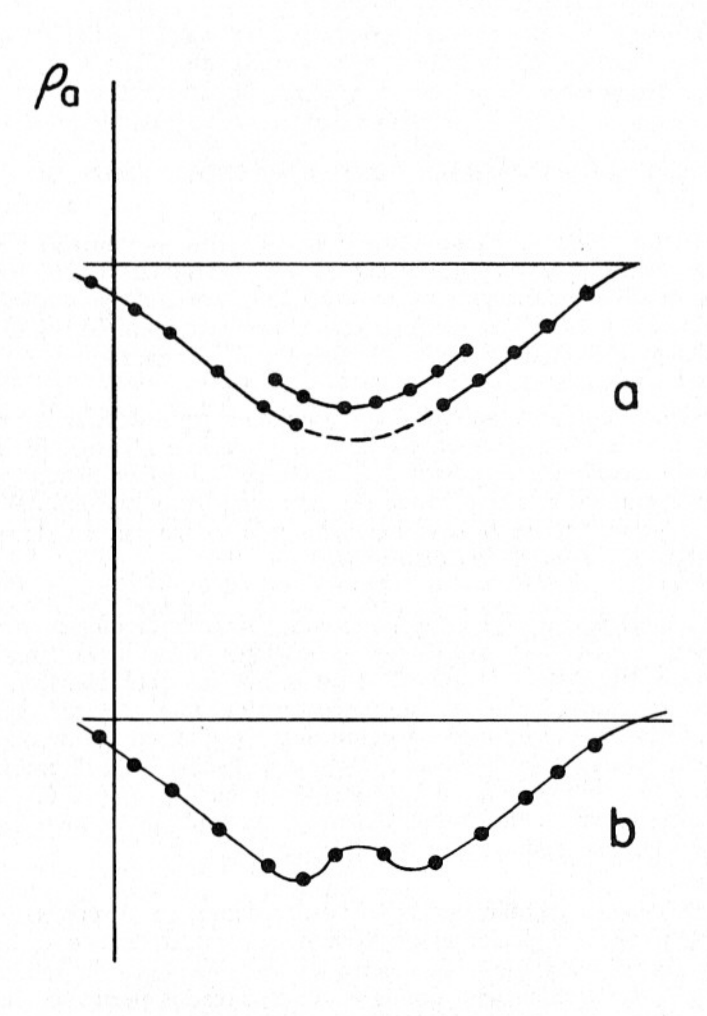


FIG. V-14. Ejemplo de efecto superficial en una curva de SEV. a) Dispositivo Schlumberger, con empalme. b) Dispositivo Wenner.

y *N* estos se encuentran sobre terreno superficialmente anómalo, por lo que el segundo trozo de la curva Schlumberger no coincide con el primero y el tercero, efecto claramente observable y de fácil corrección por desplazamiento hacia abajo del segundo trozo. En cambio, un sondeo Wenner efectuado en el mismo lugar produciría un máximo ficticio, sin indicaciones que permitiesen su eliminación, y que sería atribuido erróneamente a la presencia en el subsuelo de una capa resistiva. He aquí un primer argumento para dar la preferencia al dispositivo Schlumberger, sin que esto quiera decir que, en circunstancias favorables, no puedan obtenerse curvas Wenner de calidad excelente.

La aparente ventaja del dispositivo Wenner, de requerir instrumentos menos sensibles que el Schlumberger, carece de importancia en los momentos actuales en que se dispone de instrumentos electrónicos de gran calidad.

Un grave inconveniente práctico del dispositivo Wenner es la necesidad de mover cuatro electrodos en vez de dos y a distancias mayores que en el Schlumberger. Ello exige más tiempo y mayor número de hombres que en este último, lo que implica menor productividad y mayor coste, y aumenta la probabilidad de equivocaciones en la maniobra.

En resumen, la mejor calidad de las curvas de campo, la mayor sencillez de las operaciones y sus ventajas económicas hacen preferible al dispositivo Schlumberger, sobre el Wenner, en la mayoría de los casos.

Lo anterior no quiere decir que en ciertas condiciones no resulte aconsejable el empleo del dispositivo Wenner. Cuando las distancias entre electrodos son muy pequeñas, como ocurre en las mediciones de resistividad en afloramiento y en investigaciones para Arqueología, debe recurrirse al Wenner. En tales circunstancias, la distancia *MN* tiene que ser, a veces, de pocos decímetros, y aun menos, por lo que puede influir mucho cualquier heterogeneidad local, por ejemplo la presencia de algunos guijarros en la proximidad de la superficie. En el dispositivo Wenner, este efecto resultará atenuado por la mayor distancia entre los electrodos.

La afirmación hecha por algunos autores de que las curvas Wenner no pueden interpretarse por el método del punto auxiliar o análogos, carece de fundamento.

Como se ha visto más arriba, en el dispositivo Schlumberger se producen "saltos de empalme", que han de ser corregidos a fin de conseguir

una curva continua. Esta corrección consiste simplemente en el desplazamiento vertical de los trozos correspondientes a diversos *MN* hasta que coincidan (fig. V-14). Surge la pregunta de qué trozo debe conservarse fijo. A juicio del autor, y de ZOHDY (1975) y VAN ZIJL (1980), este trozo debe ser el de mayor *MN*, porque al estar más distantes dichos electrodos la zona superficial situada entre ellos es más extensa y representativa, y porque el efecto de una heterogeneidad próxima a uno de los electrodos de potencial es tanto más pequeño cuanto más separados estén estos electrodos.

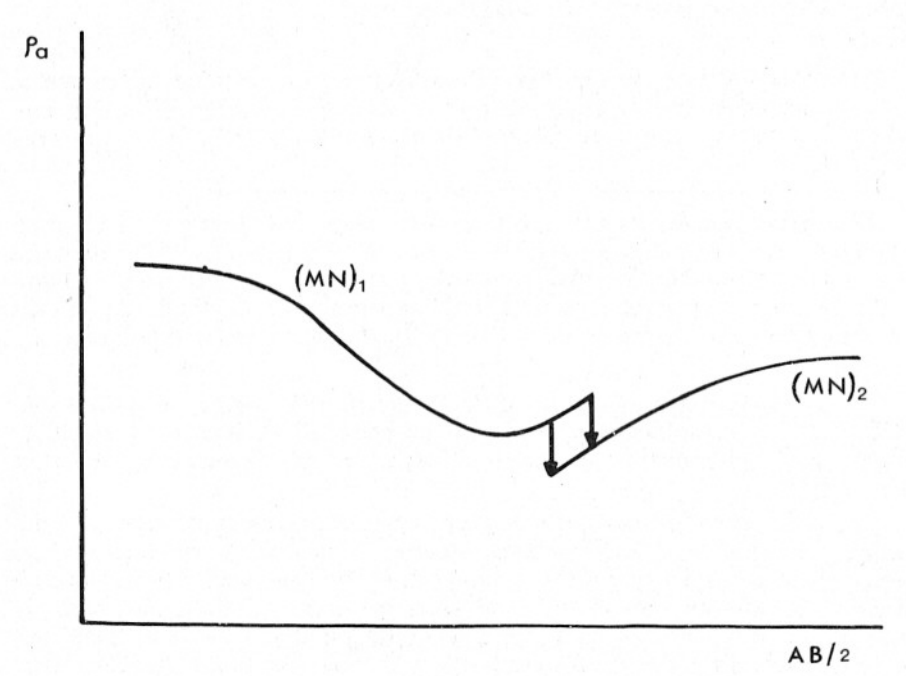


FIG. V-14a. Corrección de un salto de empalme.

Hay otro fenómeno que puede dar lugar a discrepancias entre los trozos de curva de diferente *MN*. Al efectuar un empalme, la distancia del electrodo *A* al *M* y la del *B* al *N* disminuyen, lo que representa la vuelta a un punto de la curva de campo más próximo al origen (pérdida de penetración) y por ello, los dos valores de resistividad aparente para la máxima distancia *AB* y diferente *MN* no coinciden. Este efecto es prácticamente despreciable cuando la relación *MN*/*AB* se mantiene menor que 0,2 y no se efectúa el empalme mientras sea posible realizar lecturas confiables.

La costumbre de algunos geofísicos de corregir los saltos de empalme mediante trazado de una curva que pasa gradualmente desde cada trozo al que le sigue, en vez de desplazar éstos, es incorrecta.

V.11 LA INTERPRETACION

V.11.1 Introducción

La finalidad de las campañas de SEV —y de la mayoría de los métodos geoeléctricos— es la determinación de la estructura del subsuelo en la zona estudiada. Para llegar a ello es necesario superar dos etapas: en la primera de ella se intenta obtener la distribución de la resistividad en el subsuelo, y en la segunda, se busca el significado geológico de tales resistividades, con lo que se pasa del corte geoeléctrico a un corte geológico. Ambas etapas no son de fácil ejecución; la primera se basa en leyes físico-matemáticas, mientras que la segunda depende fundamentalmente de correlaciones entre datos físicos y datos geológicos.

Las dificultades de la primera etapa tienen doble origen, por una parte por la complejidad de las relaciones matemáticas que intervienen, y por otra porque la solución de los problemas planteados nunca es única en la práctica.

Sobre estos dos puntos se han expresado a veces opiniones erróneas, que han alcanzado difusión en ciertas épocas y países.

La primera de estas falsas nociones era la de que las curvas de resistividad aparente, se interpretaban fácilmente por medio de sencillas reglas "de dedo". Esta idea, tan equivocada como atrayente, paralizó el desarrollo de los métodos geoeléctricos en los medios y naciones donde arraigó, y cosa curiosa, solía ir acompañada por el empleo del dispositivo Wenner. La falta de base científica de tales métodos, y lo erróneo de sus resultados han sido puestos de manifiesto en varias publicaciones, en especial MOONEY (1954) y ORELLANA (1961).

La realidad es que la distribución de la corriente eléctrica en medios heterogéneos, como el subsuelo, se rige por leyes matemáticas que no son sencillas ni elementales, como ha podido comprobar el lector en el capítulo IV de esta obra. Sería más cómodo, naturalmente, que no fuera así, y que la interpretación de los SEV y otros métodos geoeléctricos fuese fácil e inmediata, pero, por desgracia, no es esto lo que ocurre.

La otra idea errónea, no menos extendida en tiempos entre los prospectores, se refiere a la unicidad de la solución. En el apartado IV.6.2 se ha expuesto el hecho de que a cortes diferentes entre sí pueden corres-

ponder curvas de campo cuya discrepancia mutua es menor que el límite experimental de error. Dicho de otro modo, a cada curva de campo corresponde una *CDZ* que, por ser conocida con alguna imprecisión, corresponde a su vez a diferentes combinaciones de espesores y resistividades. Por lo tanto, no tiene sentido hablar de "la interpretación" de determinada curva de campo. Todo lo más que puede decirse es que la curva en cuestión es compatible con tal o cual corte geoeléctrico, pero nunca que éste se deduzca necesariamente de la primera.

Se deduce de lo dicho que la interpretación de los SEV (y en general de todos los métodos de prospección geofísica) no puede reducirse nunca a labor puramente mecánica, realizable por aplicación automática de ciertas recetas o fórmulas matemáticas, sino que requiere la aportación de un ser inteligente. Síguese de aquí, que la labor interpretativa no puede confiarse a un ordenador electrónico, ya que la inteligencia de éstos no es superior a la de las barrenas de acero usadas como electrodos. A este respecto conviene citar la opinión de un geofísico americano, Allan Spector, expresada en un trabajo sobre prospección aeromagnética presentada en la reunión de Edimburgo (mayo 1970) de la EAEG: "La interpretación geofísica no puede nunca automatizarse o mecanizarse. Las técnicas matemáticas de cálculo electrónico son sólo herramientas, que cuando son hábilmente empleadas por el geofísico —conocedor de las aplicaciones y limitaciones de estas técnicas— llevan a la utilización óptima de los datos." Dos geofísicos franceses, KUNETZ y ROCROI (1970), en un trabajo sobre la aplicación de ordenadores a la interpretación de SEV dicen textualmente: "Por lo tanto, nos hemos guardado muy bien de querer invadir con nuestras máquinas, el dominio reservado a la interpretación propiamente dicha." * Estos autores, en el mismo párrafo, aluden a la opinión de uno de sus compatriotas ** de que la *interpretación geofísica no es una ciencia, sino un arte,* a lo que habría que añadir que este arte no puede cultivarse sin un sólido conocimiento de ciertos fenómenos físicos y de las leyes matemáticas a que obedecen.

V.11.2 Catálogos de curvas patrón

El futuro interpretador debe comenzar por familiarizarse con la morfología de las curvas de SEV y la relación que guardan sus rasgos con los cortes geoeléctricos que representan. Entre estos rasgos figuran sus asíntotas, máximos, mínimos y puntos de inflexión.

* JOHANSEN (1975, pág. 690) expresa un pensamiento análogo.

** El profesor Cagniard.

Tanto para el conocimiento de la morfología de las curvas de SEV como para referencia, es muy útil disponer de una colección de curvas calculadas mediante ordenador para un conjunto de cortes geoeléctricos bien elegido. Naturalmente que cada uno puede construirse su propia colección, pero es más cómodo adquirir alguna de las publicadas.

Las principales colecciones de curvas teóricas de SEV (también denominadas *curvas maestras* y *curvas patrón*) para cortes estratificados publicadas hasta la fecha son las enumeradas seguidamente. No se incluyen las colecciones cuyo uso está limitado en exclusiva a una compañía u organismo. Para abreviar, se dirá *curvas de tres capas* para referirse a una curva teórica correspondiente a un corte geoeléctrico de tres capas, y lo análogo para otros números de capas.

A) *Dispositivo de Schlumberger.*

a) La colección calculada en 1933-36 por la Cie. General de Geophysique, que contiene 480 curvas de tres capas, no publicada hasta 1955 por la EAEG (segunda edición, 1963) y agotada en la actualidad. Los valores de las resistividades corresponden a décimas enteras de los coeficientes *K*. Esta circunstancia, motivada aparentemente por las dificultades del cálculo (no existían entonces ordenadores electrónicos) hace que los contrastes de resistividad resulten números poco sencillos, como 7/13 ó 19.

b) La colección G.P. editada en 1941 por el Instituto (soviético) de Investigación de la Industria del Petróleo, comprende 720 curvas de tres capas divididas en 72 familias, y parece basarse, al menos en parte, en una colección francesa inédita. La selección de casos se apoyaba, más que en la utilidad práctica, en la facilidad de cálculo. Por ello los contrastes de resistividad vienen representados por números algo extraños como 5, 43, ó 242, aparte de los indicados más arriba. El índice de esta colección puede consultarse en la obra de KALENOV (1957).

c) La colección de A. M. Pylaev, publicada por el organismo soviético VSGI. Se caracteriza por la colocación especial de las curvas de cada familia en las láminas y la inclusión en éstas de líneas auxiliares para la determinación de los parámetros de DZ de las capas interpretadas. El manejo de esta colección se expone en la obra de YAKUBOSKY y LIAKHOV (1964). Los valores de espesores y resistividades son los mismos que en la colección francesa, a juzgar por los ejemplos incluidos en la obra citada.

d) Las tres colecciones editadas en 1963 por el organismo soviético VNII Geofizika. La primera de ellas parece ser una reimpresión de la colección *a*). La segunda se refiere a cortes de cuatro capas, con 122 familias de curvas. La colección restante corresponde a cortes con contactos inclinados, verticales, o verticales y horizontales, y contiene curvas

tanto para SEV como para sondeos dipolares. Parte de estas curvas han sido reproducidas en la traducción inglesa de AL'PIN *et al* (1966). Desgraciadamente, no se ha conservado el módulo logarítmico original de 62,5 mm usada universalmente, sino que los gráficos han sido reducidos, según se dice en el texto, al módulo de 1 7/8 de pulgada, aunque por la inestabilidad del papel resulta algo mayor (unos 49 mm), al menos en el ejemplar utilizado por el autor.

e) La colección de ORELLANA y MOONEY (1966) que contiene 25 curvas de dos capas, 912 de tres y 480 de cuatro, agrupadas respectivamente en una, 76 y 30 familias. Se incluyen ábacos auxiliares e instrucciones de empleo detalladas. Esta colección es la única para el dispositivo Schlumberger que contiene tablas de los valores numéricos utilizados para el trazado de las curvas. Los valores de resistividad de las capas son números sencillos; los cortes geoeléctricos correspondientes no resultan de la aplicación mecánica de ninguna fórmula, sino que se han elegido libremente los casos que, según la experiencia de los autores, son más frecuentes y útiles en la práctica, lo que aumenta la eficacia de la colección dentro de un número de curvas relativamente reducido.

f) La colección holandesa del Rijwaterstaat, preparada por Van Dam y Meulempkamp, y editada por la EAEG (1969) que comprende exclusivamente curvas de tres capas, en número de 2268. Los valores de las resistividades son números sencillos, elegidos de modo que los cortes representados no coincidan con los incluidos en las colecciones *a*) y *e*) de modo que las tres resulten complementarias entre sí. No obstante hay excepciones, pues algunas curvas corresponden a casos incluidos en la colección de Orellana y Mooney, lo que sirve de satisfactoria comprobación. No contiene curvas de dos capas, ábacos auxiliares ni instrucciones.

g) Un juego de 72 curvas de cinco capas (FLATHE, 1963) referente a un problema especial de hidrogeología. Aunque poco numerosa, esta colección es muy interesante.

Todas las curvas de las colecciones enumeradas están presentadas en escala logarítmica de 62,5 (=250/4) mm de módulo, usada en todos los países para el dispositivo Schlumberger.

B) *Dispositivo de Wenner.*

a) La colección de MOONEY y WETZEL (1956) que comprende 2300 curvas de tres y cuatro capas, para contrastes de resistividad de 3, 10, 100 y sus inversos. Contiene tablas de potenciales e instrucciones detalladas de manejo. El módulo logarítmico de las curvas es de 5 pulgadas.

b) La colección de ORELLANA y MOONEY, cuyas tablas de resistividades aparentes están calculadas simultáneamente para los dispostivos

Schlumberger y Wenner. La publicación inicial sólo incluía las curvas Schlumberger, pero acaban de aparecer las Wenner, dibujadas en escala logarítmica de $3^1/3$ de pulgada. La elección de este valor no métrico se debe a que este dispositivo se usa preferentemente en países que utilizan las unidades inglesas.

V.11.3 INTERPRETACION CUALITATIVA

V.11.3.1 Definición

La interpretación cualitativa tiene por objeto conseguir una primera idea o aproximación a la estructura del subsuelo estudiado. En ella no se determinan espesores ni resistividades en valor absoluto, sino relaciones de desigualdad, tales como zonas de profundidad máxima o mínima de algún horizonte guía, delimitación de áreas de diferentes condiciones geológicas, etc.

La interpretación cualitativa se efectúa por medio del trazado de mapas y cortes que representan la distribución en el espacio de alguna características o parámetro de las curvas de SEV obtenidas en la campaña en cuestión.

En muchos casos es conveniente desarrollar la interpretación cualitativa al mismo tiempo que el trabajo de campo, lo que permite, en caso necesario, y a la vista de los resultados obtenidos, modificar el programa inicial.

A continuación, se exponen los procedimientos más interesantes de interpretación cualitativa.

V.11.3.2 Mapas de tipos de curvas

Se comienza por clasificar las curvas de SEV atendiendo, no sólo al número de capas y tipo (*H, K, KH,* etc.), sino también a la posición de sus extremos, valores absolutos de la resistividad aparente, etc. Luego se escribe al lado del centro de cada SEV, en el mapa de situación de éstos, un símbolo representativo del grupo que le corresponde en la clasificación, y se delimitan las zonas de SEV de características semejantes, las cuales serán zonas de condiciones geológicas aproximadamente homogéneas.

Así, por ejemplo, una zona cuyas curvas comienzan por un tipo *K* puede indicar la presencia de un grueso recubrimiento aluvial, otra zona donde las curvas ascienden rápidamente hacia resistividades elevadas

puede corresponder a la presencia de calizas a poca profundidad, etcétera. La existencia de una falla o discontinuidad tectónica se manifestará por una línea a cuyos lados las curvas de SEV serán de tipos o características diferentes. En el establecimiento del significado de los distintos tipos de curvas ha de tenerse muy en cuenta, como es natural, la información geológica disponible sobre la región investigada.

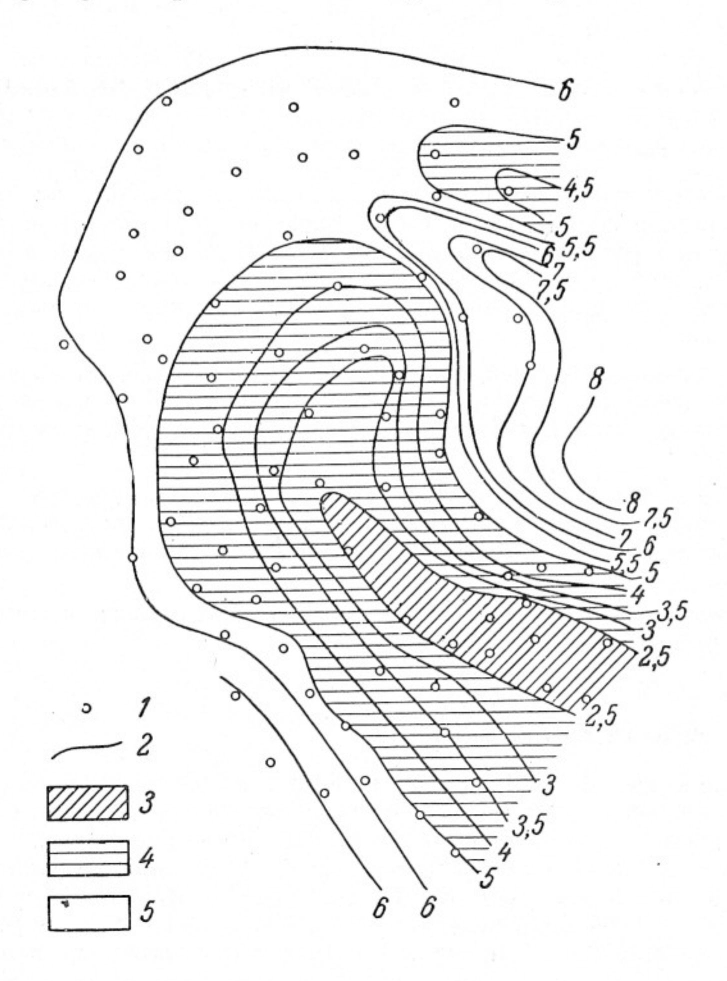


FIG. V-15. Ejemplo de mapas de líneas de igual S tomado de Yakuboskiy-Liakhov. La zona de menor S corresponde a un levantamiento del sustrato resistivo, de edad devónica. 1. Centro de SEV; 2. Línea de S constante; 3. Zona con $S < 2,5$; 4. Zona con $2,5 < S < 5$; 5. Zona con $S > 5$.

V.11.3.3 Mapas de la conductancia longitudinal S

Muchas veces, la finalidad de las campañas de SEV es el estudio de la marcha subterránea de un sustrato resistivo que, en las investigaciones petroleras, suele ser el zócalo cristalino, y en las hidrológicas, bien una formación permeable en conjunto (caliza, basalto, etc.), bien impermeable (granito).

Si el conjunto de capas comprendidas entre la superficie y el sustrato, es lateralmente homogéneo, o conserva la misma resistividad longitudinal media ρ_l, su conductancia longitudinal S es proporcional a la profundidad Z del techo del sustrato, ya que según la ecuación (IV,40) es $Z = S \cdot \rho_l$. El parámetro S puede utilizarse, por consiguiente, como índice de la profundidad del sustrato, si bien muchas veces no existirá proporcionalidad entre ambas magnitudes, por no ser constante ρ_l. Aun así, un mapa de valores iguales de S permite discernir las zonas donde la profundidad del sustrato es máxima o mínima, la presencia de fallas o cambios laterales de facies, que corresponderán a zonas estrechas de cambio rápido de S, etc.

La ventaja del parámetro S es que su valor puede determinarse de modo sencillo, que no requiere el conocimiento previo de las resistividades y no está afectado por ambigüedades debidas a efectos de equivalencia. Cuando Kalenov escribió su importante trabajo sobre curvas de SEV, el valor de S sólo podía determinarse cuando la resistividad del sustrato era prácticamente infinita comparada con las de las capas suprayacentes, caso en el que la rama derecha de la curva tiene una asíntota rectilínea con 45° de inclinación. Cuando no ocurría así, Kalenov utilizaba el ángulo α de la rama ascendente de la curva, a modo de sucedáneo de S, pero este ángulo es una magnitud de significado teórico poco claro y sus resultados prácticos, dudosos.

Afortunadamente, la restricción $\rho_n = \infty$ ha sido eliminada por el autor (ORELLANA, 1966) con lo que el caso de resistividad infinita del sustrato ha perdido toda la importancia que le daba Kalenov. El método dado a conocer en la citada publicación (y también en ORELLANA y MOONEY, 1966) es gráfico y muy sencillo, de solución única, y sólo exige que la rama derecha de la curva de SEV sea ascendente. El módo de proceder es el siguiente:

La curva de SEV, dibujada en papel transparente en escala logarítmica del mismo módulo que la colección de curvas patrón, se superpone a la lámina de esta correspondiente a las curvas de dos capas y se desplaza sobre éste, conservando paralelos los ejes, hasta que la rama as-

cendente de la curva de campo coincida con alguna de las curvas patrón de $\rho_2 > \rho_1$. Entonces se calca en el papel transparente la asíntota rectilínea de la curva patrón de $\rho_2 = \infty$ y se prolonga hasta cortar la línea horizontal $\rho_a = 1$ del papel transparente. La abcisa de la intersección da el valor de S. En vez de la línea horizontal indicada puede tomarse otra cualquiera (preferiblemente $\rho_a = 10$, $\rho_a = 100$, etc.), y dividir la abcisa de la intersección por la ordenada ρ_a de la línea horizontal utilizada. Si en el gráfico de campo las distancias $AB/2$ vienen expresadas en metros y las resistividades en ohmios-metro, el valor obtenido para S corresponde a mhos. Este método sólo resulta algo impreciso cuando la rama ascendente de la curva de campo es corta o cuando su pendiente es pequeña.

El procedimiento descrito se justifica porque el comportamiento asintótico de la rama ascendente sólo depende del valor de S (apartado IV,9) el cual será por tanto el mismo para la curva de campo que coincide con ella, y la de ésta a su vez, igual a la de la curva de $\rho_2 = \infty$ del ábaco de dos capas, ya que todas las curvas de éste poseen igual S.

La figura V-16 representa un ejemplo de la determinación gráfica de S, y la V-15 un mapa de líneas de igual S.

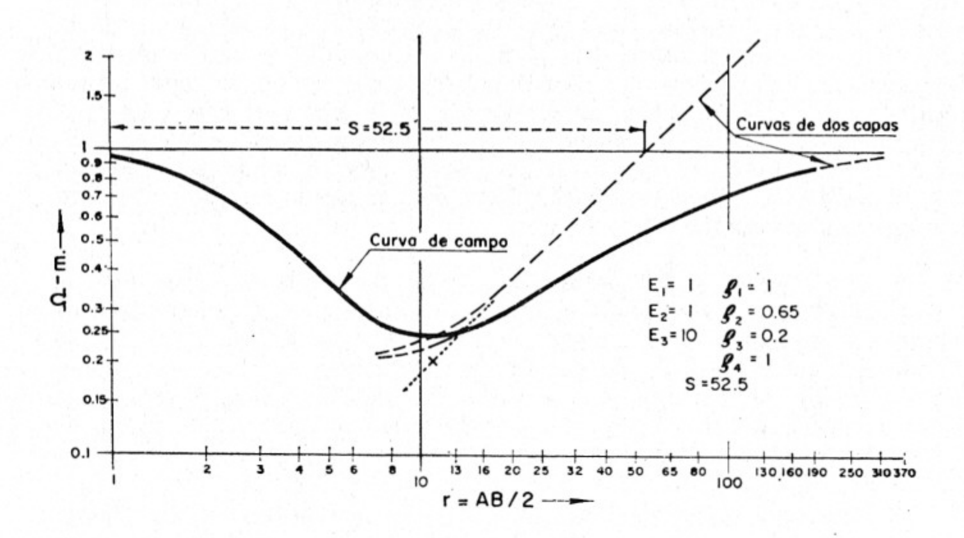


Fig. V-16. Determinación gráfica del valor de S, en una curva de SEV de final ascendente, por el método del autor.

V.11.3.4 Mapas de la resistencia transversal T

Cuando existe un sustrato conductor puede determinarse para cada SEV la resistencia transversal T desde la superficie del terreno hasta dicho sustrato. Los valores de T pueden representarse en un mapa análogo al ya descrito de la S. El método para la determinación de T ha sido dado a conocer recientemente (SEARA, 1980). De la curva de campo se deduce la función característica de su corte, por medio del filtro de Ghosh u otro análogo (apartado IV.5.5). Sustituyendo cada valor de la función característica por su recíproco se obtiene la f.c. del corte recíproco correspondiente (apartado IV.10 *c*) que tendrá por la derecha una asíntota oblicua, la cual determinará un valor de S, igual a la T del corte originario.

V.11.3.5 Mapas de resistividad aparente

Estos mapas, llamados *cartas de resistividad* por los geofísicos franceses, y *mapas* de línea iso-óhmicas por los soviéticos, se obtienen uniendo entre sí los puntos que dan igual resistividad aparente para un valor determinado, fijo para cada mapa, de la distancia AB.

Como es obvio, para trazar un mapa de esta clase, se anota en el plano, junto a cada SEV, el valor de la resistividad aparente que le corresponde, y con esta base se trazan las líneas iso-resistivas o iso-óhmicas, para valores redondos de la resistividad, del mismo modo que se hace para las curvas de nivel topográficas.

Es costumbre que los intervalos entre estas líneas sean uniformes, por ejemplo, cada 10 ó 20 ohmios-metro. Sin embargo, hay que tener en cuenta que lo que importa no son las diferencias entre resistividades, sino los contrastes o relaciones entre éstas. El paso de 10 a 20 ohmios-metro, por ejemplo, puede ser interesante y significativo, mientras que la diferencia entre 1000 y 1010 ohmios-metro carece por completo de significación, puesto que siendo igual al uno por ciento es inferior al error de las mediciones. Por esta razón, deben preferirse intervalos en progresión geométrica, siguiendo las recomendaciones y práctica de los geofísicos soviéticos. Una serie muy conveniente para los valores de las isolíneas es la siguiente: 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000, etc., que si bien no guarda una razón fija, tiene la ventaja de estar constituida por valores sencillos y redondos. * Eventualmente puede intercalarse alguna línea de valor intermedio.

---

* Esta recomendación es igualmente aplicable a los mapas magnéticos, gravimétricos, etc.

Una vez trazado el mapa, puede procederse a su interpretación, en la que debe tenerse en cuenta por una parte, que los resultados que se obtienen son puramente cualitativos, y por otra, que las resistividades expresadas por las isolíneas no corresponden a ninguna profundidad determinada, sino a cierta distancia *AB* entre electrodos. Para elegir el valor más adecuado de esta distancia, debe buscarse en las curvas de campo aquél en que sea más intensa la influencia de la capa que interesa. También pueden trazarse varios mapas, cada uno para un valor de *AB* distinto, al menos doble que el anterior.

Cuando lo que se estudia es la marcha de un sustrato resistivo, las zonas de mayor resistividad aparente serán las de menor profundidad de aquél, siempre que las resistividades correspondan a un valor de *AB* suficientemente grande para no estar influido por los cambios en las capas superficiales, pero no tanto que sólo refleje la resistividad del sustrato.

Los mapas de líneas iso-resistivas son también muy útiles para determinar el límite de la zona litoral de infiltración marina, delimitación de zonas carstificadas, etc.

La figura V-28 representa un ejemplo de mapa de resistividades.

Debe advertirse que, ante los progresos de la interpretación cuantitativa, los mapas de resistividad aparente se usan cada vez menos.

V.11.3.6 Representación en cortes

Los datos y magnitudes cuya representación en mapas se acaba de describir, pueden también representarse en cortes que expresan su variación a lo largo de un perfil determinado.

Cuando la magnitud representada es la *S*, es conveniente llevar sus valores sobre un eje de ordenadas dirigido hacia abajo; de este modo la curva de variación de *S* en función de la distancia sobre el perfil presentará una marcha toscamente paralela a la del sustrato resistivo, pues los valores mayores de *S* corresponderán a mínimos en la curva.

Los cortes de resistividad aparente se construyen trazando curvas de los valores *AB*/2 que corresponden a un sólo valor de ρ_a, utilizando como en el caso anterior, un eje de ordenadas dirigido hacia abajo. Estos cortes han de interpretarse con cuidado, porque un aumento del valor *AB*/2 para una misma resistividad aparente, puede deberse tanto a un incremento en la profundidad, como a una disminución en la resistividad verdadera de las capas superiores.

V.12 INTERPRETACION CUANTITATIVA

V.12.1 Generalidades y clasificación de métodos

Aunque la interpretación cualitativa puede dar a veces resultados muy útiles, la verdaderamente importante es la cuantitativa.

Como ya se ha dicho, la finalidad de la interpretación cuantitativa es determinar la distribución espacial de las resistividades en el subsuelo, partiendo de los datos de resistividad aparente o de potencial observados en la superficie del terreno. Puede definirse también como la resolución del problema inverso al tratado en el capítulo IV.

No debe olvidarse que el problema de la interpretación de SEV es ambiguo (apartado IV.6.2). Por ello, el interpretador no puede contentarse con hallar una distribución vertical de resistividades que satisfaga la curva de campo que se trata de interpretar, sino que debe buscar entre las soluciones válidas aquella que armonice más con los SEV contiguos y con los datos geológicos disponibles. Por lo tanto, la interpretación cuantitativa requiere el empleo de juicios y criterios personales y no puede confiarse por completo a procesos automáticos.

Son muchos los métodos de interpretación cuantitativa que se han producido a lo largo del tiempo, los cuales pueden clasificarse atendiendo a diversos criterios. Uno de ellos podría ser la diferenciación entre métodos gráficos, numéricos y mixtos. Otro criterio, muy importante tanto desde el punto de vista teórico como desde el práctico, separa los métodos según que éstos obtengan o no una solución básica (*CDZ*) de la que puedan deducirse todas las demás.

Los métodos de la primera época, por lo general de bases muy discutibles, se considerarán en párrafo aparte. En la actualidad se investiga mucho en la interpretación numérica automática por medio de ordenador, por lo que cabe esperar la aparición de nuevos métodos y la modificación y perfeccionamiento de los métodos de este tipo que ya existen.

V.12.2 Métodos gráficos de interpretación

V.12.2.1 Métodos interpretativos de la primera época

En los primeros tiempos del método SEV, a partir de los trabajos de Gish y Rooney (1925) se creía que las curvas de SEV podían interpretarse por medio de reglas sencillísimas, basadas en el erróneo principio de que la resistividad aparente medida para cada distancia *AB* sólo estaba influida por la resistividad verdadera existente a una sola profundidad,

ligada por una relación muy simple con dicha distancia. En particular, se tenía por demostrado que en el dispositivo Wenner "la penetración es igual a la separación entre electrodos" por lo que en la curva de SEV la escala de distancia entre electrodos se tomaba como escala de profundidades. Según esto, el dispositivo Wenner daba directamente el gráfico de testificación eléctrico, sin necesidad de efectuar perforación.

El principio citado servía de base a otras técnicas, tales como la de sumar las resistividades de las diversas estaciones, la de utilizar como base para la interpretación los puntos de inflexión de las curvas, o la que determinaba la profundidad de los contactos suponiéndola igual a las separaciones electródicas en las que se producían discontinuidades en las curvas. Con este último sistema sólo se utilizaban en la interpretación las lecturas erróneas o perturbadas por efectos laterales o superficiales. Los seguidores de esta escuela utilizaban invariablemente el dispositivo Wenner con corriente conmutada o alterna, representaban las curvas en escala lineal y llamaban a los sondeos eléctricos "depth probes".

No faltaron en los Estados Unidos, cuna de estas tendencias, excelentes teóricos que demostraron la falta de base de tales métodos, pero a pesar de ello, la "escuela Wenner" triunfó en muchos países, donde, como consecuencia, quedó estancado el progreso de la Prospección Geoeléctrica y pasaron inadvertidas las posibilidades de ésta. En la actualidad, tal escuela está en vías de desaparición. El autor lamenta tener que hacer estos desfavorables comentarios, pero se ve obligado a ello en beneficio del lector. Todavía en 1967 se publicó en *Geophysics* un artículo donde se exponía una nueva variante de los viejos métodos, el cual fue acertadamente comentado por Keller en la misma revista.

En este ambiente de falso empirismo resalta doblemente el método ideado por el norteamericano TAGG (1940), por su base científica irreprochable. Este método carece de interés en la actualidad, pues sólo es válido para cortes de dos capas, y sus resultados no son mejores que los obtenidos por superposición, pero merece ser citado por la razón antedicha. Digamos de paso que para su aplicación no se requieren gráficos especiales, ya que puede utilizarse la lámina de curvas de dos capas incluida en muchas colecciones. Los gráficos originales de Tagg son, en esencia, curvas de dos capas.

La crítica de los métodos interpretativos "empíricos" puede verse en las publicaciones citadas en el apartado V.11.

V.12.2.2 Métodos de superposición

Parece que los primeros que emplearon este método fueron los geofísicos franceses de la escuela Schlumberger, pero la prioridad correspon-

de al estado-unidense Irwin ROMAN (1931) autor de la primera publicación sobre el tema.

La idea básica de este método es la comparación de la curva de campo que se desea interpretar con las curvas teóricas de un catálogo, hasta encontrar una de estas que coincida con la primera. Una característica esencial del procedimiento es la representación de las curvas en escala logarítmica, con lo que se consigue una enorme reducción en el número de curvas teóricas necesarias. En efecto, dadas las propiedades de los gráficos logarítmicos, la multiplicación de todos los espesores o de todas las resistividades por una constante, no produce en la curva sino un desplazamiento sin cambio de forma ni de tamaño. Si la curva de campo fuese de dos capas, una vez dibujada en papel transparente se la coloca sobre la familia de curvas teóricas de dos capas, y se hace resbalar sobre ella, conservando el paralelismo de los ejes, hasta que la primera coincida con alguna de las teóricas. Este desplazamiento equivale a modificar E_1, ρ_1 y ρ_2. Los valores de E_1 y ρ_1 son las coordenadas respectivas del punto 1,1) del gráfico patrón en el papel transparente. Este punto recibe el nombre de *cruz*. La resistividad de la segunda capa se obtiene multiplicando el valor ρ_1 hallado por la relación ρ_2/ρ_1 de la curva patrón.

Este método es rigurosamente científico, y aunque su precisión es limitada por ser gráfico, las inexactitudes que resultan de ello son inferiores a las debidas a los errores experimentales. Por otra parte, se utiliza toda la curva, con lo que las perturbaciones debidas a efectos laterales o a que el subsuelo no cumple las condiciones teóricas de los medios estratificados son advertidas inmediatamente.

Cuando las curvas son de tres o más capas se procede del modo descrito más arriba; una vez determinados E_1 y ρ_1 se obtienen los demás parámetros multiplicando estos valores por las relaciones E_2/E_1, ρ_2/ρ_1, etcétera, de la curva patrón.

Detalles y ejemplos sobre la práctica de este método, así como el uso de las "marcas de resistividad" se encuentran en ORELLANA y MOONEY (1966).

Sin embargo el método de superposición adolece de grave inconveniente, y es que aunque el empleo de escalas logarítmicas reduce en dos el número de parámetros del corte, la cantidad de casos posibles es tan grande que es prácticamente imposible preparar y manejar una colección de curvas teóricas que los abarque todos. Para obviar este inconveniente, se han ideado los *métodos de reducción,* cuya modalidad más importante y única en uso es el *método del punto auxiliar.*

V.12.2.3 El método del punto auxiliar

El origen del método se remonta a HUMMEL (1929) quien demostró que en casos de tres capas con $\rho_3 = \infty$ las dos primeras capas podrían sustituirse por una sola cuyo espesor fuera la suma de los espesores de ambas y cuya conductancia longitudinal S fuese la suma de las conductancias de dichas capas, sin que la parte derecha de la curva se alterase apreciablemente. La citada sustitución equivale a suponer que ambas capas se comportan como si estuviesen conectadas en paralelo.

La experiencia demostró que esta reducción de las dos primeras capas a una sola era aceptable sólo para curvas de tres capas con $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$ a las que se llamó *H*, inicial del geofísico alemán aludido, pero fracasaba en los otros tipos de curvas de tres capas.

En 1943, el también alemán A. EBERT publicó un artículo donde daba cuenta de una generalización del método de Hummel. En ella se distinguían cuatro casos distintos que correspondían respectivamente a los tipos de corte *H, A, K* y *Q*. Para cada uno de ellos, la capa sustituyente de las dos primeras se obtenía por una fórmula o curva auxiliar distinta. Como la aplicación práctica del método consistía fundamentalmente en hallar un punto de coordenadas (E', ρ') que pudiera tomarse como "cruz" de una curva de dos capas que coincidiera con la rama derecha de la curva de campo, se llama a este procedimiento interpretativo "método del punto auxiliar".

El trabajo de Ebert era incompleto, pues no incluía ni la justificación teórica de las construcciones propuestas ni los valores numéricos de ciertos coeficientes necesarios para la construcción de las curvas auxiliares; era anticipo de un libro en colaboración con Mitoff, que no llegó a publicarse por causa de la guerra. Por otra parte, no está claro si la paternidad del método corresponde a Ebert, pues ZOHDY (1965) menciona trabajos anteriores sobre la misma cuestión, debidos a Marten y a Kalenov, que no pudo consultar. Los coeficientes aludidos fueron dados a conocer por SOROKIN (1953) y en forma más completa por KALENOV (1957).

En esta versión del método del punto auxiliar que llamaremos de Ebert-Kalenov, para el caso *H* se utiliza la regla de Hummel; para el *A*, puntos auxiliares que se encuentran en un arco de DZ, de tal modo que la capa que sustituye a las dos primeras tiene sus parámetros T y S iguales a las sumas de los valores respectivos de dichas capas. Para los casos *K* y *Q* la cuestión es menos clara. En el caso *Q* se utiliza el punto *H*, desplazado oblicuamente en una longitud determinada empíricamente. En el caso *K* se procede de modo análogo, desplazando horizontalmente el punto correspondiente al caso *A*, una longitud que depende de la pseudoanisotropía de las dos primeras capas, consideradas conjuntamente.

Varios autores han propuesto otras posiciones para los puntos auxiliares. Así, Pylaev utiliza un punto *K* diferente del de Kalenov; CAGNIARD (1952) propugna curvas auxiliares de origen abiertamente empírico y Ono defiende otros puntos auxiliares que difieren de los anteriores. Parece ser que el geofísico polaco Kostitzin, colaborador de los Schlumberger, halló una fórmula para el caso *K*, la cual, según parece, permanece inédita (ZOHDY, 1965). Algo parecido ocurre con las soluciones halladas por Maillet, mencionadas muy incompletamente por KUNETZ (1966) quien las refiere a otro trabajo inédito.

Como puede verse, la situación distaba mucho de ser satisfactoria. No obstante, el autor pudo demostrar (ORELLANA, 1966), que la mayoría de los puntos auxiliares propuestos para dos casos *H* y *A* eran válidos, puesto que por razón de la propiedad asintótica expuesta en el apartado IV.9 d, en tales casos pueden sustituirse las dos primeras capas por una sola, con la única condición de que su conductancia *S* cumpla la condición $S = S_1 + S_2$ siendo estas últimas los valores respectivos para las dos capas sustituidas. Los puntos auxiliares propuestos se encuentran siempre en la línea *S*, es decir, en la recta de pendiente unidad que pasa por el punto de abscisa *S* del eje $\rho_a = 1$. Ello permite simplificar la construcción gráfica, suprimiendo el uso de curvas auxiliares para los tipos *H* y *A*.

Para los tipos *K* y *Q* no se ha encontrado justificación a los puntos auxiliares propuestos. No obstante, la práctica demuestra que los mejores resultados se obtienen mediante las curvas auxiliares de Kalenov. Estas curvas, así como instrucciones detalladas para su manejo se encuentran en ORELLANA y MOONEY (1966) por lo que no se describirán aquí. Más información sobre la historia del método y sus diferentes versiones se encuentra en ZOHDY (1965) y ORELLANA (1966). El autor recomienda el uso de las curvas auxiliares de Kalenov para las curvas o partes de curvas de los tipos *Q* y *K*, mientras que para los casos *H* y *A* debe preferirse la construcción gráfica aludida más arriba y que se expone en el apartado siguiente. De este modo, el ajuste de las curvas se hace sólo con las curvas patrón y dos diagramas auxiliares.

Más abajo se indica un procedimiento ideado por Seara para la extensión a otros casos del referido método del autor.

El método del punto auxiliar es el de más amplio uso en la actualidad para el ajuste de curvas de SEV. Es rápido y en general suficientemente exacto, excepto cuando el corte se compone de más de seis o siete capas, o existen en él capas delgadas. Por ejemplo, las curvas de cinco capas publicadas por FLATHE (1963) son de difícil interpretación por este método. En todo caso, dada su rapidez y los excelentes resultados que suele dar cuando es aplicado por interpretadores expertos, el autor no cree que este medio caiga en desuso, pues en el peor de los casos, siempre podrá

utilizarse para obtener una primera solución, mejorable por procedimientos más refinados.

Es conveniente que el papel transparente donde se dibuja la curva de campo no contenga una red logarítmica completa, sino tan sólo las correspondientes a órdenes decimales enteros, con lo que se consigue mucho mejor visibilidad de las curvas patrón colocadas debajo. Las coordenadas de las cruces y marcas de resistividad se leen superponiendo el papel transparente a una hoja de papel logarítmico del mismo módulo. Ello tiene además la ventaja de que el par de hojas de papel puede utilizarse como regla de cálculo, lo que permite determinar gráficamente todos los espesores, eliminando el cálculo numérico.

V.12.2.4 Construcción del autor para curvas de los tipos H y A

Aunque para la técnica de aplicación del método del punto auxiliar hemos remitido al lector a otra publicación donde encontrará todos los elementos necesarios, el autor cree conveniente insertar aquí una breve explicación sobre el ajuste de curvas de los tipos *H* o *A* sin diagrama auxiliar, por ser menos conocido este método.

Una vez determinada la posición de la "cruz" E_1, ρ_1 por superposición de la curva de campo sobre la familia de curvas de tres capas más aproximada, y decidido el valor que va a tomarse para ρ_2, se traza en el papel transparente que contiene la curva de campo una línea recta horizontal de ordenada ρ_2 (fig. V-17). En cuanto al valor de ρ_2, si bien la curva de tres capas da una solución aproximada para él, es muy probable que exista equivalencia, por lo que a veces se tomará un valor diferente, sugerido por la interpretación geológica de los resultados de los SEV contiguos.

Luego se superpone el papel transparente sobre una familia de curvas patrón de dos o tres capas, de comienzo ascendente, y cuya forma sea parecida a la parte derecha de la curva de campo, al menos en la parte que corresponde a las dos capas siguientes a la que produce el mínimo. La superposición debe hacerse de modo que la línea horizontal caiga sobre la cruz de las curvas patrón, y que los dos sistemas de ejes queden paralelos. Se desplaza la curva de campo, manteniendo el paralelismo de los ejes, hasta que coincida con alguna de las curvas patrón, o quede en posición intermedia entre dos de éstas; se calca en el papel transparente la posición de la cruz de las curvas patrón. Llamaremos a ésta "segunda cruz".

Se coloca a continuación el papel transparente sobre una hoja de papel logarítmico del mismo módulo, de modo que la primera cruz coincida con el origen (punto de coordenadas 1,1) del papel logarítmico. Se leen

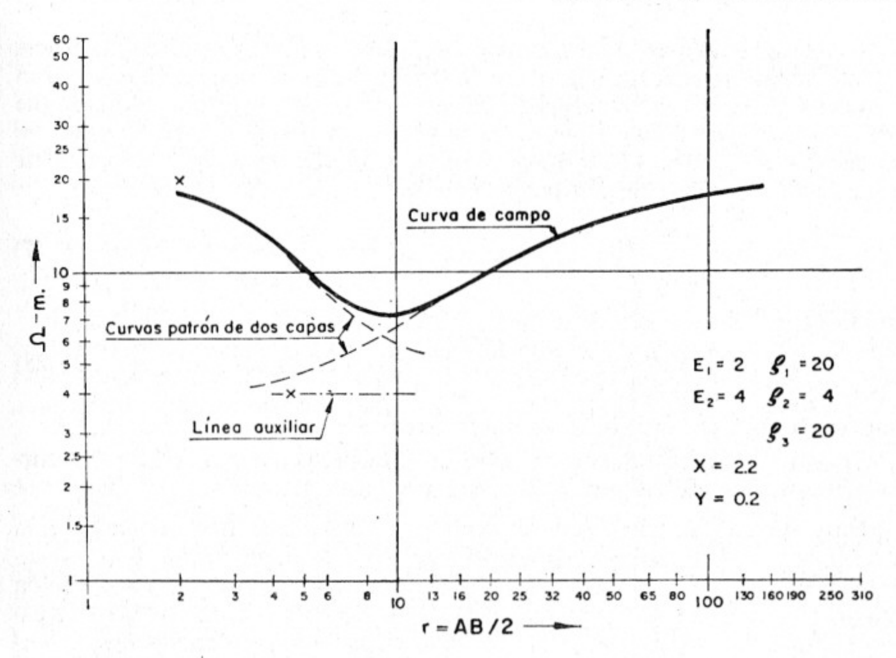


FIG. V-17. Ajuste de curvas de tipo ascendente por el método del autor.

luego en éste las coordenadas *X* e *Y* de la segunda cruz, las cuales pueden ser mayores o menores que la unidad.

Entonces $E_2 = (X - Y)\ E_1$. Este cálculo puede hacerse gráficamente. Con la hoja transparente aún superpuesta al papel logarítmico, se hace mentalmente la resta y se traza en el gráfico transparente un punto cuya abcisa sea el resultado de dicha resta. La abcisa de este punto en la escala del papel transparente es igual a E_2. Cuando las dos cruces están muy separadas (en el tipo *H*), la resta es innecesaria por la pequeñez relativa de *Y*.

Este método, mucho más rápido de aplicar que de explicar, evita, como hemos dicho, el empleo de los diagramas auxiliares *H* y *A*, así como la necesidad de interpolar entre las curvas de éste, con el consiguiente aumento de exactitud.

Si se desea conocer el espesor correspondiente a otro valor ρ_2' basta hallar la intersección de la línea horizontal de ordenada ρ_2' con la línea oblicua de pendiente unidad que pasa por la cruz hallada. Dicha intersección es la nueva cruz.

La justificación del procedimiento es como sigue: Por la coincidencia de las ramas derechas de la curva patrón y la de campo, ambas tendrán la misma S, a la que corresponderá una línea de pendiente unidad que corta al eje $\rho_a = 1$ en el punto cuya abcisa es precisamente S, línea en la que se encuentra la segunda cruz. Por lo tanto, las coordenadas de ésta, tomando como origen la primera serán

$$X = \frac{S}{E_1}\rho_2 \quad ; \quad Y = \frac{\rho_2}{\rho_1} \tag{V,27}$$

y por lo tanto,

$$E_2 = S_2\,\rho_2 = (S - S_1)\,\rho_2 = \left(\frac{S\rho_1}{E_1} - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)E_1 = (X - Y)\,E_1 \tag{V,28}$$

que es la fórmula utilizada en la construcción gráfica.

Zohdy (1968) ha ideado un método interpretativo, también para curvas H o A, que utiliza una sola curva auxiliar.

Muy recientemente, Seara y Conaway (1980) han dado a conocer la posibilidad de interpretar curvas de tipo K o Q como si fuesen, respectivamente, del tipo H o A. Para ello se calcula, mediante convolución con un filtro adecuado (apartado IV.5.5) la función característica correspondiente a la curva problema; se determina el recíproco de dicha función y la curva de campo que le corresponde. Esta será de tipo diferente al inicial (H en vez de K, y A en vez de Q) por lo que puede interpretarse por el método del autor, obteniendo profundidades verdaderas, mientras que las resistividades obtenidas serán las recíprocas de las auténticas. Análogamente, un corte KQ se transforma en otro HA, también interpretable por el mismo método. Como se ve, el procedimiento de Seara constituye una aplicación del concepto de corte recíproco (Orellana, 1965) definido en IV.4).

V.12.2.5 Juicio sobre el método del punto auxiliar

El método del punto auxiliar tiene la ventaja de ser de aplicación sencilla y rápida. Por otra parte, de acuerdo con la ambigüedad del problema inverso, permite la obtención de diversas soluciones válidas de una misma curva de campo, las cuales no se corresponden entre sí con la equivalencia de Maillet, sino con la más exacta de Zohdy. Así, en la interpretación de un corte con una sección K, si se desea obtener una segunda solución con mayor resistividad en la capa resistiva, no sólo disminuye el espesor de ésta, sino que aumenta el de la capa anterior, de acuerdo con lo que indica la figura IV-17. Esta ventaja no ha sido señalada hasta ahora en la literatura, que yo sepa.

Sin embargo, el método del punto auxiliar no es el ideal, pues adolece de dos limitaciones intrínsecas que le impiden extraer toda la información contenida en la curva de campo. Estas limitaciones son la dificultad de obtener cortes de más de 6 ó 7 capas, y la imposibilidad de interpretar capas delgadas, que a veces el geofísico experimentado ve en las curvas de campo, pero no puede ajustar por este método.

V.12.2.6 El método «francés»

Denomino así este método por haber sido muy usado por alguna compañía francesa y por geofísicos de la misma nacionalidad. No ha sido objeto, que el autor sepa, de ninguna publicación. Por esta causa, lo que aquí se dice puede no ser completo.

Supóngase un corte del tipo *HKHKH*... o bien *KHKHK*... Las curvas de campo correspondientes estarán formadas por una sucesión de crestas y valles, de las que cada una de las primeras pertenece a una capa más resistiva que las adyacentes, y cada una de las segundas al caso inverso. Entonces por superposición sobre una curva patrón adecuada se determina la T de cada una de las capas resistivas, productoras de máximos, y de modo análogo, la S de cada una de las capas conductoras, originadoras de valles. Parece que para esta operación no basta una colección de curvas patrón de tres capas y han de utilizarse de cuatro.

Una vez así determinados los referidos valores de T o de S, se atribuye a cada capa una resistividad, apoyándose en la geología de la zona ("hipótesis geológica"), lo que permite el cálculo del espesor correspondiente mediante las ecuaciones (IV.38) y (IV.40). De este modo se tienen los espesores y resistividades de las capas.

Naturalmente, este método, muy usado en tiempos, es aproximado y no exento de inconvenientes:

a) Las capas quedan definidas de modo incompleto, pues sólo se determina uno de sus dos parámetros de *DZ*.

b) No están claramente establecidos los límites de variación permitidos a cada capa.

c) El procedimiento no funciona adecuadamente cuando en el corte existen secciones de tipo *A* o *Q*, ni permite intercalarlas como solución alternativa, al contrario de lo que ocurre en el método del punto auxiliar.

La virtud principal del método reseñado es que obliga al interpretador a darse cuenta de la ambigüedad de la solución.

V.13 METODOS NUMERICOS DE INTERPRETACION

V.13.1 Características generales

El rápido perfeccionamiento y gran difusión de las máquinas de cálculo, desde los grandes ordenadores hasta los calculadores programables de bolsillo, ha llevado a la invención de nuevos métodos de trabajo, que han causado una revolución en el proceso interpretativo de los SEV.

He llamado numéricos a estos nuevos métodos, porque en todos ellos hay al menos una fase de cálculo automático, pero muchos tienen también una parte gráfica. Aunque se hallan en pleno desarrollo y en cualquier momento puede surgir un procedimiento nuevo, parece necesario establecer una clasificación.

Un criterio importante para ello es el dominio en que se efectúan las operaciones o la comparación entre los datos observados y los resultados de los datos calculados. En los métodos ya descritos se trabaja sobre la curva de campo, por lo que puede decirse que trabajan en el dominio de las resistividades aparentes. Otros métodos comienzan por la transformación de la curva de campo en la función característica y sobre ella se efectúa la interpretación. Se trata, pues, de interpretación en el dominio de la función característica. Una tercera posibilidad, que es la preferible a juicio del autor, es la interpretación en el dominio de Dar Zarrouk.

Por otra parte, los métodos interpretativos numéricos pueden clasificarse en dos grupos: al primero pertenecen aquellos que llegan a un corte geoeléctrico solución desde la curva de campo sin volver atrás para recalcular ésta. Son los *métodos directos*. En el segundo grupo se incluyen los métodos de tanteo o aproximaciones sucesivas. En ellos se parte de una solución aproximada cuya curva de campo se calcula; las diferencias entre ésta y la inicial se van reduciendo sucesivamente por medio de retoques a la solución inicial. Cuando este proceso se efectúa por medio del cálculo matricial, el método se denomina "de inversión".

Es de suma importancia no olvidar lo dicho más arriba sobre las limitaciones del cálculo automático, y sobre la ambigüedad de la solución. Además debe tenerse en cuenta la conveniencia de comprobar las soluciones halladas mediante el cálculo de la curva de campo correspondiente y comparación con la de partida; algunos métodos incorporan en sus programas esta comprobación, como los de Zohdy y Kunetz-Rocroi, mientras que otros se basan en ellas, como el de aproximaciones sucesivas.

En todos los métodos numéricos, las curvas de campo han de ser sometidas previamente a interpolación y extrapolación. La primera tiene por objeto la obtención de los valores ρ_a correspondientes a los $AB/2$

exigidos por el método que se utilice, y que generalmente están separados por intervalos iguales en la escala logarítmica. Conviene eliminar esta operación midiendo en el campo precisamente con dichos $AB/2$. La extrapolación se efectúa prolongando los extremos izquierdo y derecho de la curva de campo por medio de sendas curvas de dos capas, hasta que éstas se aproximen suficientemente a su valor asintótico.

Por último, he de decir que cada método numérico presenta abundantes particularidades y detalles en los que no cabe entrar aquí por razones de espacio, remitiendo al lector interesado en ellos a los trabajos originales, aunque a veces éstos no son suficientemente explícitos.

V.13.2 Métodos de aproximaciones sucesivas

a) *Método de* JOHANSEN (1975).

Comenzamos por este método por ser el más sencillo. Su autor calculó previamente un filtro más preciso que el de Ghosh para el paso de la transformada $P(\lambda)$ a la curva de campo. Este filtro, de 140 coeficientes, corresponde a una frecuencia de muestreo de 10 puntos por ciclo decimal, esto es, que si dos de los valores de $AB/2$ son 100 y 1.000 m, entre ellos deben existir nueve valores intermedios, equidistantes en el papel logarítmico.

En primer lugar, el interpretador obtiene una solución aproximada por estimación, punto auxiliar u otro procedimiento. Los espesores y resistividades de esta solución se introducen en el ordenador, que calcula la transformada de resistividad correspondiente, a la que se aplica el filtro mencionado para obtener la curva de campo. Esta aparece en la pantalla del ordenador, junto con la curva inicial y el margen de error de los puntos medidos de ésta, en forma de segmentos verticales. Si la curva calculada no cae por completo dentro del área definida por los segmentos, el interpretador retoca los espesores y resistividades de la primera solución y vuelve a probar de nuevo, hasta conseguir una solución satisfactoria. El número de repeticiones necesario depende de lo acertado de la solución inicial y de la experiencia del interpretador. Por razones evidentes, este método no se presta para cortes de muchas capas.

Posteriormente, el mismo autor ha dado a conocer un método diferente que cae dentro de las técnicas de inversión, descritas más abajo.

b) *Método de Marsden.*

Este método (MARSDEN, 1973) es totalmente automático, si bien su autor modifica, en caso necesario, la solución obtenida utilizando la *CDZ* de ésta.

Este método fue el primero que utilizó el filtro de Ghosh, y trabaja en el dominio de la transformada de resistividades. Una de sus carac-

terísticas más importantes es que el espesor de cada capa se toma igual a la suma de los espesores suprayacentes, de modo que los espesores sucesivos son E_1, E_1, $2\,E_2$, $4\,E_1$, ..., etc. La ambigüedad de la solución hace que sea posible encontrar cortes que a pesar de esta restricción, satisfagan a la curva de campo.

En primer lugar se calcula $P(\lambda)$ por medio del filtro de Ghosh. Luego se determina el espesor de la primera capa, por un procedimiento que se basa en el cálculo de la transformada $P(\lambda)$ previa supresión de la primera capa. Para ello, como no se conoce E_1, el ordenador toma para éste el mayor valor entre los que hacen positiva la transformada reducida, esto es, con supresión de la primera capa. Una vez así determinado E_1 (que puede ser algo inferior al espesor real, lo que no constituye inconveniente) quedan automáticamente determinados los demás espesores, en virtud de lo dicho más arriba, por lo que sólo resta el cálculo de las resistividades, que se efectúa capa a capa.

La estimación inicial de las resistividades se basa en reducciones sucesivas de la transformada $P(\lambda)$. Cada reducción consiste en calcular de nuevo la transformada, previa supresión de la capa más próxima a la superficie. En la primera reducción se suprime la primera capa, de parámetros E_1, ρ_1 conocido este último por el valor asintótico por la izquierda de $P(\lambda)$. La resistividad ρ_2 se toma igual al valor de la transformada reducida para $1/\lambda = 2\,E_1$, y análogamente las demás. Estas resistividades iniciales son ajustadas iterativamente. En cada iteración se busca la mayor discrepancia entre la $P(\lambda)$ de la curva de campo y la transformada de la solución que trata de mejorarse. Se busca entonces la capa de mayor influencia en dicha discrepancia, y se ajusta su resistividad por minimización de aquélla. Se procede luego del mismo modo con la siguiente mayor discrepancia. Ajustadas todas las resistividades se calcula la $P(\lambda)$ de la nueva solución y se comienza una nueva iteración hasta que los errores queden por debajo de un valor prefijado. Todas las operaciones mencionadas son efectuadas automáticamente por el ordenador.

c) *Métodos de Vozoff y de Bichara-Lakshmanan.*

Vozoff (1958) fue el primero en interpretar curvas de SEV por un método iterativo que trabaja en el dominio de la FC de Slichter. Como entonces no se conocía el uso de filtros para el paso de la curva de campo a su FC, Vozoff utilizaba la expresión

$$N(\lambda) = \int_0^\infty \frac{\rho_a}{\rho_1 r} J_1(\lambda r)\, dr \qquad \text{(V.29)}$$

que se basa en una conocida propiedad de las transformadas de Hankel, y que Vozoff calculaba por integración numérica.

Obtenida así la *FC*, se toma una primera solución aproximada obtenida por cualquier procedimiento, y se calcula su *FC* mediante el algoritmo de Sunde. Se determina entonces el error de esta *FC* respecto de la obtenida de la curva de campo, el cual se mide por la fórmula

$$\Delta(FC) = \sum_i [N_{nc}(\lambda_i) - N_{nm}(\lambda_i)]^2 \qquad \text{(V.30)}$$

donde son N_{nc} la *FC* de la curva de campo y N_{nm} la del modelo. Las λ_i representan los valores del argumento para los que se ha calculado la *FC*.

El problema es ahora la modificación de los parámetros del modelo hasta que $\Delta(FC)$ sea mínima. El procedimiento que Vozoff sigue para ello es el del gradiente máximo ("steepest descent"), del que daremos una somera idea para aquellos lectores que no lo conozcan.

Si es n el número de capas del modelo, habrán de especificarse por medio de $2n - 1$ parámetros. Como $\Delta(FC)$ es función de todos ellos, podrá representársela como una hipersuperficie en un espacio de $2n$ dimensiones, en la que el punto de error mínimo es el más bajo de una depresión o embudo de dicha hipersuperficie, dada la continuidad de la *FC*.

Con la solución aproximada inicial no se estará, en general, en dicho punto más bajo, sino en otro de mayor error. En el método del gradiente máximo se intenta llegar al punto de error mínimo siguiendo la trayectoria de mayor gradiente, es decir, siguiendo la línea de máxima pendiente de la hipersuperficie.

Ello se consigue incrementando simultáneamente todos los parámetros, cada uno proporcionalmente, a su componente respectiva en el gradiente, esto es

$$\Delta p_i = -C \frac{\partial \Delta (FC)}{\partial \rho_i} \qquad \text{(V.31)}$$

donde p_i es cada parámetro y C una constante. El proceso se repite hasta que $\Delta(FC)$ sea menor que la cota escogida. El valor de C debe elegirse con cuidado en cada iteración, pues si es demasiado pequeño, serán necesarias muchas de éstas, y en caso contrario puede producir un alejamiento del mínimo.

Bichara y Lakshmanan (1976) dieron a conocer un método semejante al de Vozoff. Las principales diferencias respecto de éste son el cálculo de la *FC* de la curva de campo por medio de un filtro, y que $\Delta(FC)$ se toma como error relativo en función de los errores relativos de los parámetros, lo que es mucho más acertado que utilizar, como Vozoff, errores absolutos. Otra característica de este método es la posibilidad de incluir cotas que los parámetros no deben sobrepasar, lo que es un modo de introducir restricciones geológicas.

En la obra de KOEFOED (1979) se analizan crítica y detalladamente varios aspectos de ambos métodos.

Los procesos llamados de inversión son también de aproximaciones sucesivas, pero dado el auge de que gozan en la actualidad, se les dedica un apartado exclusivo, que es el siguiente.

V.13.3 Métodos de inversión

El método de inversión, del cual existen múltiples variantes (de ahí el plural en el encabezamiento) no es exclusivo del SEV, sino un procedimiento general aplicable a problemas muy diversos. Su origen está en los trabajos de BACKUS y GILBERT (1967, 1968, 1970). El lector interesado en conocer este método con mayor detalle puede consultar dichos trabajos, así como los de JUPP y VOZOFF (1975), INMAN (1975), GLENN y WARD (1976), OLDENBURG (1978), y otros que se mencionan más abajo.

La esencia del método puede describirse como sigue. Las variables que intervienen en todo problema geofísico se clasifican en tres grupos:

a) *Datos de observación,* $g_1, g_2, \ldots, g_n$, que pueden considerarse como componentes de un vector **G**. En el caso del SEV, estos datos son las resistividades aparentes observadas.*

b) *Parámetros conocidos,* $x_1, x_2, x_3, \ldots$, que, del mismo modo, constituyen un vector **x**. En el SEV, estos parámetros son las distancias $AB/2$ utilizadas.

c) Los *parámetros desconocidos* y que se trata de calcular, $p_1, p_2, \ldots, p_n$, que forman un tercer vector **P** que, en el SEV, son los espesores y resistividades de las diversas capas.

Si se conoce una solución aproximada $\mathbf{P}^\circ$, se puede estimar su grado de validez mediante el cálculo del vector $\mathbf{G}_A$ que le corresponde (problema directo) y la determinación de la diferencia $\Delta\mathbf{G}$ entre el vector observado **G** y $\mathbf{G}_A$. En general, $\Delta\mathbf{G}$ no será nulo, ya que $\mathbf{P}^\circ$ es sólo una solución aproximada. Obsérvese que el método de inversión exige que se disponga de un algoritmo para la resolución de problemas directos, y que el número de capas del corte ha de ser conocido o elegido previamente.

Como la solución $\mathbf{P}^\circ$ no es exacta, habrá de modificarse en un vector $\Delta\mathbf{P}$ tal que haga nulo $\Delta\mathbf{G}$. Si el problema fuese lineal, se tendrá

$$\Delta\mathbf{G} = \mathbf{A}\,\Delta\mathbf{P} + \boldsymbol{\varepsilon} \qquad \text{(V.32)}$$

---

* Se utiliza aquí la notación de uso más frecuente.

donde ε es un vector de errores que debe minimizarse, y **A** es la matriz de derivadas

$$A_{ij} = \frac{\partial G_i}{\partial P_j} \Bigg|_{\mathbf{P}^\circ} \qquad \text{(V,33)}$$

cuyo orden es $m \times n$. Si $\mathbf{P}^\circ$ es suficientemente aproximado, y es $m \leq n$, el vector $\Delta \mathbf{P}$ puede obtenerse mediante la fórmula matricial

$$\Delta \mathbf{P} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \Delta \mathbf{G} \qquad \text{(V,34)}$$

Ahora bien, como en el caso del SEV la relación entre **G** y **P** no es lineal, la solución $\Delta \mathbf{P}$ de la fórmula anterior no será exacta, por lo que el proceso habrá de repetirse varias veces, obteniéndose en cada iteración una $\Delta \mathbf{P}_i$, hasta que la suma de todos ellos con $\mathbf{P}^\circ$ constituya una solución aceptable, esto es, tal que ε sea menor que un valor dado de antemano.

En el cálculo de $\Delta \mathbf{P}$ hay que tener en cuenta que no todos los datos x_i tienen la misma influencia en **G**; para el estudio de esta cuestión se utiliza la matriz de "densidad de información" **S** definida por

$$\mathbf{S} = \mathbf{H}\,\mathbf{A} \qquad \text{(V,35)}$$

con $\mathbf{H} = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T$. Esta matriz, casi diagonal, tiene los mayores valores en las posiciones que corresponden a los datos que más influyen en la determinación del modelo (INMAN *et al*, 1973).

Si todos los datos de observación g_i no tienen la misma exactitud, puede asignarse a cada uno un peso, e introducir en los cálculos una matriz de pesos **W**. Si los errores de los datos son independientes entre sí, dicha matriz será diagonal, cuyos elementos pueden tomarse iguales a las inversas de las desviaciones tipo de los datos .

El cálculo iterativo de $\Delta\mathbf{P}$ puede efectuarse por varios caminos:

a) El procedimiento clásico de Gauss-Newton, basado en el desarrollo de Taylor de las derivadas y el cálculo de un $\Delta\mathbf{T}$ que haga mínima la suma de los cuadrados de los errores. Este método, empleado por MEINARDUS (1970) y por INMAN *et al* (1975), llega a la solución final en pocas iteraciones, pero va mal si la solución de partida difiere en mucho de la real, cuando la hipersuperficie que representa el error tiene muy alargadas sus líneas de nivel, o si el vector $\Delta \mathbf{P}$ apunta a una región de dicha hipersuperficie donde ésta no queda bien representada por una aproximación lineal.

b) El método del gradiente máximo, mencionado con el apartado anterior, que tiene la desventaja de que requiere, a veces, muchas iteraciones.

c) El método de "ridge regression" atribuido a Marquard, y que puede considerarse intermedio entre el *a*) y el *b*). En evitación de los casos en que la matriz $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ tiene valores propios muy pequeños y es por ello casi singular, lo que ocurre cuando hay parámetros muy mal determinados, se sustituye la ecuación (V,34) por la

$$\Delta \mathbf{P} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \Delta \mathbf{G} \qquad \text{(V,36)}$$

donde **I** es la matriz unidad, y α un número que ha de determinarse cuidadosamente en cada iteración, pues si es grande, la convergencia es segura, pero lenta, y si es demasiado pequeño, la convergencia es rápida, pero con peligro de transformarse en divergencia. CECCHI *et al* (1977) proponen un decrecimiento de α en cada iteración, de modo que las últimas, cuando ya la solución es bastante aproximada, corresponde prácticamente al método de Gauss-Newton, de rápida convergencia en estas condiciones.

Entre los autores que han empleado la "ridge regression", con diversas modalidades, figuran INMAN (1975), PETRICK *et a*l (1977), RIJO *et al* (1977) y JOHANSEN (1977).

Hay dos puntos en los métodos de inversión que merecen comentario aparte. Uno de ellos afecta a la medida del error, que debe definirse como suma de los cuadrados de las diferencias entre los logaritmos de las resistividades aparentes observadas y las correspondientes del modelo, lo que equivale a considerar errores relativos que son los que verdaderamente importan y no los absolutos. Esta acertada práctica es seguida por Rijo y Johansen; no así todos.

El segundo comentario afecta a la unicidad del resultado. El corte geoeléctrico hallado por inversión no es sino una de las soluciones de la curva de campo de partida, con la condición suplementaria de tener un número de capas dado, fijado por la estimación del interpretador. Sin embargo, se puede tener una idea de la ambigüedad de la solución si se determina la desviación tipo con que se obtiene cada dato; las capas "equivalentes" la tienen mucho mayor que las demás. Sobre esta cuestión pueden consultarse GLENN y WARD (1976) y PETRICK *et al* (1977).

Terminaremos este apartado con la indicación de que nada se opone a que el vector **G** esté constituido por datos suministrados por métodos eléctricos diferentes, por ejemplo de SEV y de sondeos magnetotelúricos. Esto tiene una ventaja: por ser distintos los márgenes de ambigüedad de ambos métodos, la solución obtenida es menos ambigua que la que se obtendría con un solo método. Ejemplos de esta inversión conjunta pueden verse en el artículo de Petrick citado en el párrafo anterior y en TRIPP *et al* (1978).

V.13.4 Los métodos de Koefoed

Desde 1968, el profesor Koefoed, de Delft, viene publicando trabajos, e incluso libros, sobre la interpretación de SEV, en los que ha descrito diversos métodos y sucesivos perfeccionamientos de los mismos. Todos ellos tienen como característica común la conversión de la curva de campo en la *FC* de Slichter o en alguna modificación de ella, y la operación en este dominio. El antecedente de estos métodos se remonta a PEKERIS (1940), que dio el primer procedimiento de interpretación directa del SEV.

Siendo muchos los métodos y variantes debidos al profesor Koefoed, sólo se describirá aquí su última versión (KOEFOED, 1979).

El método de Koefoed tiene una etapa previa que consiste en la conversión de la curva de campo que se trata de interpretar en la transformada de resistividad $P(\lambda)$, lo que se hace mediante convolución con un filtro adecuado. Luego se aplican, sucesiva y alternativamente, dos procesos. El primero de ellos es la determinación de los parámetros E_1 y ρ_2 (ρ_1 se conoce por el comportamiento asintótico de la curva de campo o de la transformada). El segundo proceso, o de *reducción,* consiste en el cálculo de la transformada $P_2(\lambda)$ del mismo corte pero con supresión de la primera capa, con lo que su papel es ahora representado por la que antes era segunda. A ésta se le aplica el primer proceso, con lo que se determinan E_2 y ρ_3, y así sucesivamente. Ambos procesos se describen a continuación.

a) *Proceso de reducción.*

La fórmula para la supresión de la primera capa en la *FC* puede obtenerse de la (IV,65 bis), ya que despejando de ella R_{i+1} que es la *FC* del corte sin dicha capa, se tiene

$$R_{i+1} = \frac{\rho_i}{\rho_{i+1}} \frac{R_i - Th\,(E_i\lambda)}{1 - R_i\,Th\,(E_i\lambda)} \qquad \text{(V,37)}$$

pasando a la transformada $P(\lambda)$, por ser ésta (apartado IV.9.3)

$$P_i(\lambda) = \rho_i R_i(\lambda) \qquad \text{(V,38)}$$

al sustituir en la expresión anterior, resulta

$$P_{i+1} = \frac{P_i(\lambda) - \rho_i\,Th\,(E_i\lambda)}{\rho_i - P_i(\lambda)\,Th\,(E_i\lambda)} \qquad \text{(V,39)}$$

b) *Cálculo de los parámetros de la primera capa o de la que hace sus veces.*

Para este fin, Koefoed define una función $G(\lambda)$, que llama "función característica modificada", tal que

$$G_i(\lambda) = \frac{P_i(\lambda) - \rho_i}{P_i(\lambda) + \rho_i} \qquad (V,40)$$

y para el caso de dos capas será

$$G_2 = \frac{N_2(\lambda) - 1}{N_2(\lambda) + 1} = K_1\, e^{-2\lambda E_1} \qquad (V,41)$$

donde la última igualdad se obtiene sustituyendo $N_2(\lambda)$ por su expresión que aparece en la (IV,21). Si se representa gráficamente la (V,41) en papel logarítmico se obtiene una recta, que en la práctica habrá que ajustar por regresión lineal; su ordenada en el origen es el valor de K_1, mientras que la pendiente es $-2E_1$. Como ρ_1 se conoce por el comportamiento asintótico de $P(\lambda)$, ρ_2 puede despejarse de K_1.

El último perfeccionamiento del método es la utilización de la (V,41) para dos valores de λ, con lo que se tienen dos ecuaciones y dos incógnitas, K_1 y E_1, que pueden calcularse mediante aquéllas. Naturalmente, ambos valores de λ deben pertenecer a la parte inicial de $P(\lambda)$, donde ésta se confunde con una $P(\lambda)$ de dos capas.

Como los parámetros de cada capa se obtienen en función de los parámetros ya calculados, se produce un arrastre y propagación de errores que obliga a los usuarios de este método a cuidadosas estimaciones de márgenes de confianza, pesos de las mediciones, etc.

Patella y Szaraniec han ideado métodos interpretativos semejantes al de Koefoed. La originalidad del de PATELLA (1975) es que $P(\lambda)$ se calcula por integración numérica de la expresión (V,29), operación que se efectúa con auxilio de las funciones de Bessel modificadas J_{1i}, estudiadas y tabuladas por Chistova. En cuanto al método de SZARANIEK (1979), opera en el dominio de la *FC* de Slichter, a la que también somete a un proceso de reducción, y calcula las resistividades y espesores por el sistema de las dos ecuaciones descrito más arriba y empleado por Koefoed, quien tomó esta idea de Szaraniek.

V.13.5 Métodos en los que se obtiene la CDZ

a) *Método de Kunetz-Rocroi.*

Sus autores (KUNETZ y ROCROI, 1970) conscientes de la ambigüedad inherente al problema, buscan una solución "bruta", de la cual pueden deducirse soluciones particulares adecuadas a las circunstancias geológicas.

A grandes rasgos, el método es como sigue. Se comienza por el cálculo de la FC correspondiente a la curva de resistividades aparentes que se desea interpretar, pero se utiliza la "segunda forma de la ecuación de la prospección", según la terminología de Maillet, esto es,

$$\rho_a(r) = \frac{2}{\pi} r^2 \int_0^\infty \varphi\,[\lambda, \rho(z)]\, \lambda\, K_1(\lambda r)\, d\lambda \qquad \text{(V,42)}$$

Se considera el subsuelo constituido por un gran número de capas homogéneas, horizontales y de igual espesor E_0 y se normalizan las distancias, resistividades, y el parámetro λ:

$$t = \frac{r}{2E_0} \quad ; \quad \rho_a' = \frac{\rho_a}{\rho_1} \quad ; \quad \theta = 2\, E_0\, \lambda \qquad \text{(V,43)}$$

Se demuestra que entonces

$$\rho_a(t) = \frac{2t^2}{\pi} \int_0^\pi \varphi(\theta) \sum_{K=-\infty}^{K=\infty} |\, \theta + 2\,K\pi \,|\, K_1(t\, |\, \theta + 2\,K\pi\, |)\, d\theta \qquad \text{(V,44)}$$

y que $\varphi(\theta)$ es la transformada de Fourier de la serie de imágenes eléctricas en los sucesivos contactos. De este modo, hallada $\varphi(\theta)$, su transformada inversa de Fourier da dicha sucesión de imágenes, de donde se obtiene la resistividad correspondiente a cada capa unitaria. Esto es la solución bruta, cuya CDZ se traza. El análisis de esta curva permite sugerir otras soluciones, por aplicación del principio de equivalencia e igualando las resistividades de capas contiguas unitarias, de modo que resulte un corte geoeléctrico cuya CDZ sea prácticamente igual a la obtenida anteriormente, del número de capas deseado, y concordante con los datos geológicos del problema.

En la aplicación comercial de este método, efectuada por la C.G.G., el corte se obtiene con varios centenares de capas, que se reducen automáticamente a un número cercano a veinte. Para cada una de estas últimas capas, se imprimen los datos: valores acumulados y normalizados de *R* y *C*, valores de *R* y *C* para cada capa, sin normalizar, espesor y resistividad de la misma, y coordenadas logarítmicas (en mm para módulo de 62,5) de los puntos angulosos correspondientes de la función $\rho_m(Az)$. El propio ordenador realiza luego dos sucesivas simplificaciones de la curva *DZ* anterior, para menor número de capas, suministrando la misma clase de datos que antes. También se dan gráficos de todo ello incluyendo la curva de campo original y las que corresponden a las diversas versiones del modelo (DUPRAT *et al*, 1973).

Entre los datos de entrada, hay que incluir la resistividad estimada para el sustrato.

b) *El método de Zohdy.*

Este procedimiento interpretativo (ZOHDY, 1975) es muy diferente de los expuestos hasta ahora. Sus características más destacadas son la importancia que en él se da a las *CDZ* (en lo que el autor de este libro se manifiesta de completo acuerdo) y la rapidez de cálculo, a pesar de que utiliza un programa bastante complejo. Se trata de un método de aproximaciones sucesivas, en el que la comprobación de los resultados se efectúa en el dominio de las resistividades aparentes, y que parte de una solución inicial que él mismo calcula.

Este método se basa en la semejanza que, en general, existe entre la curva de campo y la *CDZ* de un mismo corte; lo que, en principio permitiría considerar a la segunda como aproximación de la primera. En el supuesto de que ello se cumpla, el método es el siguiente: Los puntos de la curva de campo de partida se consideran como de una *CDZ*, con tantas capas (puntos angulosos) como puntos se conocen de aquélla. Se calculan entonces los espesores y resistividades de dichas capas y la *FC* correspondiente. Esta se convuelve con el filtro de Ghosh (u otro más exacto) para obtener la curva de resistividades aparentes del corte, la cual se compara con la de partida. Las diferencias entre una y otra sirven para obtener la segunda aproximación que se determina así: si un punto de la curva del modelo queda debajo del homólogo de la curva de campo se le sustituye por otro situado por encima. La nueva curva así estimada, considerada como la *DZ*, sirve de punto de partida para una nueva iteración. En este proceso puede utilizarse también la hipótesis de que para cada punto, la resistividad aparente es proporcional a la ρ_m del punto homólogo de la *CDZ*.

Ahora bien, la semejanza entre la curva de resistividades aparentes y su *CDZ* cesa cuando la primera posee un arco descendente largo y muy inclinado. En tal caso, el arco correspondiente de la *CDZ* se sustituye por otro de la "curva de *DZ* modificada del tipo *L*" (*MDZ-L*). Tales arcos descendentes se definen por las ecuaciones

$$\rho_{mH} = \rho_H \left(\frac{\rho_m}{\rho_H} \right)^X \qquad L_{mH} = L \left(\frac{Az}{L} \right)^X \tag{V,45}$$

con $L = \sum E_i$ y $0 \leqslant X \leqslant 1$. Aquí L_{mH} y ρ_{mH} son las coordenadas de los puntos de la *MDZ-L*. Cuando $X = 0$, esta curva coincide con la de Hummel, utilizada para la interpretación de curvas del tipo *H* en la primera versión del método del punto auxiliar, y definida por

$$\rho_H = \frac{\Sigma E_i}{\Sigma S_i} = \frac{L}{\Sigma S_i} \qquad \text{(V,46)}$$

Si $X = 1$, resulta la *CDZ*. En cada caso, el ordenador determina el valor más adecuado de X por tanteo (*regula falsi*).

Los arcos ascendentes de la curva de campo pueden considerarse como aproximaciones de arcos de *DZ*, salvo si su pendiente es igual o superior a la unidad, pues entonces se obtienen resistividades infinitas o imaginarias. Para incluir estos casos, Zohdy utiliza otra modificación de la *CDZ*, la *MDZ-T*, cuyas ecuaciones son

$$\begin{aligned} \rho_{mT} &= \rho_T \left(\frac{\rho_m}{\rho_T}\right)^X \\ L_{mT} &= L \left(\frac{Az}{L}\right)^X \end{aligned} \qquad 0 \leqslant X \leqslant 1 \qquad \text{(V,47)}$$

con $\rho_1 = \dfrac{\sum T_i}{L}$.

La variable L tiene aquí el mismo significado que en el caso anterior. Cuando $X = 1$, la $MDZ - T$ es la *CDZ*.

Este método, como los descritos más arriba, incluye muchos detalles de cálculo que no cabe tratar aquí por razones de espacio. Vale la pena indicar, no obstante, una útil posibilidad del procedimiento que describimos, y es la opción de suavizado automático de las curvas de SEV distorsionadas, con posterior interpretación de la curva suavizada.

En resumen, dada una curva de campo por n resistividades aparentes observadas, el método de Zohdy proporciona un corte solución de n capas, junto con su *CDZ*. Esta solución tiene la ventaja de que su validez respecto de la *CRA* está comprobada dentro del margen de error preestablecido.

Como el de Kunetz-Rocroi, el programa incluye la opción de simplificar la *CDZ*, reduciendo el número de capas a un valor previamente elegido. Estas simplificaciones automáticas tienen el inconveniente de que las nuevas capas que se obtienen no son siempre aquellas que el interpretador deseaba calcular.

V.14 COMENTARIOS SOBRE LOS METODOS DESCRITOS

1. Los métodos de reducción, en los que se obtienen los parámetros de cada capa en función de los hallados para las capas anteriores, tienen

el grave inconveniente de originar una propagación de los inevitables errores. Estos se van acumulando, de modo que los resultados de las capas sucesivas son cada vez más inexactas. Ello obliga a cuidadosa valoración de dichos errores, y hace ineludible la comprobación del resultado final, mediante el cálculo de la curva de campo que corresponde a la solución hallada, curva que ha de cotejarse con la original.

2. El uso como dominio de trabajo de la *FC* o alguna de sus modificaciones, base de los métodos de Koefoed y su escuela, tiene el inconveniente básico de que la ambigüedad de las soluciones de la *FC* es mayor que la de la *CRA*, por lo que la solución obtenida en el dominio de la primera pueden no corresponder a la curva de campo inicial. Ello obliga nuevamente a la comprobación del corte solución por el método indicado más arriba.

3. Los métodos de aproximaciones sucesivas empleados hasta ahora sólo suministran una de las soluciones posibles, con un número de capas prefijado y bastante pequeño. Esta solución carece, pues, de la generalidad y detalle que tiene los métodos de Zohdy y de Kunetz-Rocroi. En los procedimientos de inversión, la desviación tipo de cada parámetro da idea, aunque insuficiente, de la ambigüedad de la solución hallada, dentro de la limitación indicada de un número de capas fijo y pequeño.

4. El problema de la interpretación de un SEV no está resuelto cuando se ha hallado un corte solución, sino que es necesario el conocimiento de *todos los cortes* compatibles con la curva de campo dada o, al menos, la obtención de una solución base de la que puedan deducirse las demás.

En opinión del autor, dicha solución básica sólo puede ser una *CDZ*, según lo dicho en el apartado IV.6.2. Por ello deben preferirse los procedimientos de interpretación que, como los de Zohdy y de Kunetz-Rocroi, obtienen una solución bastante detallada en forma de *CDZ*.

V.15 LA INTERPRETACION AUTOMATICA CONTROLADA

Teniendo en cuenta lo anterior, parece evidente que, a la luz de los conocimientos actuales, el proceso de interrupción de un SEV debe constar de dos etapas:

a) Obtención de una solución base (que Kunetz y Rocroi denominan "bruta", es decir, no elaborada) en forma de *CDZ*, suficientemente detallada, es decir, con adecuada densidad de puntos por década.

b) Transformación de la *CDZ* hallada en una solución espesores-resistividades compatible con ella, con la información geológica de que se disponga, y con los resultados de los SEV próximos, es decir, elección

entre las soluciones posibles de aquélla que parezca más ajustada a las condiciones reales del terreno.

La etapa *a*) ha de realizarse de modo puramente automático, por el método de Zohdy, el de Kunetz-Rocroi u otro similar que pueda existir.

La etapa *b*), por el contrario, requiere una elección consciente, con una inevitable componente subjetiva, por lo que no puede confiarse a un ordenador, ya que "estas máquinas no tienen sentido común y no han aprendido todavía a "pensar", como ha dicho una autoridad tan destacada en el arte de programar ordenadores como Donald E. Knuth. Por éste motivo, esta etapa debe ser efectuada por un interpretador humano, dotado de los conocimientos pertinentes, que trace una serie de arcos de *CDZ* que pasen por los puntos conocidos de la *CDZ* solución, o disten de ellos menos del error admisible, y que, al mismo tiempo representen un corte compatible con la información "externa" mencionada.

Estos arcos de *DZ* se cortarán en un cierto número de puntos angulosos, correspondientes a otras tantas capas, de cuyas coordenadas... $(Az)_1$, ρ_{m1}, $(Az)_2$, ρ_{m2}, ... se deducen los espesores y resistividades de dichas capas mediante las fórmulas

$$E_i = (\Delta S_i \, \Delta T_i)^{1/2} \quad ; \quad \rho_i = \left(\frac{\Delta T_i}{\Delta S_i}\right)^{1/2} \qquad \text{(V,48)}$$

$$\Delta S_i = S_{i+1} - S_i \quad ; \quad \Delta T_i = T_{i+1} - \Delta T_i \qquad \text{(V,49)}$$

$$T_i = (Az)_i \rho_i \quad ; \quad S_i = \frac{(Az)_i}{\rho_i} \qquad \text{(V,50)}$$

que resultan directamente de las (IV-34), (IV-40) y (IV-53)

De acuerdo con estas ideas, el autor, en colaboración con M. C. Hernández, ha desarrollado una técnica interpretativa que puede calificarse de "automática controlada". Este trabajo se ha efectuado en la Cátedra de Geofísica de la Universidad Complutense, con la cooperación de la compañía Ibergesa.

Aunque dicha técnica puede aplicarse a cualquier curva de SEV, es preferible la utilización de aquellas que han sido obtenidas con una serie de distancias *AB*/2 de 10 puntos por década. Esta densidad es más elevada que la empleada habitualmente, por lo que implica un aumento en el coste de los SEV, pero a mi juicio, esto se compensa por la mayor seguridad de la información obtenida, ya que cualquier punto anómalo de la curva puede ser detectado fácilmente y reemplazado por otro que siga la marcha general de la curva. Corregidos dichos puntos, si los hubiese, y extrapolados los extremos mediante curvas de dos capas, las resistividades aparentes definitivas son sometidas al primer proceso de cálculo.

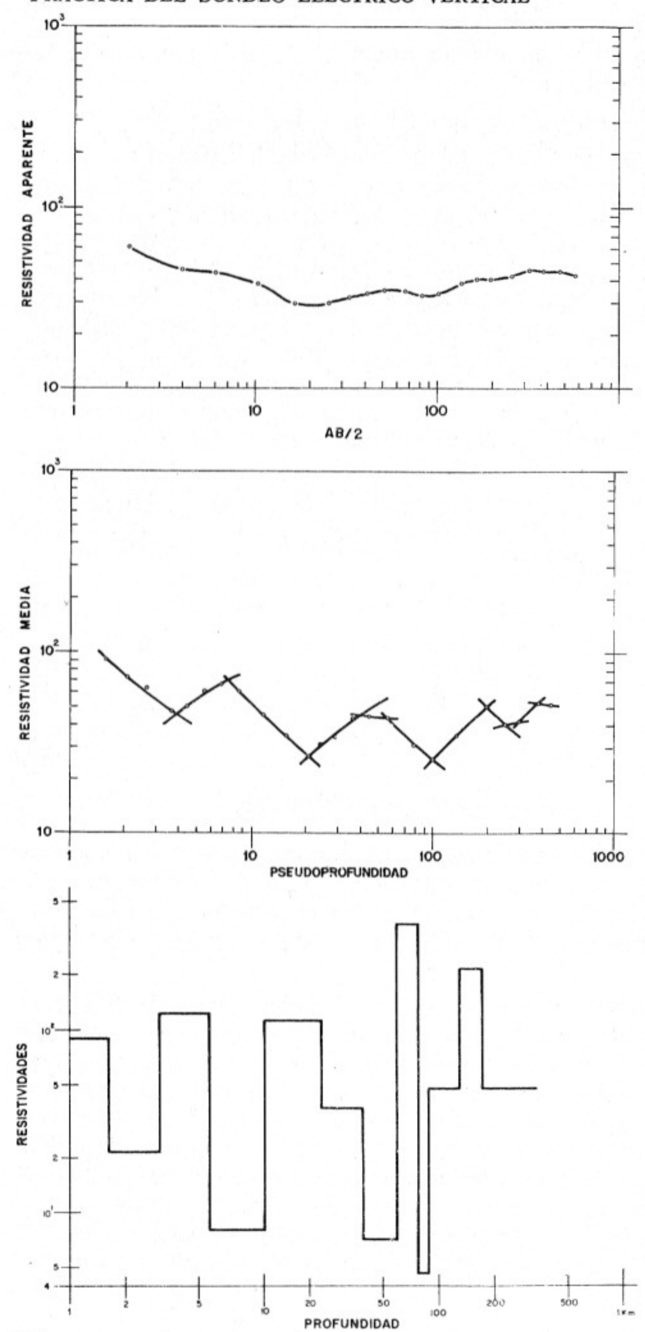


FIG. V-18. *a*) Curva de campo de un SEV. *b*) CDZ de la curva anterior *c*) Corte geoeléctrico (espesores-resistividades), deducido del gráfico anterior por el método automático controlado.

Dicho proceso, realizado por un ordenador, se basa en el programa de Zohdy, modificado para el intervalo de muestreo indicado, y adaptado para que la información de salida conste simplemente de los puntos de la *CDZ* solución, que el trazador ("plotter") dibuja en la habitual escala logarítmica de 62,5 mm de módulo.

Este gráfico pasa al interpretador, quien efectúa la que más arriba hemos llamado etapa *b*). Resta sólo la aplicación de las fórmulas (V,48) a (V,50). Por motivos de rapidez y, sobre todo, en evitación de probables equivocaciones, este cálculo debe ser automático. Para ello basta un calculador de bolsillo programable. A título de ejemplo, puede mencionarse que el autor utiliza un programa de 54 caracteres ("bytes") para el HP 41C, programa que es adaptable incluso a modelos tan sencillos como el HP 33.

En la figura V-20 se da un ejemplo de la aplicación de este método, en la que se obtiene una solución de 12 capas, susceptibles de simplificación.

Naturalmente, este método puede mejorarse. Sería deseable un algoritmo más rápido y directo para pasar de la curva de campo a la *CDZ*. Por otra parte, es necesario un conocimiento más completo de los márgenes de variación admisibles en la *CDZ* de una *CRA* dada.

V.16 ORIENTACIONES PARA LA INTERPRETACION

Como se ha dicho más arriba, la interpretación no puede limitarse a una sucesión de técnicas mecánicas, sino que la labor del interpretador, si bien basada en sólido conocimiento de la teoría (la electromagnética en este caso) requiere ciertas dotes de imaginación y creatividad. * Por ello, la labor interpretativa es un arte de largo aprendizaje, y al practicarlo, siempre van encontrándose cosas nuevas. El autor, con unos 20 años de experiencia en la interpretación, sigue aprendiendo aún. No obstante, parece oportuno dar algunas recomendaciones generales que sirvan de orientación.

---

* A este respecto, no estará de más intercalar un divertido cuento, que proviene de los geofísicos indios Roy y Apparao. Había una vez un hombre que hacía estudios geofísicos, y carente de conocimientos teóricos, efectuaba sus interpretaciones de modo empírico e intuitivo, a pesar de lo cual conseguía notables éxitos. Dándose cuenta de sus limitaciones, envió a su hijo, que estudiaba Ingeniería, a especializarse en métodos interpretativos más científicos. "Noticias no confirmadas" dicen que cuando el hijo se hizo cargo de la interpretación, cesaron los aciertos. El comentario que el autor hace a este relato es que es posible que así fuera, si el hijo interpretaba de modo mecánico.

La dificultad de la labor interpretativa tiene doble origen. Por una parte, si bien el problema directo es *estable*, el inverso, que es el que compete al interpretador, ha de considerarse como *inestable* desde un punto de vista práctico. Por otra parte, tampoco existe solución única en la identificación litológica de las resistividades. La primera ambigüedad puede resumirse diciendo que lo que la curva de SEV refleja es la CDZ. Otra consecuencia de ello es la referencia a la anisotropía. Si en un corte estratigráfico existe una capa con anisotropía transversal A y espesor E se comporta exactamente, en lo que respecta a la distribución de potenciales en superficie como una capa isótropa de espesor $E' = AE$. Por lo tanto, la presencia de capas anisótropas exagera las profundidades interpretadas en la hipótesis de isotropía.

Muchas de estas ambigüedades pueden resolverse por medio de la correlación entre SEV contiguos o mediante los SEV paramétricos. Por ejemplo, si se sigue una capa a lo largo de varios SEV, es posible que no aparezca como equivalente en todos ellos. Entonces la resistividad obtenida para dicha capa en los SEV en que no es equivalente se utiliza en los demás. Los *sondeos paramétricos* son SEV efectuados junto a perforaciones y por su importancia para la interpretación deben efectuarse con el mayor cuidado y, a ser posible *en cruz*, es decir, dos SEV de azimutes perpendiculares. Es muy conveniente que se haya efectuado la testificación eléctrica de la perforación. La interpretación del SEV paramétrico se compara con la columna de la perforación, con lo que pueden identificarse litológicamente las capas geoeléctricas, y en caso de equivalencia, determinar la resistividad verdadera de cada una de éstas, que será aquélla que corresponda al espesor real. En algunos casos, una misma formación geológica aparecerá dividida en dos o más geoeléctricas, y en otros ocurrirá lo contrario. Cuando no puedan utilizarse estos procedimientos para averiguar la resistividad de alguna capa equivalente, debe atribuírsele el valor más probable en razón de su naturaleza litológica supuesta, y calcular el espesor correspondiente. Este se representará en el corte, pero dibujando de trazos el límite inferior de la capa, y anotando la resistividad máxima o mínima que le corresponde junto con su valor de T o de S respectivamente.

Un aspecto muy importante es la relación con la Geología. Nunca puede prescindirse de la orientación suministrada por ésta, pero el geofísico debe utilizar su espíritu crítico, no sólo sobre sus propios métodos, sino sobre la información geológica, distinguiendo en ésta lo que es resultado de observaciones inobjetables, de lo que no pasa de ser hipótesis, todo lo plausible que se quiera, pero que puede no reflejar la realidad. No debe nunca forzar su interpretación para ponerla de acuerdo con alguna hipótesis geológica, suprimiendo como defectuosas las curvas o datos geofísicos que no estén de acuerdo con ella. Si el geofísico no puede encontrar una interpretación que se ajuste a la del geólogo, debe manifestarlo así, y hacer ver la discrepancia en el informe. Proceder de

otro modo suele llevar al fracaso, y el autor tiene experiencia personal de ello.

Por otra parte, en los mapas geológicos de superficie, puede haber errores originados por observaciones incompletas. El autor recuerda un caso en el que en el mapa geológico de la región estudiada mediante SEV, aparecían afloramientos de calizas de dos edades distintas. Los SEV efectuados sobre uno de los afloramientos de las calizas datadas como más antiguas, daban sin embargo curvas muy análogas a las obtenidas sobre la formación calcárea más moderna. Una revisión geológica de campo demostró que eran los SEV los que tenían razón frente al mapa geológico, pues la datación del referido afloramiento era errónea.

Es conveniente, en razón de lo dicho, que el geofísico haga su primera interpretación libremente, sin estudiar detalladamente la geología de la zona, comenzando por el ajuste de las curvas más claras. Una vez ajustadas todas, pasará los resultados a cortes geoeléctricos, corrigiendo la interpretación de cada SEV con la ayuda de los SEV contiguos. En caso de discontinuidad entre SEV próximos, es fácil salir del paso colocando entre ellos una falla; esto no debe hacerse sin seria reflexión, pues el adelgazamiento de una capa o un cambio en el recubrimiento puede hacer que dos curvas de aspecto desemejante correspondan a cortes geoeléctricos entre los cuales puede existir continuidad.

Una vez terminada esta primera interpretación, el geofísico debe discutirla con el geólogo. Si tanto el estudio geológico como la interpretación geofísica son correctas, la correlación entre ambas se hará sin dificultad, sin más modificaciones que algunos cambios de detalle. Esta discusión, si ha de ser fructífera, exige que geólogo y geofísico entiendan cada uno el lenguaje del otro, y posean conocimientos generales de los principios y métodos que emplea su intelocutor. Una solución ideal sería un geólogo-físico, pero dada la extensión actual de los conocimientos necesarios en ambas ciencias, tal cosa es imposible, dejando aparte la dificultad de que una misma persona tenga dos mentalidades diferentes, ambas muy necesarias para la solución de los problemas planteados.

La identificación litológica de las capas geoeléctricas no es siempre labor sencilla, y debe basarse en la información previa existente sobre la zona, especialmente si en ella o en sus proximidades se han efectuado otras campañas de SEV. Nunca es problema, por ejemplo, diferenciar por sus resistividades arcilla de granito, para poner un caso extremo, pero otras veces pueden aparecer en los cortes capas cuyas resistividades pueden corresponder a litologías diversas, por lo que su diferenciación definitiva sólo puede resolverse mediante una perforación. Incluso en casos que parecen sencillos pueden surgir sorpresas.

El autor, hace años, interpretó una zona de resistividad alta como debida a la presencia de un meandro fósil de los que se conocían varios

en las proximidades. Cuando se efectuó una perforación para captar sus aguas subterráneas, el supuesto meandro resultó ser una galería antigua, cuya existencia se desconocía. En otro caso más reciente, también de investigación hidrológica, se buscaba una formación calcárea bajo un mioceno arcilloso. Un cierto número de los SEV realizados mostró la existencia de una zona resistiva a varias decenas de metros de profundidad y fue atribuida a las calizas. Sin embargo, la perforación no las encontró a la profundidad prevista, sino un conglomerado mioceno, que por no aflorar en parte alguna, no figuraba en el estudio geológico. Afortunadamente, el conglomerado era un buen acuífero.

El interpretador debe tener en cuenta que las curvas de SEV pueden estar alteradas por causa de los efectos laterales o superficiales y debe cuidar de no atribuir tales anomalías a causas profundas. Los efectos laterales pueden detectarse por correlación entre SEV próximos y comparación con las curvas teóricas para contactos verticales y análogos. El efecto superficial más frecuente es la influencia de la resistividad del material en que están colocados los electrodos de potencial. Por causa de esta influencia, la curva de SEV puede desplazarse verticalmente en uno u otro sentido. Este efecto puede no producirse para la siguiente distancia MN, dando lugar a un *salto de empalme* (véase el apartado V.10). Estos suelen ser pequeños en los trabajos bien ejecutados, pero no siempre sucede así, por lo que las curvas han de corregirse, desplazando verticalmente los distintos tramos hasta que coincidan, manteniendo fijo preferiblemente el correspondiente al mayor MN, que puede suponerse representa condiciones más promediadas. No obstante, puede no ocurrir esto, por lo que deben tenerse en cuenta los SEV próximos.

Los errores aislados de medición o los efectos superficiales pueden corregirse mediante suavización de las curvas, pero esto sólo es aceptable cuando las perturbaciones son pequeñas. En caso contrario la suavización habría de ser fuerte y puede efectuarse con distintos criterios, igualmente válidos por su falta de base y carácter hipotéticos, con lo que se obtiene una curva "inventada" cuya interpretación no es confiable. En estas condiciones es mejor contentarse con una interpretación puramente cualitativa.

La precisión de las profundidades determinadas mediante SEV no es nunca mejor que un 10 ó 15 %. Accidentalmente, las causas de error pueden compensarse, y obtener resultados más exactos en puntos aislados. Algunos geofísicos principiantes se muestran grandemente satisfechos porque en algún caso una perforación ha encontrado la formación buscada con error en profundidad respecto de la prevista del 1 % o aún menor. Ello no implica especial habilidad por parte de operadores e interpretador. Es simplemente suerte.

Finalmente, no debe olvidarse que el método SEV da resultados confiables siempre que todas las etapas del trabajo se efectúen teniendo en

cuenta los principios teóricos en que éste se basa, y mediante el uso correcto de las técnicas adecuadas. Por desgracia, no es raro encontrar prospecciones en las que las mediciones de campo no han sido debidamente programadas, o efectuadas incorrectamente, y la interpretación no ha sido realizada por personas suficientemente expertas. El resultado de ello es que las predicciones no corresponden a la realidad y en tales casos es frecuente que en vez de culpar a las personas o entidades que hayan intervenido en ello, se atribuya el fracaso al método SEV, e incluso, y lo que es más grave, a los métodos geoeléctricos, y hasta a la Prospección Geofísica en general. Para evitar hechos semejantes se hace necesaria la divulgación de los principios teóricos y de los aspectos prácticos de éste y de otros métodos. La presente obra constituye un esfuerzo en este sentido.

V.17 CURVAS PARA CAPAS INCLINADAS

Los apartados anteriores se refieren a medios estratificados, esto es, de contactos paralelos a la superficie, que constituyen la aplicación clásica del SEV pero no carecen de interés práctico estructuras de otro tipo. La más sencilla de éstas es la que corresponde al contacto inclinado entre dos medios homogéneos, cuyo planteamiento teórico se consideró en el apartado IV.

El SEV es poco sensible a la inclinación de los contactos, lo que si bien constituye un inconveniente, representa una ventaja en lo que atañe a la interpretación, que puede efectuarse por medio de curvas teóricas para capas horizontales, aunque el contacto real esté inclinado, dentro de ciertos límites. Keller y Frischknecht consideran que los resultados obtenidos con dichas curvas son válidos hasta inclinaciones de 45°, pero este límite parece excesivo, y resulta más prudente tomar como límite de aplicabilidad de las curvas para contacto horizontal las inclinaciones de 30°. En este caso, el error en la profundidad no excede del 20 %. El error debido a la inclinación es siempre en el sentido de disminuir la profundidad y la resistividad de la segunda capa o sustrato, y crece con la inclinación y con la relación ρ_2/ρ_1.

No se han calculado curvas teóricas para dos o más contactos inclinados, pero el límite indicado se supone válido para estos casos.

Cuando se interpretan curvas de campo correspondientes a un sustrato inclinado por medio de las curvas usuales de contacto horizontal, el error cometido en la profundidad es menor si se considera que ésta no está medida verticalmente, sino en sentido oblicuo, perpendicularmente al techo del sustrato. Esta propiedad puede aprovecharse en la práctica trazando un corte sin realce, y llevando las profundidades obtenidas desde el centro de cada SEV con un compás, dibujando un arco

para cada una de ellas. La tangente común a estos arcos será el techo del sustrato si este es plano.

Al'pin publicó en 1940 una colección de 16 familias de curvas de SEV Schlumberger para un contacto inclinado, con ángulos de 0°, 22,5°, 30°, 45°, 60° y 90°, y diferentes contrastes de resistividad ($\rho_2 > \rho_1$). En algunas de estas familias, se toma como unidad de longitud la profundidad vertical *E*, en otras la *E'* normal a la superficie del sustrato, y en un tercer grupo la distancia *R* del centro del SEV al afloramiento o traza del contacto, supuesto siempre paralelo al azimut del dispositivo. El efecto de la inclinación se manifiesta en estas curvas (fig. V-19) en que el valor final de resistividad a que tiende asintóticamente no es ρ_2, como en el caso de capas horizontales, sino otro ρ' tanto más diferente de ρ_2 y próximo a ρ_1 cuanto mayor sea la inclinación.

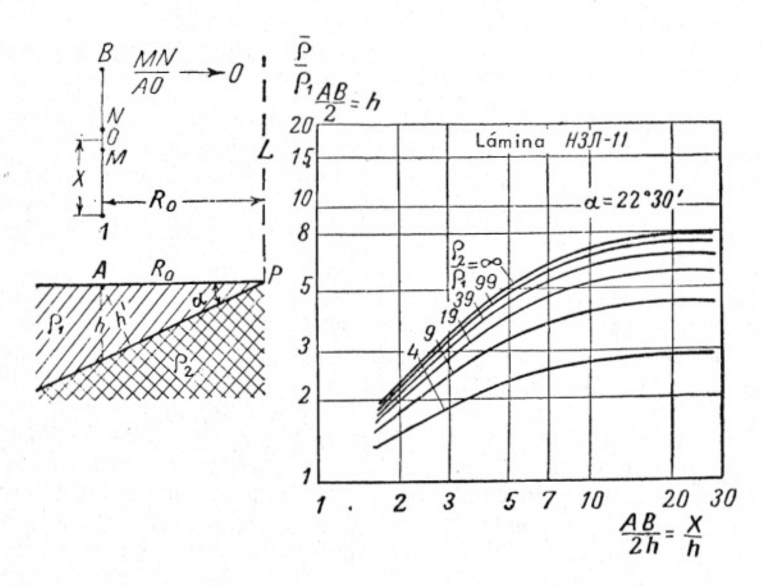


FIG. V-19. Una familia de curvas teóricas para contacto inclinado, de la colección de Alpin. (Según Kalenov.)

En el caso de contacto inclinado la interpretación debe dar cuatro valores: ρ_1, ρ_2, *E* y la inclinación α. El primero se determina directamente por los valores iniciales de la curva. En cuanto a los otros tres se obtienen por superposición de las curvas de campo sobre las teóricas, del mismo modo que en el caso de capas horizontales, pero ello exige el conocimiento previo, bien de ρ_2/ρ_1, bien de α. Cuando se desconocen en principio ambos valores, puede procederse del modo recomendado por KALENOV

(1957). Se parte de un valor inicial de α estimado en vista de la información geológica disponible y se efectúa la interpretación mediante las familias de curvas que dan la profundidad E', definida más arriba. Los valores obtenidos se llevan a un corte sin realce, por medio de un compás, del modo indicado anteriormente. Una vez completado el dibujo, se mide el nuevo valor obtenido para α, y se toma éste como base de una segunda interpretación más aproximada.

Otra colección de curvas de SEV para contacto inclinado, más reciente y completa, es la de Berdichevsky y Krolenko, reproducida en tamaño menor en AL'PIN *et al* (1966) * y que incluye curvas para dispositivos semi-Schlumberger paralelos a la traza del contacto, así como semi-Schlumberger y Schlumberger perpendiculares a ella. Las inclinaciones son de 5°, 10°, 20°, 30°, 45°, 90° y los ángulos suplementarios correspondientes. Los contrastes de resistividad son seis para $\rho_2 > \rho_1$ y otros seis para $\rho_1 < \rho_2$. En estas curvas se toma como unidad la distancia horizontal al contacto.

En las curvas correspondientes a dispositivos perpendiculares a la traza del contacto, se observa la presencia de una discontinuidad en forma de máximo o mínimo puntiagudos, la cual tiene su origen en el paso de uno de los electrodos de corriente por el contacto. Esta discontinuidad suele resultar amortiguada en la práctica por la presencia de recubrimiento.

Si el dispositivo perpendicular a la traza del contacto es del tipo semi-Schlumberger, la forma de la curva es muy diferente según que el electrodo móvil avance hacia la traza, cruzándola, o se aleje de ella (figura V-20). En el primer caso, designado por el signo (+), aparece en la curva una discontinuidad, del tipo indicado, lo que no ocurre en el segundo, señalado por el signo (—). En este último, para ciertas inclinaciones y contrastes de resistividad, la curva toma aspecto semejante a los de cortes de tres capas horizontales. El promedio de las curvas (+) y (—) es la curva correspondiente al dispositivo Schlumberger con los mismos centro y azimut, sobre el mismo corte. La curva de un medio-Schlumberger paralelo al contacto es idéntica a la del dispositivo completo. Cuando el ángulo es obtuso, y el azimut del SEV es paralelo a la traza, no existe contacto bajo el centro del SEV, y lo mismo ocurre para el semi-Schlumberger de designación (—). En estas circunstancias, no hay profundidad que determinar, sino la distancia horizontal al contacto. Se trata en realidad de curvas de influencia lateral.

---

* En la citada obra están trocados los títulos de las láminas 40 y 42 (páginas 226 y 228).

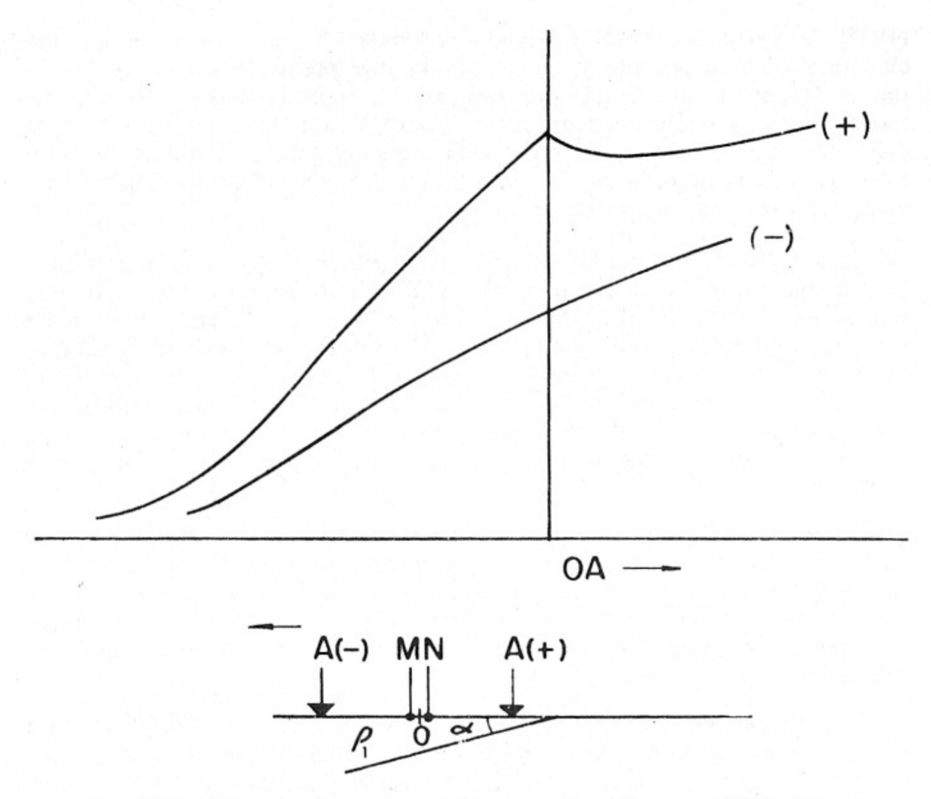


FIG. V-20. Ejemplo de curvas teóricas para dispositivos semi-Schlumberger perpendiculares a la traza de un contacto inclinado ($\rho_2 = 19\ \rho_1$).

V.18 CURVAS PARA CONTACTOS VERTICALES Y HORIZONTALES

El caso más sencillo de estructura con contactos verticales, es el de uno sólo que separe dos medios de resistividad ρ_1 y ρ_2 que puede considerarse como estilización de una falla. Si lo que se trata de estudiar es la situación de ésta, el método prospectivo más adecuado no es el SEV, sino la calicata eléctrica. No obstante, esta estructura es interesante en el método SEV como caso de influencia lateral. El caso de contacto vertical es un caso particular de contacto inclinado, y como tal, está incluido en el apartado anterior. Cuando el dispositivo es paralelo al contacto, la curva de SEV se aproxima asintóticamente al valor $\rho_1 (1 + K)$ donde K tiene el significado usual. Quiere esto decir que si $\rho_2 = \infty$, el efecto lateral del segundo medio hace que la resistividad aparente crezca ten-

diendo al valor 2 ρ_1, mientras que si $\rho_1 = 0$ la resistividad aparente decrece indefinidamente con el aumento de *AB*.

Más interesante es el caso en que existen simultáneamente un contacto vertical y otro horizontal. Para esta estructura existe una colección soviética de curvas, reproducida a menor tamaño en la obra de AL'PIN *et al* (1966) y un par de trabajos de Vedrintsev, incluido en el mismo volumen. Las curvas, designadas en su reproducción inglesa por las letras HVC * se refieren tanto al SEV como al dispositivo ecuatorial (véase el capítulo siguiente), y la estructura considerada es un contacto vertical entre dos medios limitados inferiormente por un sustrato aislante, caso muy interesante en la prospección de petróleo (fig. V-21).

En este tipo de corte hay que considerar dos valores para *S*, uno S_1 correspondiente al medio de resistividad ρ_1 y otro S_2 que pertenece al medio cuya resistividad es ρ_2. La forma de la curva depende del azimut del dispositivo, de la relación de resistividades ρ_2/ρ_1 y de la distancia *d* del centro del dispositivo al contacto (fig. V-21,*a*), pero salvo cuando $\rho_2 = 0$, la curva termina siempre en una rama ascendente con asíntota de pendiente unidad. Si se utiliza esta asíntota para determinar *S* por el procedimiento usual, se obtiene una valor *S'* que, según ha demostrado Vedrintsev (en AL'PIN et al, 1966), es

$$S' = \frac{S_1 + S_2}{1 + \cos^2 \gamma + \dfrac{S_2}{S_1} \operatorname{sen}^2 \gamma} \qquad \text{(V,51)}$$

donde γ es el azimut del dispositivo, con el contacto vertical como origen.

Se deducen de esta expresión los casos particulares

$$S'_{\parallel} = \frac{S_1 + S_2}{2}$$
$$S'_{45^\circ} = \frac{2\,S_1\,(S_1 + S_2)}{3\,S_1 + S_2} \qquad \text{(V,52)}$$
$$S'_{\perp} = S_1$$

que corresponden respectivamente a la orientación del dispositivo del SEV paralela, oblicua con 45° de ángulo, y perpendicular, al plano del contacto vertical. Se supone que el centro del dispositivo se encuentra en el medio de índice uno.

* En la citada obra se utilizan para estas y otras curvas dos notaciones diferentes, según se dijo en el cap. IV.

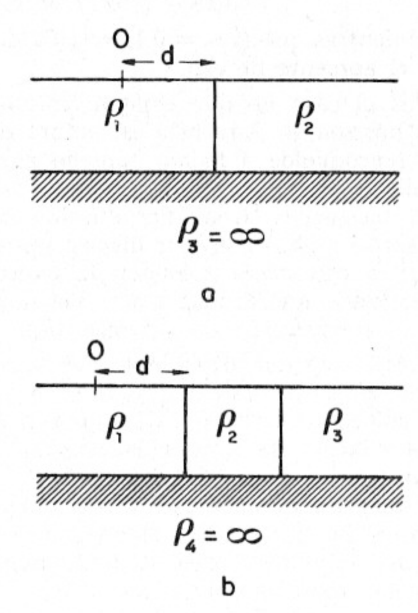


FIG. V-21. Cortes geoeléctricos con uno (*a*) o dos (*b*) contactos verticales sobre sustrato aislante.

Los anteriores resultados han sido extendidos por el citado autor a cortes de dos capas con sustratos aislantes en forma de escalón (figura V-21 *b*). Entonces la profundidad E' dada por los métodos usuales de interpretación viene determinada por una expresión idéntica a la (V,51) o sea

$$E' = \frac{E_1 + E_2}{1 + \cos^2\gamma + \dfrac{E_2}{E_1}\operatorname{sen}^2\gamma} \qquad \text{(V,53)}$$

de las que se deducen, para los casos particulares, fórmulas análogas a las (V,52) sin más que cambiar las S por las E del mismo índice. Obsérvese que, en contra de lo que podría pensarse a primera vista, los resultados de la interpretación corresponden directamente al medio en el que se halla situado el centro del SEV, cuando el azimut de éste es perpendicular a la estructura, y no cuando es paralela.

También existen curvas patrón y estudios por los mismos autores (incluidos en AL'PIN *et al* (1966) para cortes con sustrato aislante horizontal y dos contactos verticales (fig. V-21 *b*) cuyos resultados son también aplicables a estructuras en forma de fosa, pilar, o escalón con rampa (fig. V-34, *b c d*). Tales curvas se denominan HVC-2. En estos casos, la

curva, después de aproximarse a una asíntota aparente de pendiente unidad, desciende, o pierde inclinación y se aproxima luego a la asíntota verdadera del mismo tipo, con lo que la curva toma aspecto de KH o de A. Los resultados son diferentes según que el centro O del dispositivo se encuentre sobre los medios laterales o sobre el central. Si se utiliza la asíntota para la determinación de S y el centro del dispositivo está en uno de los medios laterales, siguen siendo aplicables las relaciones (V,51) y (V,52) sin más que sustituir S_2 por S_3. El efecto del medio central es

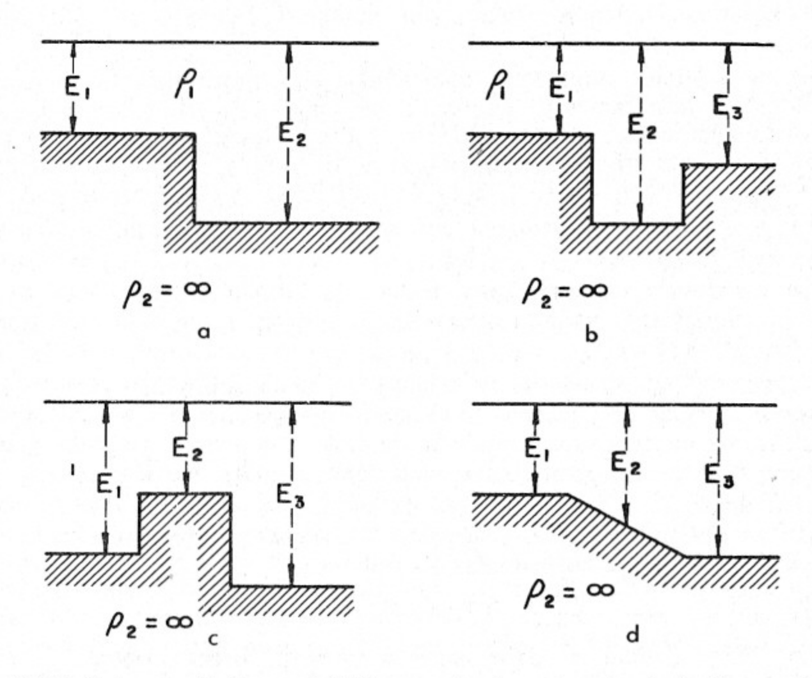


FIG. V-22. Cortes geoeléctricos asimilables aproximadamente a los de la figura anterior.

sólo el de retrasar la aproximación de la curva a su asíntota; efecto de pantalla que es tanto más intenso cuanto más próximo esté O a uno de los contactos laterales, y cuanto más conductor sea dicho medio. La conductancia S_2 de éste sólo influye cuando O se halla sobre él y la orientación del SEV es perpendicular a la estructura; en este caso el valor S' hallado coincide con S_2. En las mismas condiciones pero con el dispositivo paralelo a los contactos, S' es igual al promedio entre S_1 y S_3.

Un caso particular es el de $\rho_1 = \rho_3 = \infty$ con dispositivo paralelo a la estructura y situado en el medio central. Entonces, la pendiente de la asíntota es 2 (63,5° de inclinación).

En el escalón en rampa, cuando el centro O está situado sobre ésta, la profundidad y el valor S' obtenidos por la interpretación, son las correspondientes a la vertical de O, tanto para SEV paralelos, como perpendiculares a la estructura.

En el pilar o horst, el SEV paralelo a la estructura da el promedio (para profundidad y para S') de los valores a un lado y a otro de ella, y el perpendicular, los valores correspondientes a la parte más profunda, dentro de ciertos límites de la relación E_2/E_1.

Para las fosas, los resultados son análogos cuando O se halla sobre el centro de la estructura.

Se ha estudiado también el caso en que el sustrato aislante horizontal presente un levantamiento en forma de loma semi-cilíndrica. En estas circunstancias, cuando O se encuentra sobre la loma, se obtienen la profundidad y S del sustrato horizontal si el SEV es paralelo a la estructura, y los valores correspondientes a la vertical de O si es perpendicular.

Estos resultados, así como otros análogos, han sido confirmados por ensayos sobre modelos reducidos.

En los resultados anteriores destaca la influencia que ejerce en el SEV la zona situada bajo su centro O, lo que viene a justificar su apelativo de "vertical".

Töpfer (1972) ha efectuado ensayos en cuba sobre un sustrato conductor o aislante de superficie ondulada regularmente. Dicho sustrato se simulaba mediante chapa ondulada, pintada con barniz aislante cuando éste era el caso. Sus principales conclusiones son las que siguen:

Si se llama P_c a la profundidad de las crestas y P_r a la de los valles, las curvas obtenidas podían interpretarse sin grave error mediante curvas maestras para capas horizontales siempre que

$$P_c/(P_c - P_r) > 5$$

Los SEV efectuados sobre sustrato aislante, ortogonalmente a la dirección de valles y crestas, o sobre sustrato conductor paralelamente a dicha dirección, no dan las profundidades verdaderas al ser interpretadas mediante las curvas maestras citadas, pero las profundidades obtenidas son siempre mayores sobre los valles que sobre las crestas.

Por último, al efectuar SEV con $AB = 12{,}7\ P_c$ y diversos azimutes, resulta que en los sondeos efectuados sobre cresta, la resistividad aparente $\rho_{\parallel}$ medida en la dirección de crestas y valles, era menor que la $\rho_{\perp}$ obtenida en dirección ortogonal a la indicada. En cambio, los SEV efectuados sobre valles daban resultado opuesto, mientras que los SEV centrados entre cresta y valle daban $\rho_{\parallel} = \rho_{\perp}$. Estas relaciones valen tanto para sustrato conductor como aislante.

Todo lo dicho se refiere al dispositivo Schlumberger.

V.19 EL S E V EN LA INVESTIGACION PETROLERA

La aplicación de métodos eléctricos a la prospección de petróleo data de los primeros tiempos de la Prospección Geoeléctrica. Sin embargo, después de los primeros éxitos de los geofísicos franceses en este campo, tales métodos, y concretamente el SEV, se han utilizado poco en Occidente para la investigación petrolera. Ello se debe, por una parte, a los buenos resultados obtenidos por la sísmica, y por otra, a las falsas ideas sobre las posibilidades de los métodos eléctricos aceptadas y difundidas por la escuela de Wenner, uno de cuyos dogmas era la escasa penetración de estos métodos que, según ellos, sería muy inferior a la exigida por la prospección del petróleo. También influyó en ello el fracaso de ciertos métodos electromagnéticos, que defraudaron las esperanzas puestas en ellos. No ocurrió lo mismo en la Unión Soviética, donde en los años treinta trabajaron Schlumberger y sus colaboradores en esta clase de investigaciones, abriendo un camino que fue seguido por los geofísicos soviéticos, quienes pronto estuvieron en condiciones de efectuar SEV profundos que se aplicaron a estudios tectónicos para la búsqueda de estructuras petrolíferas.

Según parece, en 1961, cuando en Occidente no existían equipos eléctricos dedicados a la prospección petrolera, salvo unos cuantos franceses de telúrica, en la Unión Soviética se dedicaban a ello unos 200, de los cuales alrededor de 130 aplicaban métodos eléctricos de corriente continua.

KOMAROV *et al* (1963) afirman que, a diferencia de lo que ocurre en Occidente "la Prospección Eléctrica es en la Unión Soviética la parte importante de la prospección geofísica de petróleo y gas" y añaden que la combinación de las mediciones geoeléctricas, más baratas y fáciles, con cantidades relativamente pequeñas de trabajo sísmico, hace que se puedan estudiar estructuras regionales, y parcialmente las locales, en menos tiempo y con menor coste que si sólo se aplicara la sísmica, con la ventaja de la información adicional sobre litología y sobre características de las aguas subterráneas proporcionadas por los datos de resistividad.

Son muchas las zonas de la Unión Soviética que han sido estudiadas por medio de SEV con fines de prospección petrolera. Aparte de los estudios iniciales en la región de Grozny realizados por Schlumberger, puede mencionarse el descubrimiento de más de cien estructuras en cúpula del Pérmico Superior de Kuibishev, en el Trasvolga, y las investigaciones realizadas en zonas del Ural-Volga, en Ucrania, Asia Central, Sajalin, etc., trabajos citados por KALENOV (1957).

Más ejemplos pueden encontrarse en el artículo del mismo autor incluido en la obra de TARKHOV (1963). De ellos reproducimos un corte muy expresivo, que demuestra las posibilidades del método (fig. V-23).

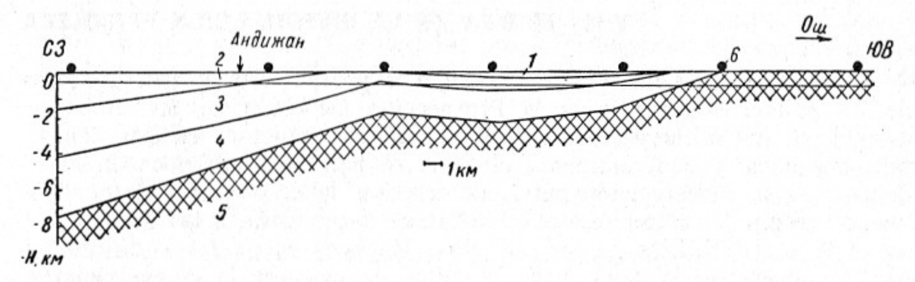


FIG. V-23. Ejemplo de aplicación del SEV a la investigación petrolera. Corte geoeléctrico de un perfil estudiado en la depresión de Fergana (Asia Central). Según Kalenov, en Tarkhov. Las letras cirílicas aluden a las ciudades de Osh y Andiján y a los puntos cardinales.

Corresponde a un perfil de SEV realizado en la depresión de Fergana, entre Osh y Andijan. (Asia Central). El basamento paleozoico, de resistividad prácticamente infinita, se sigue desde su afloramiento hasta 7,5 km de profundidad. Las resistividades de las capas geoeléctricas principales son las siguientes:

Capa 1 (Cuaternario), de 100 a 600 ohm.m.

Capa 2 (Cuat. y Neógeno Sup.), de 40 a 70 ohm.m.

Capa 3 (Neógeno) de 15 a 25 ohm.m.

Capa 4 (Paleógeno y Cretácico), de 2,5 a 25 ohm.m.

En estos casos en que se sigue la marcha de un sustrato resistivo, la profundidad z de su techo suele obtenerse mediante la fórmula $z = S\,\rho_l$ donde la S se deduce de la curva de SEV y la resistividad longitudinal ρ_l de esta misma curva y de perforaciones de calibrado.

En otras regiones (Sajalin, Saratov) el método SEV se ha utilizado para la determinación de estructuras sedimentarias.

La aplicación del SEV a las investigaciones de petróleo no carece de dificultades. Las dos principales son, por una parte, la necesidad de tender líneas *AB* excesivamente largas, y por otra, la presencia en algunas regiones, de capas de altísima resistividad que actúan como pantallas (véase el apartado IV.12.d) e impiden averiguar nada sobre las capas infrayacentes. En el estudio de la plataforma rusa se efectuaron SEV con 40 y hasta 60 km de *AB* que no pudieron atravesar tales capas-pantalla, constituidas por anhidrita. Estos inconvenientes han llevado por una parte, a la aplicación de los sondeos eléctricos dipolares (SD) y por otra, a la de los sondeos electromagnéticos (SEM) que se describen en otros capítulos de esta obra. *

* Los últimos, en la segunda parte.

En Occidente, como se ha dicho, apenas se ha empleado el SEV en la prospección petrolera, excepto algunos trabajos en Francia, España, Gabón, y otros países, los cuales fueron realizados por geofísicos franceses. YUNGUL (1962), publicó en *Geophysics* un interesante y bien razonado artículo con la finalidad de interesar a los petroleros americanos en los métodos eléctricos, añadiendo a las ventajas expuestas más arriba la posibilidad de su empleo en zonas sin reflexiones sísmicas pero, según parece, sus palabras cayeron en el vacío. El autor, por su parte, efectuó gestiones personales en el mismo sentido, con análogos resultados. HENDERSON y EMERSON (1969) efectuaron en una concesión de petróleo, situada en la cuenca de Coonamble (Nueva Gales del Sur, Australia) una campaña de SEV y SD relativamente cortos, que permitieron determinar el espesor de los sedimentos no metamorfoseados con precisión muy superior a la obtenida en los mismos lugares por la prospección aeromagnética y la sísmica de reflexión. Los citados autores concluyen en su artículo la utilidad de los sondeos eléctricos en la investigación petrolera. No obstante, dada la exactitud y precisión que obtiene el método sísmico de reflexión en la mayoría de los casos (aunque con coste elevadísimo) no es pensable la sustitución de este método por el SEV, pero cabe en lo posible que se generalice el empleo de algún procedimiento eléctrico, como el magnetotelúrico, en las etapas preliminares de las campañas petroleras.

V.20 EL S E V EN LAS INVESTIGACIONES HIDROGEOLOGICAS

Las investigaciones hidrogeológicas constituyen el campo de aplicación donde la superioridad del SEV sobre otros procedimientos es indiscutible, aunque en ciertos tipos de problemas pueden ser útiles otros métodos eléctricos (calicatas, método del cuerpo cargado, etc.), así como la sísmica de refracción y la gravimetría. Según ASTIER (1968), el 80 % de las prospecciones geofísicas para hidrogeología se hace por métodos eléctricos. Dentro de ellos, el mayor volumen de trabajo corresponde al SEV.

El hecho de que el agua contenida en las rocas sea factor decisivo en su resistividad puede llevar a la idea equivocada de que el método SEV detecta directamente el agua. No es así en general, sino que lo que suele buscarse con este procedimiento son estructuras y capas acuíferas, y la diferenciación entre materiales permeables e impermeables.

En cada prospección con fines hidrogeológicos, se requiere que los objetivos sean claramente fijados en términos de resistividades. No tiene sentido efectuar sin más una campaña de SEV "para buscar agua" si no se ha efectuado antes un estudio hidrogeológico que haya fijado los materiales o estructuras que deben buscarse.

Uno de los resultados más importantes de estas prospecciones es decidir la conveniencia de efectuar o no pozos o perforaciones y en caso afirmativo, la ubicación y profundidad más favorable para estas captaciones. El coste de un SEV oscila entre el 1,2 y el 2 % del precio de una perforación de la misma profundidad.

Los tipos de problemas y condiciones hidrogeológicas más importantes entre las susceptibles de estudio por medio del SEV son los que se exponen a continuación.

a) *Formaciones de sedimentos incoherentes.*

Estas formaciones están constituidas por una serie de materiales cuyo tamaño de grano crece desde las arcillas a las gravas, aumentando en el mismo sentido la permeabilidad y la resistividad. El problema hidrogeológico correspondiente, que es el de buscar materiales permeables (arenas y gravas) con suficiente continuidad lateral, se traduce en términos geofísicos en la búsqueda de zonas resistivas.

Problemas de este tipo se dan en muchas zonas de España, en particular en la cuenca terciaria de Castilla la Vieja, región donde la aplicación del método SEV se ha mostrado de gran eficacia. La formación general es arcillosa e impermeable, y en ella existen lentejones de arenas y gravas que actúan como acuíferos, los cuales, por el aspecto de su representación en los cortes geoeléctricos, reciben de los geofísicos el nombre de "peces". Las arcillas suelen tener resistividades comprendidas entre 5 y 25 ohmios-metro y las arenas y gravas desde 50 a varios centenares de ohmios-metro, aunque estos límites varían algo de una zona a otra, y existen valores intermedios correspondientes a arcillas arenosas.

Los "peces" aparecen en las curvas de SEV en forma de máximos y suelen comportarse como capas equivalentes. Esto no representa inconveniente grave por lo general, ya que siempre es posible determinar la resistencia transversal T, que puede tomarse como estimación relativa de la transmisibilidad del acuífero. En efecto, esta última magnitud es el producto de la permeabilidad por el espesor del acuífero, mientras que la resistencia transversal T es el producto del mismo espesor por la resistividad, la cual crece con la permeabilidad en este tipo de formaciones. Por esta causa son muy útiles los gráficos que expresan la variación de la resistividad transversal T de un acuífero, bien a lo largo de un perfil, bien sobre una superficie (mapa). En igualdad de las demás condiciones, son más favorables, para la ubicación de captaciones, los puntos de mayor T.

La figura V-24 representa un corte geoeléctrico típico correspondiente a las condiciones expuestas. Obsérvese que, por la equivalencia de una de las capas resistivas, su muro se dibuja de trazos, y de la resistividad sólo se indica el valor mínimo.

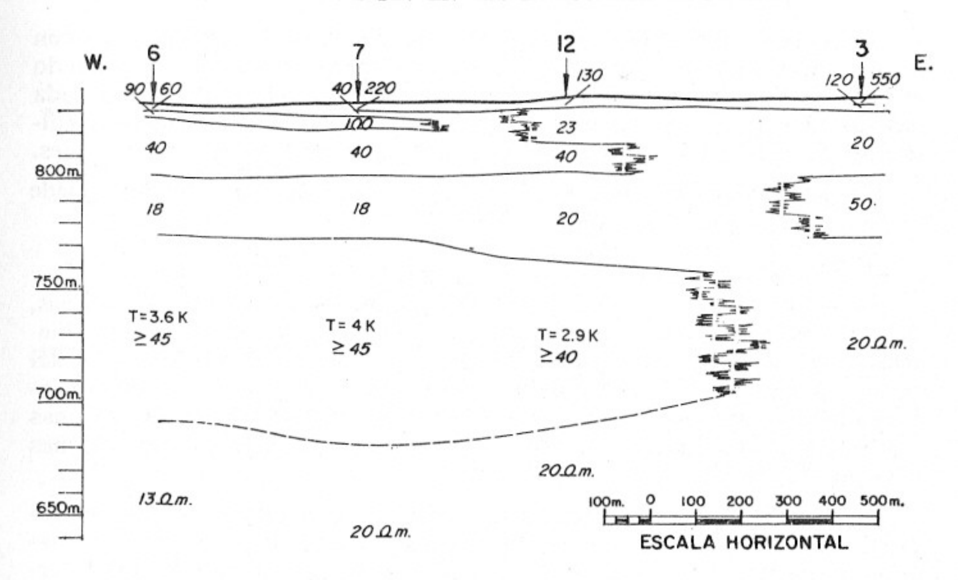


FIG. V-24. Fragmento de un corte geoeléctrico obtenido en el Mioceno arcilloso de Castilla la Vieja, mediante SEV. Los lentejones arenosos destacan por su mayor resistividad. Uno de ellos aparece caracterizado por los valores de T pues presenta equivalencia. (Cortesía de Recursos Naturales, S. A.)

HENRIET (1976) ha estudiado la aplicación directa de la conductancia longitudinal S como medida de la protección arcillosa de un acuífero frente a la contaminación.

b) *Aluviones.*

Otro problema hidrogeológico resoluble por medio del SEV es el de la determinación del espesor de aluviones permeables, siempre que éstos presenten suficiente contraste de resistividad con la formación subyacente, como ocurre cuando esta es arcillosa. Además pueden detectarse cambios en la naturaleza de los aluviones, lentejones arcillosos intercalados en éstos, etc.

Estos problemas se abordan por medio de SEV cortos y relativamente próximos entre sí. Las curvas obtenidas suelen corresponder al tipo K, y a veces a los HK, AK y KQ.

c) *Rocas compactas.*

En las rocas compactas, las aguas subterráneas sólo pueden encontrarse en las zonas de grietas y diaclasas, o en la zona de alteración superficial. En el primer caso, la investigación debe efectuarse por medio de calicatas eléctricas, mientras que la determinación de la profundidad al techo de la roca sana corresponde al SEV. Las curvas obtenidas sue-

len pertenecer al tipo *H* o al *A*, salvo cuando hay un recubrimiento con alguna capa resistiva, pues entonces pueden aparecer curvas *KH*. Cuando el paso de la roca alterada a la roca sana es gradual, la profundidad dada por los SEV puede diferir de la real; entonces pueden establecerse coeficientes de corrección por comparación con los datos de las perforaciones.

Un ejemplo de investigación hidrogeológica en terrenos rocosos puede verse en SATPATHY y KANUNGO (1976).

d) *Rocas calcáreas.*

La investigación por medio del SEV de zonas abundantes en calizas, tan interesantes desde el punto de vista hidrogeológico, resuelve problemas muy variados, tales como la determinación de la profundidad del techo de las calizas, la distinción entre éstas y formaciones impermeables (margas, arcillas, flysch, etc.), fijando el espesor y posición de unas y otras, y la localización de zonas carstificadas poco profundas (algunas decenas de metros).

La resistividad de las calizas depende en gran medida de su estado de fisuración y del relleno de sus grietas y cavidades. Los valores mayores corresponden a roca muy compacta con fracturas vacías, los intermedios a calizas con fisuras llenas de agua dulce, y los menores a rocas muy rotas o con agua salada. El margen de variación puede llegar, en el orden descendente indicado, desde 30.000 a algunas decenas de ohmios-metro.

Los resultados de los SEV efectuados en tales investigaciones pueden expresarse tanto en la forma de cortes geoeléctricos, más frecuente, como en la de mapas de resistividad. Estos últimos son especialmente útiles en la localización de zonas carstificadas, las cuales se muestran como áreas de resistividad baja, salvo cuando la abundancia de cavidades secas las hace aparecer como máximos de resistividad.

La conductancia longitudinal *S* ha sido utilizada por HENRIET (1976) para la estimación de la capacidad de almacenamiento hídrico de calizas fisuradas.

La figura V-26 reproduce un fragmento de uno de los cortes geoeléctricos obtenidos en una investigación realizada en la provincia de Valencia. En ella se trataba de determinar la profundidad de calizas mesozoicas, que se suponía pequeña. Sin embargo, en la parte de perfil que se ilustra apareció, inesperadamente, una zona conductora de 20 a 60 ohmios metro, que fue atribuida a una formación arcillosa, de cuya presencia no existían indicios en la superficie, y que alcanzaba unos 100 metros de espesor medio. Una perforación efectuada en el SEV 13 confirmó, cualitativa y cuantitativamente, la interpretación realizada. En la figura V-39 pueden verse dos de las curvas más características del perfil.

m.s.n.m. O.NO. E.SE.

Btº de Vergeret Carretera

EOCENO		Flysch y margas
SENONENSE		Calizas margosas
TURONENSE		Margas

FIG. V-25. Parte de un corte geoeléctrico obtenido por medio del SEV en la provincia de Alicante. Además de las resistividades se indica la atribución litológica de cada capa. (Cortesía de Tecnhydros, S. R. L.)

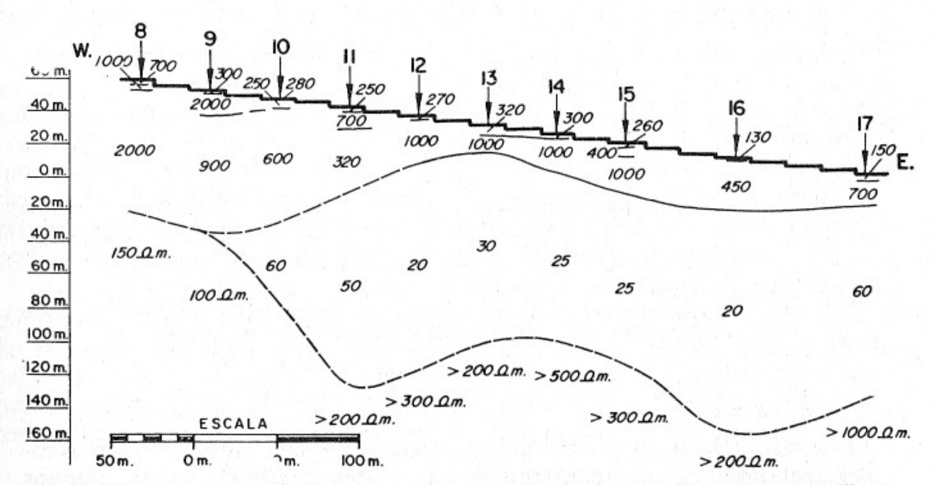


FIG. V-26. Corte geoeléctrico en una zona calcárea que revela un paquete arcilloso, cuya presencia no podía preverse partiendo de la geología de superficie. (Cortesía de Recursos Naturales, S. A.)

Otro ejemplo de investigación de calizas mediante SEV se da en la figura V-25, que representa parte de un corte obtenido en una amplia campaña geoeléctrica llevada a cabo en la provincia de Alicante, con SEV de AB final de 2 km en la mayoría de los casos. Como se ve en dicho corte, no sólo se ha podido seguir la marcha en profundidad de las calizas mesozoicas, y las variaciones de su espesor, sino que se detectan varias subdivisiones en las formaciones que las recubren.

La literatura sobre el estudio geoeléctrico de regiones con rocas calcáreas es relativamente amplia, en especial la referente a zonas cársticas. Dentro de esta última debe mencionarse un libro de Ogil'vi (1957) y varias publicaciones del yugoeslavo Krulc, entre ellas Krulc (1966).

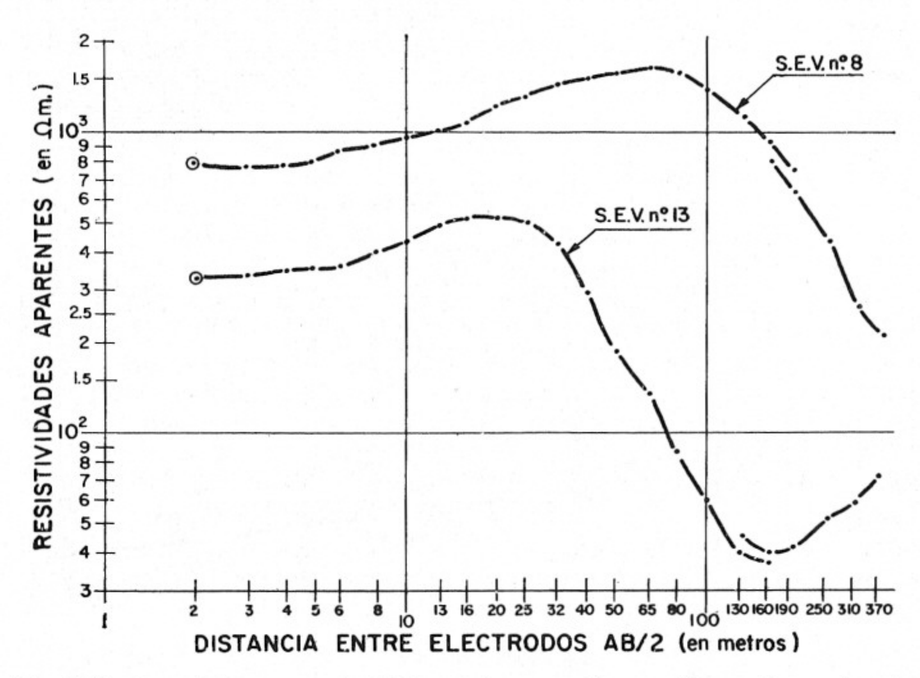


Fig. V-27. Dos de las curvas de SEV cuya interpretación permitió establecer el corte de la figura anterior. (Cortesía de Recursos Naturales, S. A.)

e) *Rocas efusivas.*

En zonas volcánicas es frecuente encontrar rocas efusivas de bastante permeabilidad y que constituyen excelentes acuíferos, como algunos basaltos. En muchos casos tales formaciones pueden detectarse y delimitarse mediante SEV. A veces, el problema es sencillo, pues basta in-

vestigar el espesor de las rocas efusivas permeables apoyadas sobre un sustrato impermeable, arcilloso por ejemplo, lo que no presenta ninguna dificultad, dado el gran contraste de resistividades. En otras zonas, se superponen coladas de diversas épocas, unas permeables y otras impermeables, distinguibles entre sí por la menor resistividad de las primeras y, eventualmente, por la presencia de una capa conductora que las separa, debida a la meteorización de la capa superficial de cada colada, producida en el lapso entre cada dos erupciones sucesivas. Cuando la circulación del agua está determinada por la presencia de diques impermeables subverticales, el problema debe estudiarse por medio de calicatas eléctricas.

En islas volcánicas surge además el problema de la determinación de la profundidad a que se encuentre el límite de separación entre el agua dulce y el agua salada del mar, que también puede resolverse por medio del SEV, según se indica más abajo.

Un ejemplo de investigación geoeléctrica en zona volcánica se encuentra en ZOHDY y JACKSON (1969).

f) *Diferenciación entre aguas dulces y saladas.*

La mayor conductividad de las aguas saladas respecto de las dulces permite diferenciar unas de otras por métodos geoeléctricos, en especial el SEV. Los problemas presentados suelen corresponder a tres tipos principales: *a*) Distinción entre acuíferos de agua dulce y de agua salada; *b*) determinación, en planta, del límite de la zona de contaminación marina, en regiones costeras, y *c*) establecimiento de la marcha en profundidad del contacto agua dulce-agua salada, en islas volcánicas.

En el caso *a*) el problema puede resolverse con bastante precisión si se conoce el factor de formación F de las diferentes rocas de la región estudiada. Una vez determinada mediante SEV la resistividad ρ de cada roca en cada punto, se obtiene directamente la resistividad ρ_w del agua que contiene mediante la fórmula $\rho_w = \rho/F$. De ρ_w se deduce la salinidad equivalente en ClNa por alguno de los medios indicados en el capítulo II, y aunque la exactitud final no es grande, es suficiente para poder desechar los acuíferos no explotables por exceso de sales.*

Para el caso *b*) los resultados de los SEV se representan en mapas de líneas isorresistivas para diferentes valores de AB. Si la litología de la zona es relativamente uniforme, puede darse como invadida por la salinidad marina toda la zona cuya resistividad sea inferior a un valor predeterminado, por ejemplo 15 ohmios-metro. Cuando en la región existen rocas de porosidades diferentes, es más exacto tomar un valor dife-

* Un interesante ejemplo de detección de lentes de agua dulce sobrepuestas a aguas saladas se estudia en BONINI (1980).

rente para cada una de ellas. Esto es lo que ocurre en el ejemplo de la figura V-28 que corresponde a una investigación realizada en el SE de España. La línea de límite de la contaminación marina, no es, por dicha causa, exactamente paralela a las líneas iso-óhmicas, trazadas con los datos de varios centenares de SEV cortos.

Por último, en el caso *c*) el agua salada aparece en las curvas de SEV como un sustrato conductor.

Como ejemplo de investigaciones hidrogeológicas con SEV, pueden citarse Krulc y Mladenovic (1968), Zohdy y Jackson (1969), Volker y Dijkstra (1955) y Worthington (1977). Trabajos más generales sobre la investigación de aguas subterráneas por medio de SEV son los siguientes: Breusse (1963), Serres (1969), Homilius (1969), Flathe (1955 b), Van Dam y Meulenkamp (1967) y Astier (1971).

En España, donde la búsqueda de aguas subterráneas tiene importancia vital, se han efectuado con este fin gran número de campañas geoeléctricas, pero casi ninguna ha sido reflejada en publicaciones técnicas.

V.21 EL SEV EN LA GEOTECNIA

Es grande la utilidad del SEV en los estudios del subsuelo para Geotecnia. Generalmente las profundidades que interesan en estos estudios no exceden de algunas pocas decenas de metros, por lo que las distancias *AB* finales necesarias no suelen sobrepasar 200 m, para el dispositivo Schlumberger.

El problema más frecuente en estas investigaciones es la determinación de la profundidad de la roca firme o sana bajo las capas de recubrimiento y la de alteración, determinando la naturaleza de las primeras.

También es muy corriente el problema de determinar los espesores y naturaleza de las capas superficiales del terreno en zonas de sedimentos recientes. Estas cuestiones se presentan en los estudios previos de cimentación de edificios y otras estructuras, así como en los de carreteras de nuevo trazado.

El método clásico de abordar estas investigaciones era el sondeo mecánico, pero éste presenta los inconvenientes de su coste mucho mayor con relación al SEV y el de que la información recogida corresponde a un volumen muy pequeño de terreno. Los mejores resultados se obtienen combinando un número relativamente reducido de sondeos mecánicos con otro mucho mayor de SEV. De este modo se limitan las ambigüedades del último, en especial en lo que se refiere a la identificación de las diversas capas geoeléctricas, y se reduce el costo total de la exploración a menos de la mitad.

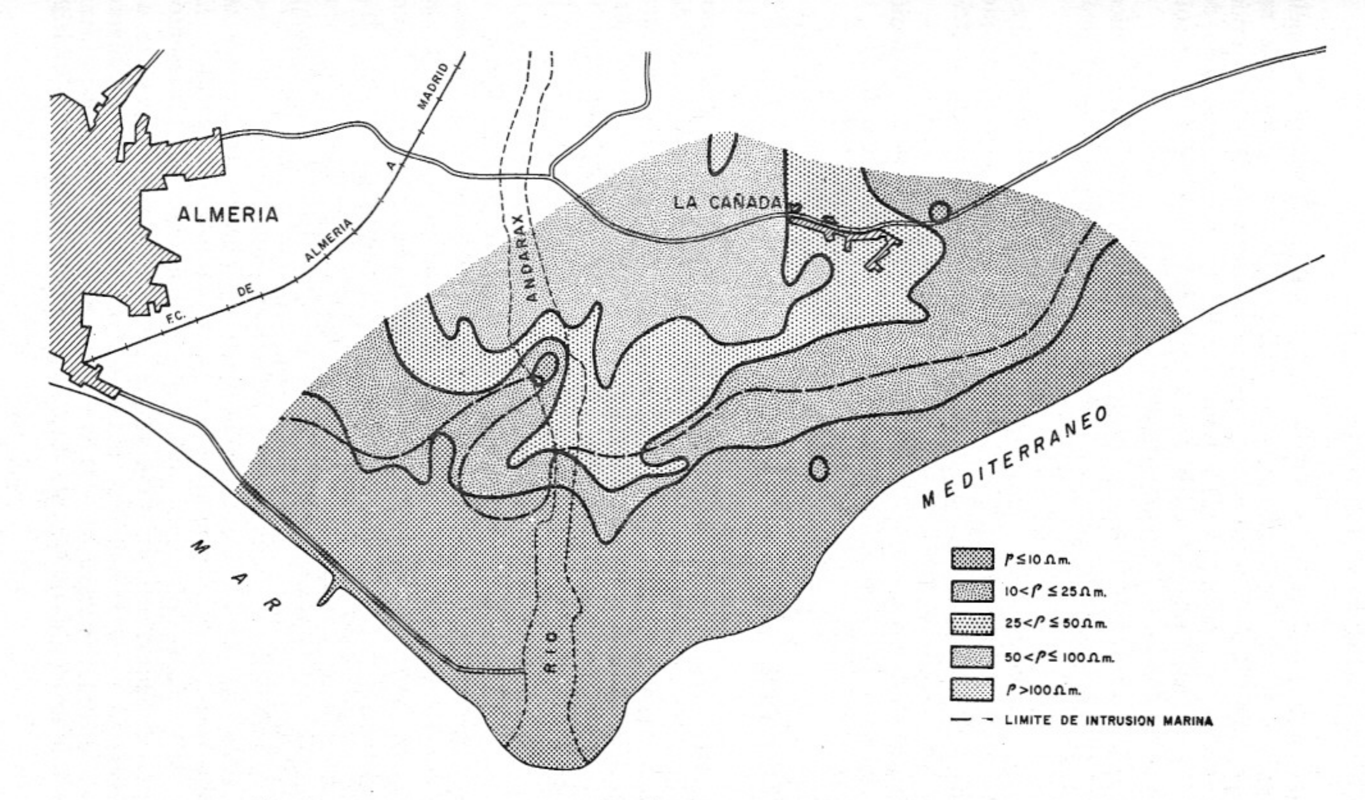


FIG. V-28. Plano de líneas iso-resistivas (iso-óhmicas) en la desembocadura del río Andarax (Almería), trazado para determinar la zona de invasión marina. Datos basados en las resistividades aparentes para AB = 400 m.

(Cortesía de Tecnhydros, S. R. L.)

La profundidad de máximo interés en los trabajos geotécnicos suele ser inferior a 10 m, de donde se sigue que la distancia entre SEV no debe superar los 20 ó 25 m. A veces, por un falso sentido de la economía se trabaja con separaciones de 50 e incluso 100 m, con el resultado de que la información obtenida es incompleta, y poco confiables los resultados interpolados para los puntos intermedios.

En muchos casos, el SEV se combina con extendimientos de sísmica refractiva (por percusión), a fin de determinar la escarificabilidad ("rippability") de los materiales.

Otra aplicación del SEV a la Ingeniería civil es la búsqueda de materiales de construcción y la cubicación aproximada de los mismos, lo que puede hacerse siempre que el material investigado se diferencie eléctricamente de los que le circundan.

La figura V-29 representa un corte geoeléctrico obtenido en el estudio previo realizado sobre el futuro trazado de una carretera en Galicia.

V.22 EL SEV EN LA MINERIA

El puesto del SEV en la geofísica minera es relativamente secundario. Ello se debe a que la mayoría de los yacimientos mineros son objetivos de reducida extensión lateral, por lo que no es aplicable este método para su detección o estudio. No obstante, el SEV puede utilizarse para estudios estructurales que delimiten las zonas más adecuadas para la aplicación de otros procedimientos prospectivos.

Entre las aplicaciones del SEV a estos problemas estructurales de minería figuran la localización de depresiones y zonas carstificadas en el techo de rocas carbonatadas recubiertas, para investigaciones de bauxita, la detección de valles enterrados para la búsqueda de placeres auríferos, etcétera.

Las condiciones son mucho más favorables para la aplicación del SEV en los yacimientos sedimentarios, como ciertas capas ferríferas y las areniscas cupríferas de Kazakhstán, y sobre todo, en las cuencas carboníferas y yacimientos de sales.

Las sales (sal gema, silvinita, anhidrita, etc.), pueden distinguirse de las formaciones que las recubren por su elevadísima resistividad. El método SEV puede utilizarse, tanto para la búsqueda de yacimientos salinos, como para la delimitación lateral de éstos y para el estudio de las variaciones de la profundidad de su techo. Dado el comportamiento como pantalla de las capas salinas, su presencia se revela en las curvas de SEV por una rama ascendente de 45° de pendiente (apartado V.11.d).

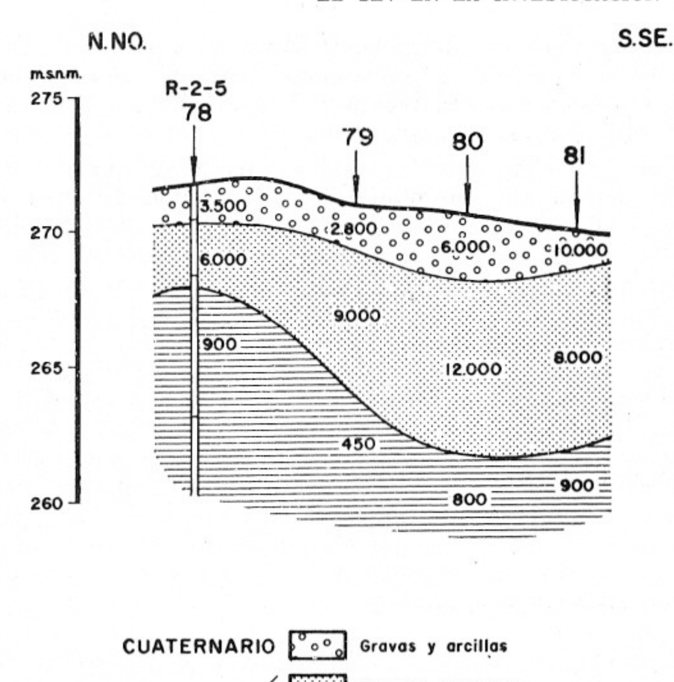


FIG. V-29. Ejemplo de aplicación del método SEV a problemas de Ingeniería Civil. Corto perfil transversal sobre el futuro trazado de una carretera, en Galicia. (Cortesía de Tecnhydros, S. R. L.)

En cuanto a los yacimientos carboníferos, el método SEV permite establecer la marcha subterránea de la formación de muro, descubriendo sus depresiones, y delimitando las áreas de mayor desarrollo de las rocas carboníferas. En algunas zonas pueden aplicarse el método gravimétrico o el sísmico, conjuntamente con el SEV. En casos favorables pueden dederminarse el espesor y la posición de los paquetes productivos, e incluso las propias capas de carbón, si su profundidad y buzamiento no son grandes. Cuando están muy inclinadas, es más adecuado el empleo de calicatas eléctricas.

V.23 EL SEV EN LA INVESTIGACION GEOTERMICA

El auge actual de la búsqueda de nuevas fuentes energéticas ha impulsado el estudio de muchas zonas donde existe, o se cree que pueda

existir, energía geotérmica utilizable. Aunque tales trabajos son abundantes, aún no se ha llegado a conclusiones definitivas sobre cuáles sean los métodos geofísicos más efectivos para la geotermia, ni cuáles sean las modalidades de aplicación más adecuadas.

En estas investigaciones, realizadas hasta ahora con carácter más que nada experimental, se han empleado profusamente diversos métodos geoeléctricos, entre ellos el SEV. La utilidad del SEV para estos problemas es doble: por una parte, puede suministrar útil información estructural; por otra, puede detectar directamente zonas geotérmicas de circulación de aguas subterráneas, a causa de la baja resistividad asociada con la elevada salinidad de las aguas termales. Es frecuente que el SEV se aplique en combinación con otros métodos geoeléctricos, como sondeos dipolares o electromagnéticos, magneto-telúrico, etc., y en ciertos casos la interpretación se efectúa en forma conjunta por inversión. Ejemplos de la utilización del SEV en este nuevo campo pueden verse, entre otros, en ZOHDY (1973), TRIPP *et al* (1978) y en la revista especializada *Geothermics*.

V.24 S E V DE GRAN PROFUNDIDAD

Estuvo muy difundida la equivocada idea de que el método SEV en particular, y los geoeléctricos en general, eran de penetración limitada, y no podían suministrar información por debajo de los 500 m de profundidad. No es raro encontrar en libros de texto afirmaciones de acuerdo con esta creencia.

Salvo en los casos ya mencionados, de existencia de capas pantalla, no existe limitación teórica respecto de la profundidad de investigación del SEV, si bien, como es natural, a medida que aumenta la profundidad, los requisitos para que una misma capa sea detectable son cada vez más exigentes.

El modo más eficaz para demostrar las posibilidades del SEV en estudios profundos (más de 10 km). es reseñar las investigaciones realizadas con este método sobre las propiedades eléctricas de las capas inferiores de la corteza terrestre.

En el origen de estas investigaciones encontramos, como en tantas otras cuestiones de Prospección Geoeléctrica, la gran figura de Conrad Schlumberger, quien en 1932 realizó el primer intento de SEV profundo, con AB = 50 kms utilizando un tendido telegráfico como líneas AB (SCHLUMBERGER, 1932).

En 1948, los geofísicos de la Universidad de Leningrado realizaron un nuevo intento, que queda fuera del alcance de este capítulo por haberse empleado el dispositivo dipolar (KRAEV, 1952).

La Cie. General de Geophysique efectuó, en 1960, un SEV profundo con AB final de 70 km en el macizo granítico de Mortagne, en la Vendée (Francia), utilizando técnicas clásicas y realizando rigurosas pruebas de fugas. A pesar de la gran longitud de la línea, sólo se necesitó una intensidad *I* de 1 amperio, con 800 V de tensión de alimentación. Los valores de ambas magnitudes se medían sobre registros (MIGAUX *et al,* 1960).

Entre 1961 y 1963, el Geological Survey, de Estados Unidos, llevó a cabo una serie de estudios y mediciones de la resistividad eléctrica de las capas profundas de la corteza terrestre, con objeto de decidir la factibilidad de un método propuesto para la detección de explosiones nucleares subterráneas. Los sondeos efectuados, dipolares y magneto-telúricos, se encuentran reseñados en seis artículos de Keller y otros autores, que aparecen en el número de diciembre de 1966 de *Geophysics.*

En la reunión de Salzburgo de la EAEG (junio de 1968), Blohm y Flathe dieron cuenta de la realización de un SEV Schlumberger con 150 km de AB, en la fosa tectónica del Rhin. Las mediciones fueron efectuadas en 1967, por medio de líneas de alta tensión aún no puestas en servicio, y se aplicaron corrientes de emisión del orden del centenar de amperios.

Pudo parecer entonces que tal longitud de AB no podía ser sobrepasada, por razones prácticas, pero el año siguiente, VAN ZIJL (1969) dio cuenta de un SEV Schlumberger con AB final de 270 km efectuado por él en Pofadder, sobre el complejo granoneisítico de Namaqualand (Africa del Sur). Es curioso que, gracias a las elevadas resistividades presentes, la medición pudiera realizarse con una fuente de energía de tan sólo 1,5 Kw en el circuito de emisión, con la que se obtenían intensidades del orden de 1 A. Hasta AB = 16 km se utilizaron cables del modo usual, y luego una línea telefónica. La distancia MN para las últimas estaciones fue de 4,5 km. Se elegía cuidadosamente la ubicación de cada tomatierras de emisión; con este fin, un geólogo asesor figuraba en cada patrulla encargada de esta tarea.

El mismo Van Zijl ha podido efectuar un SEV aún más largo, con AB final de 600 km en Dealesville (Africa del Sur). En este caso se utilizó un generador de 15 Kw y la mayor distancia MN fue de 2 km menos de la mitad que en el caso anterior. Como línea AB se utilizó una de alta tensión, aún no puesta en funcionamiento. Una de las dificultades encontradas fue que en algunos tramos, otras líneas próximas de alta tensión inducían sobre la utilizada en el SEV, lo que no sólo perturbó las mediciones, sino que, desgraciadamente, causó la muerte por electrocución del geofísico Jean-Hervé de Bellocq, colaborador de Van Zijl (VAN ZIJL *et al,* 1970).

La figura V-30 representa las curvas de estos dos SEV.

Posteriormente (VANZIJL y JOUBERT, 1975) se han efectuado al menos otros tres SEV profundos con distancias *AB* de 350 y 400 km, sobre otras zonas del Precámbrico de Africa del Sur.* Las técnicas utilizadas en ellos son análogas a las ya descritas, con mayor atención a los fenómenos transitorios. En estos nuevos SEV puede apreciarse, no sólo la disminución de la resistividad aparente más allá del máximo de la curva, sino un tramo prácticamente horizontal.

Las consecuencias que de estas mediciones deducen sus autores es que en Africa del Sur la resistividad de la corteza no pasa de 10^5 ohm-m a profundidad menor de 10 km. Esta capa de resistividad alta presenta un parámetro *T* que varía de 5 a 11 $\times$ 10^8 ohm-m^2. Más abajo, la resistividad desciende hasta valores de 700 a 1.300 ohm-m a profundidades de 16 a 20 km, y permanece estable hasta por lo menos 200 km de profundidad. Es muy importante el hecho de que esta zona conductora coincida con la capa de baja velocidad sísmica existente en la región.

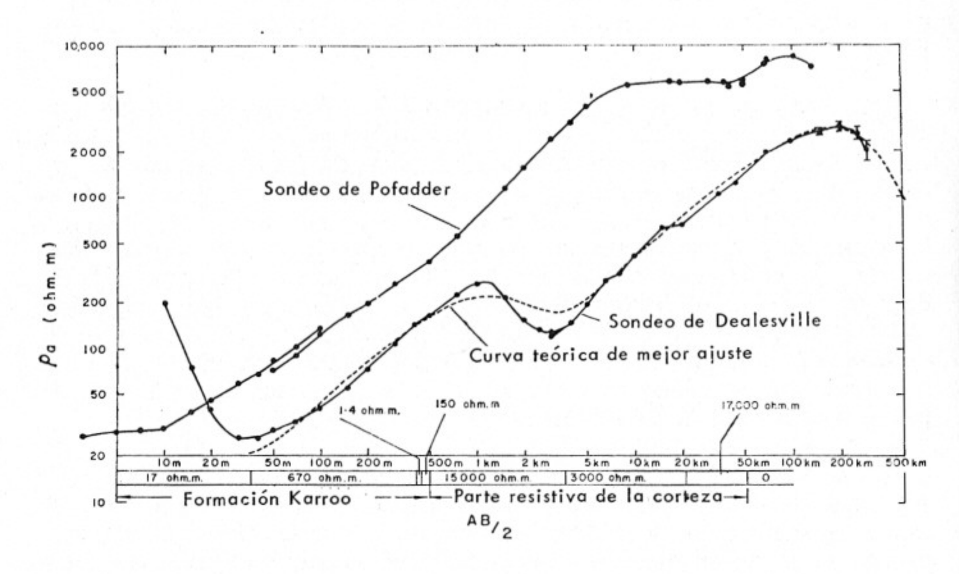


FIG. V-30. Curvas de SEV Schlumberger ultraprofundos realizados en África del Sur, los de mayor longitud AB realizados hasta la fecha. Según Van Zijl. (Cortesía de la EAEG.)

* La máxima distancia *AB* alcanzada por Van Zijl es en la actualidad de 1.200 Km (!).

V.25 EJECUCION DE S E V ACUATICOS

La ejecución en zonas cubiertas por agua adopta dos modalidades básicas según que los electrodos se sitúen en la superficie del agua o en el fondo de ésta. En la primera modalidad, la interpretación se efectúa por medio de las curvas patrón usuales, mientras que en la segunda son necesarias curvas especiales como las mencionadas en el apartado IV.14.

En ambos casos el artificio esencial empleado es el *haz,* que es un conjunto de conductores aislados de diferente longitud (fig. V-31), con un extremo coincidente. El otro extremo de cada conductor va conectado a un electrodo, que puede ser de tipo análogo a los empleados en tierra. Un sistema de conmutación permite conectar cada conductor y su electrodo a uno de los polos del generador o del instrumento de medida. Según la modalidad empleada, el haz se mantiene en la superficie por medio de flotadores (y sujeto a las orillas si las mediciones se hacen en un río no demasiado ancho) o se deposita en el fondo.

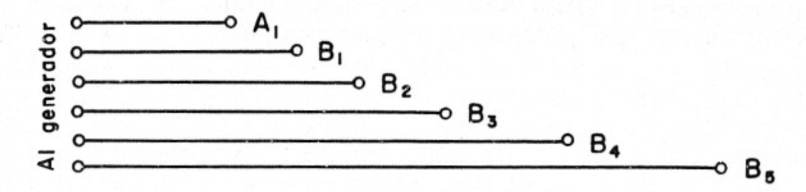


FIG. V-31. Esquema de los haces de conductores empleados en prospección geoeléctrica marina. En la realidad los conductores van atados, formando un mazo, pero se han dibujado separados para mayor claridad.

Las mediciones se hacen del modo usual, sustituyendo el desplazamiento a nuevas distancias de los electrodos de corriente por la conexión a un cable más largo de los que constituyen el haz.

Este sistema ha sido utilizado, con el dispositivo Wenner y en la modalidad de fondo, por VOLKER y DIJKSTRA (1955). En este trabajo se realizaron unos 140 SEV acuáticos (hasta 4 por día) en el Zuiderzee, con la finalidad, alcanzada satisfactoriamente, de determinar la salinidad de las aguas subterráneas existentes en las formaciones arenosas que se encuentran por debajo del lago artificial (antes mar) citado.

La distancia AB máxima utilizada en dichas mediciones fue de 1188 m ($a = 396$ m). Para distancias mayores suele ser preferible el empleo del dispositivo dipolar axil, según se describe en el apartado VI.13.

La experiencia del autor en el empleo del haz en extendimientos cortos comprueba que los SEV acuáticos se efectúan mucho más rápida y cómodamente que los normales terrestres. Al mismo tiempo, la calidad

de las curvas es mejor que en tierra, por causa de la horizontalidad y homogeneidad de la capa superficial, en este caso agua.

Las magníficas (esto es, muy bajas) resistencias de contacto hacen que puedan emplearse fuentes de alimentación de sólo unas pocas decenas de voltios, lo que por otra parte es obligado en evitación de accidentes al personal, muy peligrosos por la gran conductividad del medio.

En este tipo de trabajos, cuando los electrodos se hallan en la superficie es necesario medir la profundidad del fondo bajo el centro del SEV en el momento de la medición (pues varía con la marea o con variaciones en el caudal del río), ya que este dato es necesario para la interpretación.

F. K. BOULOS (1972) realizó SEV en las aguas del Nilo, por medio de técnicas semejantes a las arriba descritas. Entre las útiles ideas que se encuentran en dicho artículo, figuran el engrasado de los cables para evitar fugas, muy fáciles en el agua, y la necesidad de que las embarcaciones empleadas sean de madera (o plástico). Las de casco metálico deben mantenerse alejadas de los electrodos durante la medición, por las perturbaciones que producirían en caso contrario.

Capítulo VI

SONDEOS DIPOLARES

VI.1 DEFINICION Y CARACTERISTICAS PRINCIPALES

Se llama *sondeo dipolar* (SD) a una serie de determinaciones de la resistividad aparente del subsuelo efectuadas por medio de alguno de los dispositivos electródicos dipolares descritos en el apartado III.8, con separación creciente entre los centros de los dipolos y conservación del tipo del dispositivo. Los sondeos dipolares se clasifican de acuerdo con este tipo, siguiendo la nomenclatura expuesta en el párrafo mencionado; y así, existen SD axiles, paralelos, etc.

Los SD surgieron como consecuencia de las dificultades que presentaba la ejecución de SEV profundos, por causa de la gran longitud de las líneas AB exigidas. El tendido de éstas resulta molesto y lento, y por otra parte, la posibilidad de fugas de corriente y los efectos de inducción sobre el circuito MN aumentan con la distancia AB. Estos inconvenientes quedan eliminados en los SD, porque en ellos basta una línea corta para cada uno de los dipolos sin que éstos tengan que estar unidos por ningún cable. Al propio tiempo, los SD poseen otras ventajas, como son la posibilidad de su empleo en modalidad bilateral (descrita más abajo) y el mayor poder resolutivo que presentan algunos tipos de SD si se comparan con el SEV *, en especial en lo que respecta a inclinación de las capas.

Como contrapartida, los sondeos dipolares no están exentos de inconvenientes; uno de los más destacados es la necesidad de emplear generadores muy potentes en el circuito de emisión. Esto se debe a que

* Aunque algunos autores incluyen los sondeos dipolares en la denominación SEV, aquí emplearemos ésta para referirnos al dispositivo Schlumberger.

el campo dipolar decrece con el cubo de la distancia, por lo que la d.d.p. medida en el dipolo MN sería demasiado pequeña si el generador de emisión tuviese poca potencia. Además los SD exigen gran cuidado en su ejecución, y requieren trabajo topográfico más complejo, son más sensibles que el SEV a los efectos topográficos y se ven muy influidos por las heterogeneidades locales y cambios laterales de resistividad. Lo último hasta tal extremo, que KELLER (1975) ha podido decir que "los sondeos dipolares son normalmente más sensibles a los cambios laterales de la resistividad que existen bajo la zona que se estudia que a los cambios verticales". Este defecto ha impedido el uso general de los SD, pero ha originado un nuevo método, el de la cartografía dipolar de resistividades, que se expone más adelante.

VI.2 TIPOS DE SONDEO DIPOLAR

Según se deduce de lo expuesto en el apartado anterior y en el capítulo III, los tipos básicos de SD serían el radial, el azimutal, el perpendicular y el paralelo, en correspondencia con los dispositivos fundamentales. Ahora bien, en la práctica se utilizan solamente tres tipos de SD, que son el *sondeo dipolar axil* (SDO) * como caso particular del radial con $\theta = 0$; el *sondeo dipolar ecuatorial* (SDE) como caso particular del paralelo, por una parte, y del azimutal con $\theta = \frac{\pi}{2}$ por otra, y el sondeo dipolar azimutal (SDA). Los otros tipos posibles no suelen aplicarse, aunque no carecen de interés, al menos teórico.

Durante la ejecución de cada uno de estos tipos de sondeo, van efectuándose sucesivamente medidas de resistividad aparente, aumentándose después de cada una de ellas la distancia R entre los centros de los dipolos (fig. VI-1, *a, b,* y *c*). Este aumento de distancia podría conseguirse desplazando ambos dipolos, pero en la práctica suele mantenerse fijo el AB, mientras que el dipolo de potencial MN va siendo colocado en posiciones cada vez más alejadas del primero. Aunque cabría hacer lo contrario, no suele hacerse así, por razones prácticas.

Con objeto de poder aplicar la teoría de dipolos infinitesimales expuesta en el capítulo III, las longitudes AB y MN han de ser pequeñas frente a R. Al crecer esta distancia, la d.d.p. medida por el dipolo MN disminuye rápidamente, y su valor llega a ser de difícil evaluación. Para evitar esto se aumenta de vez en cuando la longitud AB o la MN, con

* Usamos la letra *O* en vez de *A* para distinguir este dispositivo del azimutal.

lo que crece dicha d.d.p. Esta operación se llama *empalme* y es análoga a la que, con el mismo nombre, se efectúa en el SEV. Como en éste, deben efectuarse dos o tres mediciones dobles cuando se pasa de una longitud AB (o MN) a otra mayor, cada una de ellas para el valor previo de AB (o MN) y el nuevo. Las curvas de sondeo dipolar se componen, pues, de cierto número de trozos, cada uno de los cuales corresponde a un valor de AB y otro de MN.

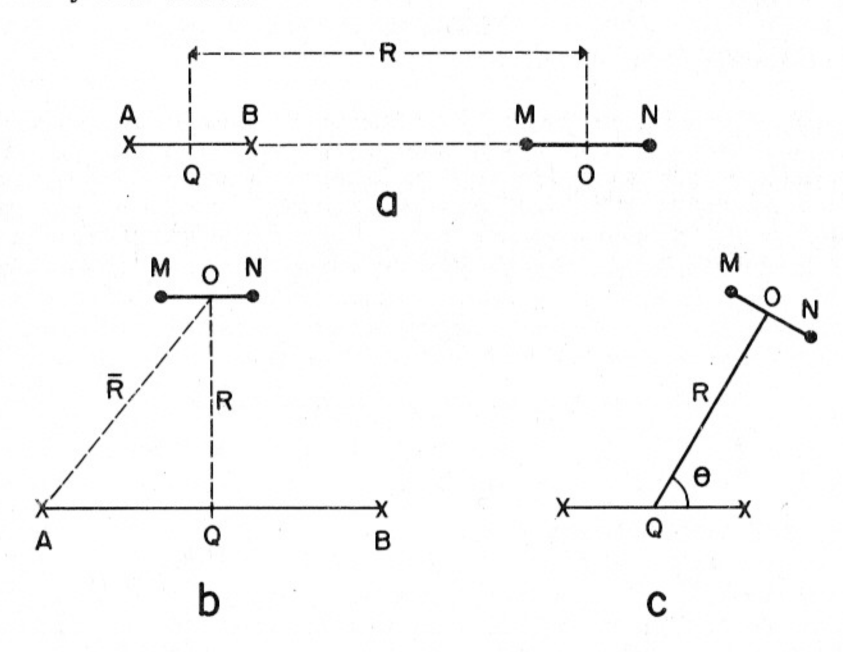


FIG. VI-1. Los tres dispositivos dipolares más usados: a) axil; b) ecuatorial; c) azimutal. Durante la ejecución de cada sondeo el dipolo AB suele permanecer fijo, mientras que se va aumentando la distancia R.

En todo caso, tanto AB como MN no han de superar una determinada fracción de *R*. Los geofísicos soviéticos utilizan en la práctica las siguientes condiciones, que han de cumplirse en el campo para que la teoría de dipolos infinitesimales sea aceptablemente válida.

a) *Sondeos dipolares axiles*

$$AB \leqslant 0{,}2\ R$$
$$MN \leqslant 0{,}2\ R$$

b) *Sondeos dipolares ecuatoriales*

$$0{,}6\,R \leqslant \mathrm{AB} \leqslant 1{,}3\,R$$
$$\mathrm{MN} \leqslant 0{,}2\ R$$

c) *Sondeos dipolares azimutales*

$$\mathrm{AB} \leqslant 0{,}6\ R$$
$$\mathrm{MN} \leqslant 0{,}2\ R$$

(Para SDA con $70° \leqslant \theta \leqslant 110°$)

Los SD pueden efectuarse bilateralmente. El concepto de *sondeo bilateral* se aclara fácilmente mediante un ejemplo. Supóngase que va a realizarse un SD con el dipolo AB en la ubicación indicada en la figura VI-2 a. El dipolo MN ha de desplazarse sobre la línea AB, pero esto puede cumplirse tanto a un lado como al otro del segmento AB. Por lo tanto, para una misma posición del dipolo de corriente pueden efectuarse

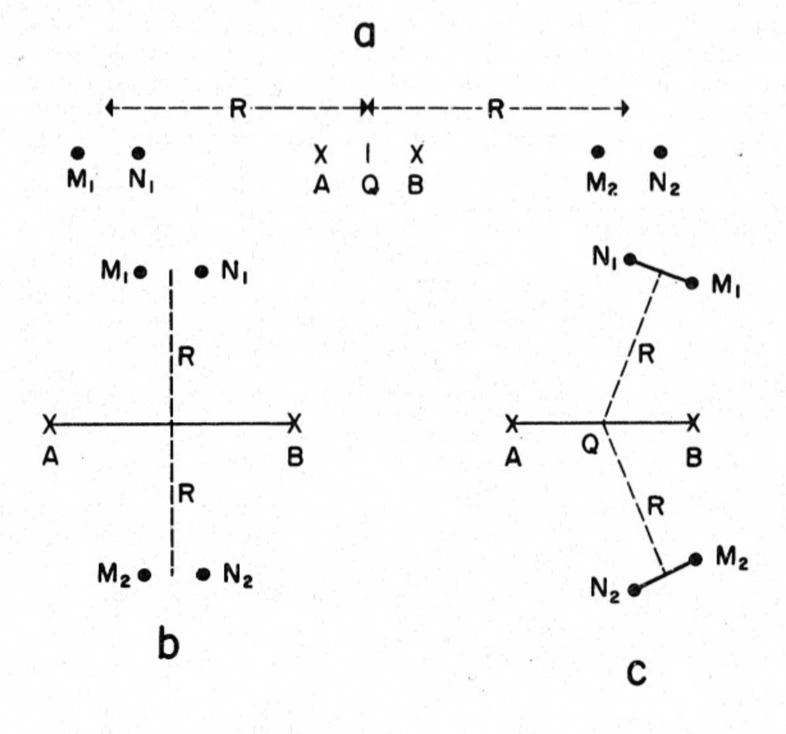


FIG. VI-2. Ubicación de los electrodos en los sondeos dipolares bilaterales: a) Sondeo axil; b) Sondeo ecuatorial; c) Sondeo azimutal.

dos SDO diferentes, el uno con el dipolo de medición situado tal como el $M_1 N_1$ de la figura, y el otro con dicho dipolo avanzando en sentido opuesto como el M_2N_2. En la práctica es corriente efectuar ambos sondeos, obteniéndose así un sondeo doble o bilateral. Cuando se efectúa sólo uno de los dos sondeos posibles se habla de *sondeo monolateral*. En las figuras VI-2 b y VI-2 c se ilustran los casos de SDE y SDA bilaterales. Los geofísicos soviéticos distinguen entre sí los dos sondeos que componen uno bilateral, atribuyéndoles respectivamente los signos más y menos, lo que, en opinión del autor, puede ser causa de interpretaciones erróneas.

La ventaja principal de los sondeos bilaterales resulta de la posibilidad de comparar entre ellos los resultados de las dos mediciones. Supóngase que el SDO bilateral de la figura VI.2 a se ha efectuado en el curso de una campaña para la determinación de la marcha de un sustrato resistivo. Entonces, si la interpretación del sondeo obtenido con el dipolo $M_1 N_1$ y que podemos denominar sondeo Oeste, encuentra el sustrato a mayor profundidad que el sondeo realizado mediante el dipolo M_2N_2 (Sondeo Este) se puede asegurar que el techo del sustrato buza hacia el Oeste, lo que no habría podido establecerse con un sólo sondeo monolateral.

VI.3 DISTANCIA REPRESENTATIVA

Los resultados de un SD se expresan, según se ha dicho más arriba, por una curva de resistividad aparente en función del tamaño geométrico del dispositivo. El parámetro que mejor caracteriza dicho tamaño es lógicamente R, ya que AB y MN pueden tomarse como constantes si son despreciables frente a R. Sin embargo, no siempre ocurre así en la práctica, aun dentro de las condiciones expuestas en el apartado anterior, lo que obliga a aplicar correcciones, y por otra parte, es muy conveniente poder comparar las curvas de SD con las de SEV. Por esta causa, en la representación de las curvas de SD, no siempre se llevan en abscisas las distancias R, sino una longitud algo diferente, que llamaremos *distancia representativa*. Las utilizadas en la práctica por Al'pin y sus compatriotas son las siguientes:

a) *Sondeo dipolar axil.*

En este caso, la distancia representativa es sencillamente la distancia R entre los centros respectivos de emisión y recepción (fig. VI-1 a).

b) *Sondeo dipolar ecuatorial.*

Como la longitud AB no suele ser despreciable frente a *R,* se toma distancia representativa la R = AO = BO (fig. VI-1 b).

c) *Sondeo dipolar azimutal.*

La distancia representativa utilizada en la práctica es pR donde p es un factor correctivo que se aplica para tener en cuenta que la longitud AB no es nula (fig. VI-1 c).

El valor de p, que depende de la relación AB/R y del ángulo θ, puede determinarse por medio del adjunto ábaco, que aparece en varias obras soviéticas sin ninguna indicación sobre la fórmula utilizada para su cálculo (fig. VI-3).

VI.4 CLASES DE RESISTIVIDAD APARENTE EN LOS SONDEOS DIPOLARES

Según se indicó en el apartado III.10, la resistividad aparente obtenida con un dispositivo dipolar depende, en igualdad de las demás condiciones, del ángulo γ determinado por la línea MN con el radio vector *QO* (fig. VI-4). Para evitar dificultades de signo, se supondrá que el electrodo *A* es el que está conectado al polo positivo de la fuente del circuito de

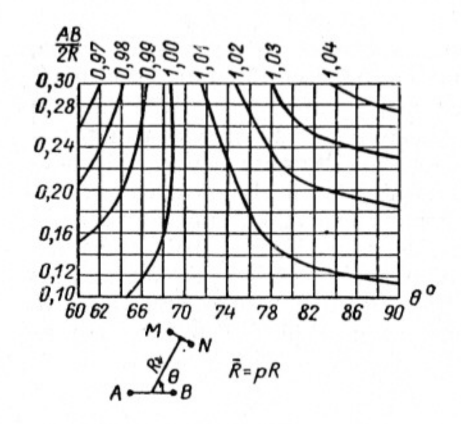


FIG. VI-3. Ábaco para la determinación del coeficiente de corrección p en los sondeos azimutales. (Según Vedrintsev, en Tarkhov.)

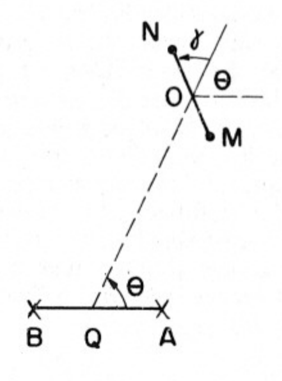


FIG. VI-4. Sentido de medición de ángulos en los dispositivos dipolares.

emisión. También es preciso un convenio sobre el signo que debe darse al ángulo γ. Para ello hay que comenzar por establecer cuál de los electrodos de recepción es M y cuál es N. Siguiendo a Al'pin se toma el convenio de designar por la letra N al electrodo de recepción que tenga mayor su coordenada R, θ, x o y según que el dispositivo considerado sea, respectivamente, radial, azimutal, paralelo o perpendicular. * Una vez fijado cuál es el electrodo N, se mide el ángulo γ partiendo del radio vector QO en sentido positivo, hasta la semirrecta ON. Estos convenios no tienen gran importancia si se toma en valor absoluto la d.d.p. entre M y N, pero Al'pin prefiere seguirlos estrictamente, y entonces puede ocurrir que la resistividad aparente resulte negativa, lo que no tendría sentido si se tratase de resistividades verdaderas, pero puede dar útil información, según dicho autor, sobre la distribución del potencial en la superficie del terreno.

Si manteniendo fijo el dipolo AB y el centro O del MN se hace girar éste alrededor de dicho centro, la resistividad aparente medida irá variando en función del ángulo γ. Los valores más característicos corresponden a las orientaciones de MN que coinciden con alguno de los ejes

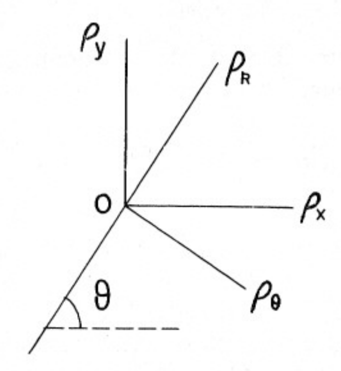


FIG. VI-5. Direcciones del dipolo MN a que corresponden las resistividades principales: azimutal (ρ_θ), paralela (ρ_x), radial (ρ_R) y perpendicular (ρ_y).

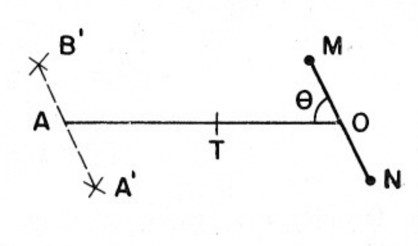


FIG. VI-6. Utilizada para el establecimiento de las relaciones entre las resistividades dipolares y la Schlumberger, en medios lateralmente homogéneos.

* Este criterio presenta el inconveniente de que al ser aplicado al dispositivo ecuatorial, la letra N corresponde a diferentes electrodos según que el dispositivo se considere como azimutal o como paralelo. Esta ambigüedad se resuelve en la práctica poniendo las letras M,N en el mismo sentido que las A,B.

de coordenadas cartesianas o polares. Resultan así las resistividades ρ_R, ρ_θ, ρ_x y ρ_y que se denominan respectivamente *radial, azimutal, paralela* y *perpendicular*. Las direcciones respectivas se indican en la figura VI.5. Los valores de los ángulos correspondientes, son por el mismo orden, 0, $3\pi/2$, $2\pi - \theta$ y $\pi/2 - \theta$.

Es de gran importancia establecer las relaciones existentes entre las cuatro resistividades mencionadas y las de éstas con la correspondiente al dispositivo Schlumberger, la cual representaremos por ρ_S. Con este fin, consideremos un dispositivo trielectródico AMN, en el que los electrodos de recepción no están alineados con el de emisión A (fig. VI-6). Sea θ el ángulo determinado por el segmento MN con el OA, que pasa por su centro. Si se aplica al electrodo A una intensidad de corriente I, aparecerá entre M y N una d.d.p. ΔV la cual, según se deduce de la ecuación (III,12) valdrá

$$\Delta V = \frac{\rho I}{2\pi}\left(\frac{1}{\overline{AM}} - \frac{1}{\overline{AN}}\right) \qquad \text{(VI,1)}$$

donde ρ es la resistividad del medio, supuesto homogéneo.

Si se cumple la condición de Schlumberger $\overline{MN} \ll \overline{AO}$ y llamamos $a = \overline{MN}$ se cumplirán las igualdades aproximadas

$$\overline{AM} \simeq \overline{OA} - \frac{a}{2}\cos\theta$$

$$\overline{AN} \simeq \overline{OA} + \frac{a}{2}\cos\theta$$

que llevadas a la (VI,1), dan

$$\Delta V = \frac{\rho I}{2\pi}\left(\frac{1}{\overline{OA} - \frac{a}{2}\cos\theta} - \frac{1}{\overline{OA} + \frac{a}{2}\cos\theta}\right) =$$

$$= \frac{\rho I}{2\pi}\,\frac{a\cos\theta}{\overline{OA}^2 - \frac{a^2}{4}\cos^2\theta} \simeq \frac{\rho I}{2\pi}\,\frac{a\cos\theta}{OA^2} \qquad \text{(VI,2)}$$

La igualdad aproximada (VI,2) puede tomarse como válida siempre que a sea suficientemente pequeña. Si el medio fuera homogéneo sólo lateralmente, como ocurre en los medios estratificados, podríamos sustituir ρ por ρ_a y se tendrá

$$\rho_a = 2\pi\, \overline{OA}^2 \frac{\Delta V}{a \cos\theta} \; \frac{1}{I} = 2\pi\, \overline{OA}^2 \frac{E'}{\cos\theta} \; \frac{1}{I} \qquad \text{(VI,3)}$$

donde $E' = \Delta V/a$ es el campo eléctrico en la dirección MN. Pero si llamamos E al campo eléctrico total, cuya dirección es OA, se tendrá $E' = E \cos\theta$, por lo que la (VI,3) puede escribirse

$$\rho_a = 2\pi\, \overline{OA}^2 \frac{E}{I} \qquad \text{(VI,4)}$$

que prueba que la resistividad aparente medida con el dispositivo que estamos considerando es independiente del ángulo θ, y es igual a la obtenida por un dispositivo trielectródico Schlumberger, ya que la (VI,4) es idéntica a la (III,29) aplicable a dicho dispositivo, puesto que en esta última $L = \overline{OA}$ y $\Delta V/a = E$.

Si ahora se sustituye el dipolo pasivo MN por un dipolo activo o de emisión de la misma longitud y posición, éste creará en A un potencial igual al ΔV producido entre M y N por el electrodo inicial A, según se deduce fácilmente del principio de reciprocidad. Teniendo en cuenta que el medio es lateralmente homogéneo, podrá efectuarse un giro de 180° de todo el conjunto alrededor del centro T del segmento OA sin que nada cambie. El dipolo de emisión quedará ahora en la posición $A'B'$. Como consecuencia de lo dicho, el potencial U en el punto O, producido por el dipolo $A'B'$ será igual al ΔV ya calculado, o sea

$$U = \frac{\rho_a I}{2\pi} \; \frac{a \cos\theta}{OA^2}$$

Conviene efectuar en esta fórmula algunos cambios de notación, para seguir la empleada en el capítulo III para los campos dipolares. Para ello se pone $\overline{OA} = R$ y se sustituye a por b ya que es esta la letra que se suele utilizar para expresar la longitud AB. Por otra parte la ρ_a es, según se ha visto, la que se obtendría con un dispositivo Schlumberger, y la escribiremos ρ_S para distinguirla de las resistividades correspondientes a los dispositivos dipolares. Después de efectuados los cambios reseñados se tiene

$$U = \frac{\rho_s I}{2\pi} \; \frac{b \cos\theta}{R^2} \qquad \text{(VI,5)}$$

Para calcular las resistividades dipolares que corresponden a las diversas direcciones del dipolo MN habrá que determinar los valores del

campo eléctrico en ellas. Para las direcciones de los ejes polares se tendrá

$$E_R = -\frac{\partial U}{\partial R} = \frac{bI}{2\pi R^3}\left(\frac{2\rho_S}{R} - \frac{\partial \rho_S}{\partial R}\right)\cos\theta$$

$$E_\theta = \frac{1}{R}\frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{bI}{2\pi R^3}\operatorname{sen}\theta\,\rho_S \qquad \text{(VI,6)}$$

donde, al efectuar las derivaciones, se ha tenido en cuenta que ρ_S depende de R, pero no de θ por haber homogeneidad lateral.

Si en la fórmula general de la resistividad aparente

$$\rho_a = K\frac{\Delta V}{I}$$

se dan a K respectivamente los valores dados por las (III,46) y (III,47) se tiene

$$\rho_R = \frac{\pi R^3}{\overline{AB}\cdot\overline{MN}}\frac{1}{\cos\theta}\frac{\Delta V}{I} = \frac{\pi}{bI}R^3\frac{1}{\cos\theta}E_R$$

$$\rho_\theta = \frac{2\pi R^3}{\overline{AB}\cdot\overline{MN}}\frac{1}{\operatorname{sen}\theta}\frac{\Delta V}{I} = \frac{2\pi R^3}{bI}\frac{1}{\operatorname{sen}\theta}E_\theta \qquad \text{(VI,7)}$$

con $b = AB$ y $E = \Delta V/MN$ para cada componente. Sustituyendo E_R y E_θ por sus expresiones (IV,3) resultan las importantes relaciones

$$\rho_R = \rho_S - \frac{R}{2}\frac{\partial \rho_S}{\partial R} \qquad \text{(VI,8)}$$

$$\rho_\theta = \rho_S \qquad \text{(VI,9)}$$

Para las direcciones de los ejes cartesianos se procede de modo análogo. De las (III,44) y (III,45) se deduce que

$$\rho_x = \frac{2\pi R^3}{\overline{AB}\cdot\overline{MN}}(3\cos^2\theta - 1)^{-1}\frac{\Delta V}{I} = \frac{2\pi R^3}{bI}(3\cos^2\theta - 1)^{-1}E_x$$

$$\rho_y = \frac{\pi R^3}{\overline{AB}\cdot\overline{MN}}\frac{4}{3\operatorname{sen}2\theta}\frac{\Delta V}{I} = \frac{\pi R^3}{bI}\frac{4}{3\operatorname{sen}2\theta}E_y \qquad \text{(VI;10)}$$

Ahora bien, los valores de E_x y E_y pueden obtenerse a partir de las componentes polares E_R, E_θ por medio de la transformación

$$E_x = E_R \cos\theta - E_\theta \operatorname{sen}\theta$$
$$E_y = E_R \operatorname{sen}\theta + E_\theta \cos\theta$$

que aplicado a las (VI,6) da

$$E_x = \frac{bI}{2\pi R^2}\cos^2\theta\left(\frac{2\rho_S}{R} - \frac{\partial\rho_S}{\partial R}\right) - \frac{bI}{2\pi R^3}\operatorname{sen}^2\theta\,\rho_S =$$
$$= \frac{bI}{2\pi R^3}\left[(3\cos^2\theta - 1)\,\rho_S - R\cos^2\theta\,\frac{\partial\rho_S}{\partial R}\right]$$

$$E_y = \frac{bI}{2\pi R^2}\operatorname{sen}\theta\cdot\cos\theta\left(\frac{2\rho_S}{R} - \frac{\partial\rho_S}{\partial R}\right) + \frac{bI}{2\pi R^3}\operatorname{sen}\theta\cos\theta\,\rho_S = \qquad \text{(VI,11)}$$
$$= \frac{bI}{4\pi R^3}\operatorname{sen}2\theta\left(3\,\rho_S - R\,\frac{\partial\rho_S}{\partial R}\right)$$

expresiones que, sustituidas en las (VI,10) llevan a las relaciones

$$\rho_x = \rho_S - R\,\frac{\cos^2\theta}{3\cos^2\theta - 1}\,\frac{\partial\rho_S}{\partial R} \qquad \text{(VI,12)}$$

$$\rho_y = \rho_S - \frac{R}{3}\,\frac{\partial\rho_S}{\partial R} \qquad \text{(VI,13)}$$

En el caso general, en el que el ángulo γ es cualquiera, se cumple la ecuación (III,43) que, con la notación empleada en este apartado, se escribirá

$$\rho_\gamma = \frac{2\pi R^3}{aI}(2\cos\gamma\cdot\cos\theta + \operatorname{sen}\gamma\cdot\operatorname{sen}\theta)^{-1}E_\gamma \qquad \text{(VI,14)}$$

pero, siendo $E_\gamma = E_r\cos\gamma + E_\theta\operatorname{sen}\gamma$ y utilizando las expresiones de E_r y E_θ dadas por las (VI,6) resulta

$$\rho_\gamma = \frac{2\cos\theta\cos\gamma\cdot\rho_r + \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\gamma\cdot\rho_\theta}{2\cos\theta\cos\gamma + \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\gamma} \qquad \text{(VI,15)}$$

Sustituyendo en ésta ρ_R y ρ_θ por las (VI,8) y (VI,9) se obtiene

$$\rho_\gamma = \frac{\cos\theta\cdot\cos\gamma\left(2\,\rho_S - R\,\dfrac{\partial\rho_S}{\partial R}\right) + \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\gamma\cdot\ s}{2\cos\theta\cdot\cos\gamma + \operatorname{sen}\theta\cdot\operatorname{sen}\gamma} \qquad \text{(VI,16)}$$

expresión que da el valor de ρ_Υ en función de ρ_S para cualquier ángulo γ.

También puede expresarse ρ_Υ en función de ρ_x y ρ_y. Para ellos ha de tenerse en cuenta que, según la figura III-11, es

$$E_\Upsilon = E_x \cos(\gamma + \theta) + E_y \operatorname{sen}(\gamma + \theta) \qquad \text{(VI,17)}$$

por lo que de la (VI,14) se deduce que

$$\rho_\Upsilon = \frac{2\pi R^3}{aI} \frac{E_x \cos(\gamma + \theta) + E_y \operatorname{sen}(\gamma + \theta)}{2\cos\theta \cdot \cos\gamma + \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\gamma} \qquad \text{(VI,18)}$$

donde, sustituyendo E_x y E_y por sus expresiones deducidas de las (VI,10) resulta fácilmente

$$\rho_\Upsilon = \frac{(3\cos^2\theta - 1)\cos(\gamma+\theta)\cdot\rho_x + 3\operatorname{sen}\theta\cdot\cos\theta\cdot\operatorname{sen}(\gamma+\theta)\cdot\rho_y}{2\cos\theta\cdot\cos\gamma + \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\gamma}\,\frac{b}{a} \qquad \text{(VI,19)}$$

Si en la (VI,17) se sustituyen E_x y E_y por las (VI,11) y se efectúan algunas transformaciones trigonométricas, vuelve a obtenerse la (VI,16).

Combinando entre sí las (VI,8) y (VI,9) con las (VI,11) y (VI,10) resultan las ecuaciones

$$\rho_x = \frac{2\cos^2\theta}{3\cos^2\theta - 1}\rho_R - \frac{\operatorname{sen}^2\theta}{3\cos^2\theta - 1}\rho_\theta \qquad \text{(VI,20)}$$

$$\rho_y = \frac{1}{3}(2\rho_R + \rho_\theta) \qquad \text{(VI,21)}$$

$$\rho_R = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1)\rho_x + \frac{3}{2}\operatorname{sen}^2\theta\cdot\rho_y \qquad \text{(VI,22)}$$

$$\rho_\theta = (1 - 3\cos^2\theta)\rho_x + 3\cos^2\theta\cdot\rho_y \qquad \text{(VI,23)}$$

Llegados a este punto, conviene resumir los resultados obtenidos y deducir consecuencias. En primer lugar, se ha demostrado que la resistividad ρ_Υ correspondiente a una orientación cualquiera γ del dipolo de medición *MN* puede expresarse, bien en función de ρ_R y ρ_θ, bien de ρ_x y ρ_y. Además se han establecido las relaciones entre las dos primeras y las dos últimas y la de cada una de ellas con la resistividad Schlumberger ρ_S.

Ocurre que, según las (VI,8), (VI,9) y (VI,13), las resistividades ρ_R, ρ_θ y ρ_y son independientes del ángulo θ, siempre que ρ_S no varíe con él, lo que se cumple en los medios lateralmente homogéneos. Esta consecuencia es de gran importancia práctica puesto que según ello, en los dispositivos radial, azimutal y perpendicular basta, para efectuar un sondeo, aumentar la distancia R, modificando el ángulo θ siempre que sea preciso para contornear obstáculos o por otras causas. De este modo se llega a la idea del *sondeo dipolar curvo,* en el que la trayectoria del centro O del dipolo MN puede ser, en principio, cualquiera.

Otro resultado notable es la igualdad entre la resistividad ρ_θ y la resistividad Schlumberger ρ_S expresada por la ecuación (VI,9). Según esto, en los SDA (y como caso particular los SDE) pueden utilizarse las mismas curvas maestras y métodos interpretativos que se emplean en el SEV. Tales métodos y curvas no son válidos para los sondeos dipolares radiales, y entre ellos los SDO, por lo que éstos exigen el cálculo de una nueva colección de curvas maestras, para la ρ_R. Una vez que se dispone de ambas colecciones (la usual de SEV y la de ρ_R) puede obtenerse a partir de ellas la correspondiente a cualquier otro tipo de sondeo dipolar, por medio de la (VI,15).

VI.5 DISPOSITIVOS DIPOLARES RECIPROCOS

Se deduce del principio de reciprocidad que, si se intercambian las posiciones de los dipolos de emisión y de recepción, la resistividad aparente observada no sufre variación. Así, en la figura VI-7 si los electrodos A y B se truecan respectivamente con los M y N, se observará la misma resistividad aparente que en la posición inicial y los ángulos θ y γ intercambian sus valores. Esto, por otra parte, puede deducirse de las ecuaciones (VI,16) y (VI,18). La posición final de los electrodos se indica entre paréntesis. Si se aplican estas consideraciones a un dispositivo radial (fig. VI-8) su recíproco será un dispositivo axil de dipolos no paralelos. Como la resistividad del primero es independiente del ángulo θ, la del segundo no dependerá de γ y será igual a ρ_R para cualquier valor de este último ángulo. Esto puede deducirse análogamente de la (VI,15). El coeficiente de dispositivo, será en este caso, según se deduce de la ecuación (VI,14)

$$K = \frac{\pi R^3}{AB \cdot MN} \frac{1}{\cos \gamma} \qquad \text{(VI,24)}$$

Análogas consideraciones y resultados pueden obtenerse para un dispositivo ecuatorial de dipolos no paralelos ($\theta = \frac{\pi}{2}$, γ arbitrario).

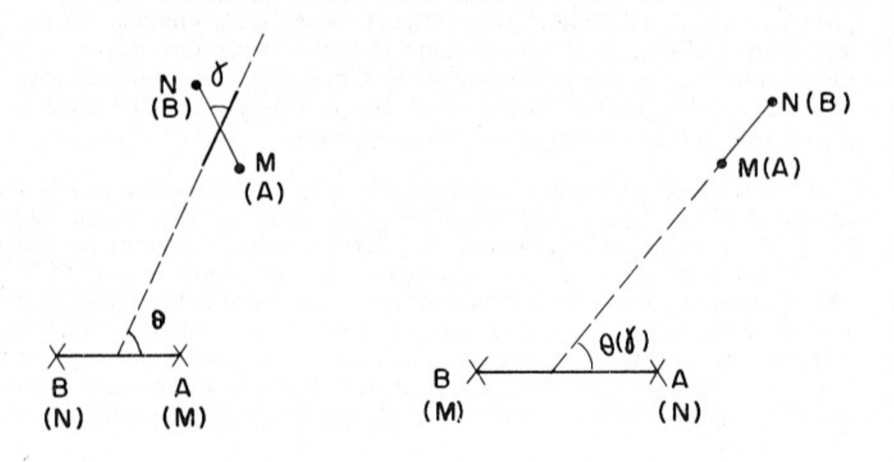


FIG. VI-7. Ejemplo de dispositivos dipolares recíprocos. El constituído por electrodos entre paréntesis es recíproco del de electrodos sin paréntesis.

FIG. VI-8. Dispositivo recíproco de uno dipolar radial.

VI.6 RESISTIVIDADES APARENTES PARA DISPOSITIVOS FINITOS

Los dipolos cuya longitud tiende a cero, considerados hasta aquí, son naturalmente, irrealizables en la práctica. Incluso los dipolos de emisión lo suficientemente pequeños como para ser considerados como dipolos ideales son de poco uso por la debilidad del campo que producen. Por este motivo, y por su empleo en la cartografía bipolar de resistividades, es necesario el estudio de las resistividades aparentes medidas con dispositivos dipolares en que el dipolo de emisión es de longitud no despreciable. Este tema ha sido tratado con gran competencia por ZOHDY (1978), cuyas fórmulas se exponen a continuación.

De acuerdo con la costumbre norteamericana, se llamará *bipolo* a un dipolo de longitud finita no despreciable. Sea *AB* un bipolo de emisión, cuyo centro *Q* se tomará como origen de coordenadas cartesianas con eje *x* en la dirección *AB*. El campo eléctrico producido por el bipolo *AB*

en un punto genérico O del plano podrá medirse por medio de un dipolo Schlumberger (esto es, muy corto) MN. El campo en O debido al electrodo A valdrá, según la (III,9)

$$E_p^A = \frac{\rho I}{2\pi} \frac{1}{AO^2} \qquad \text{(VI,25)}$$

si se supone que el dispositivo está situado sobre un semiespacio homogéneo de resistividad ρ. La dirección del campo será AO. Análogamente, el electrodo B creará un campo de dirección BO e intensidad.

$$E_p^B = -\frac{\rho I}{2\pi} \frac{1}{BO^2} \qquad \text{(VI,26)}$$

donde el signo menos se debe a que la polaridad de B es opuesta a la de A.

La composición de estos campos parciales produce un campo total E_p^{AB}, donde el subíndice p indica que este campo es el que Zohdy llama "primario" y que es el que se observaría sobre el semiespacio homogéneo mencionado. Las componentes cartesianas de este campo en el punto O, de coordenadas x,y serán

$$E_{p,x} = (E_p^{AB})_x = E_p^A \cos(E_p^A, x) + E_p^B \cos(E_p^B, x) =$$

$$= \frac{\rho I}{2\pi} \left[\frac{x+L}{AO^3} - \frac{x-L}{BO^3} \right] \qquad (L = AB/2) \qquad \text{(VI,27)}$$

$$E_{p,y} = (E_p^{AB})_y = E_p^A \cos(E_p^A, y) + E_p^B \cos(E_p^B, y) =$$

$$= \frac{\rho I}{2\pi} y (\overline{AO}^{-3} - \overline{BO}^{-3}) \qquad \text{(VI,28)}$$

El módulo del campo total primario será

$$| E_p | = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\left(\frac{x+L}{AO^3} - \frac{x-L}{BO^3} \right)^2 + y^2(\overline{AO}^{-3} - \overline{BO}^{-3})^2 \right]^{1/2} \qquad \text{(VI,29)}$$

y el ángulo φ_p de dicho campo con el eje x valdrá

$$\varphi_p = \text{tg}^{-1} \frac{E_{p,y}}{E_{p,x}} \qquad \text{(VI,29)}$$

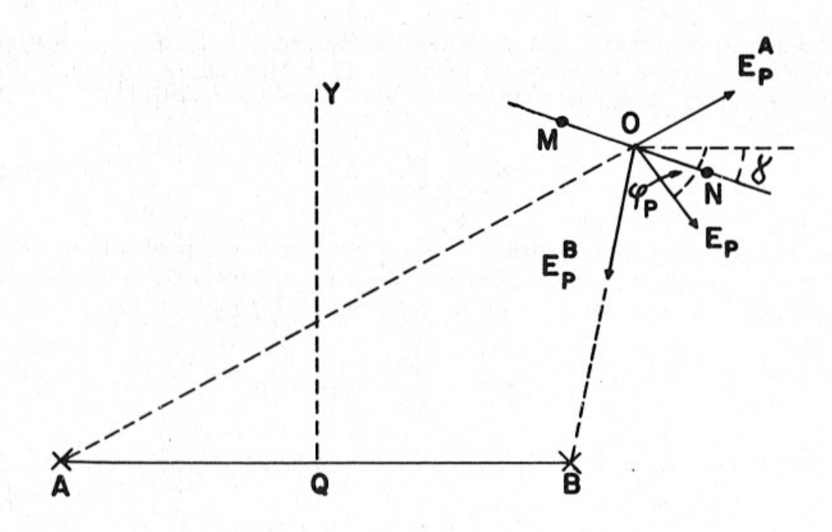


FIG. VI-9. Cálculo del campo de un dipolo.

Si el dipolo *MN*, colocado en el punto *O*, no tiene la dirección del campo $\mathbf{E}_p$, sino otra cualquiera definida por el ángulo γ (con el eje x), el campo medido será

$$E_{p,\gamma} = E_p \cos (\gamma - \varphi_p) \qquad \text{(VI,30)}$$

El coeficiente de dispositivo para el bipolo *AB* y el dipolo *MN* (en el punto *O*) se deduce de las (VI,29) y (VI,30) y es

$$K_\gamma = \frac{2\pi}{\cos (\gamma - \varphi_p)} \left[\left(\frac{x + L}{R_1^3} - \frac{x - L}{R_2^3} \right)^2 + y^2(R_1^{-3} - R_2^{-3}) \right]^{1/2} \qquad \text{(VI,31)}$$

donde se ha puesto $R_1 = OA$ y $R_2 = OB$ para simplificar la notación.

Para el caso particular del dispositivo paralelo se tiene

$$K_x = 2\pi \left[\frac{x + L}{R_1^3} - \frac{x - L}{R_2^3} \right]^{-1} \qquad \text{(VI,32)}$$

y para el perpendicular

$$K_y = \frac{2\pi}{y} [R_1^{-3} + R_2^{-3}]^{-1} \qquad \text{(VI,33)}$$

El dispositivo paralelo tiene a su vez dos casos particulares importantes: el axil, donde $R_1 = x + L$ y $R_2 = x - L$, por lo que

$$K_{ax} = 2\pi\,[(x + L)^{-2} - (x - L)^{-2}]^{-1} \qquad \text{(VI,34)}$$

y el ecuatorial, para el que $x = O$ y $R_1 = R_2 = (L^2 + y^2)^{1/2}$, de modo que su coeficiente es

$$K_{ec} = \frac{\pi}{L}\,(L^2 + y^2)^{3/2} \qquad \text{(VI,35)}$$

Si estos coeficientes, deducidos para un semiespacio homogéneo, se aplican al caso general, se obtendrán resistividades aparentes.

Ahora bien, si se trata de un medio estratificado, en las ecuaciones (VI,25) y (VI,26) habrá que sustituir la resistividad ρ del medio homogéneo por la resistividad aparente que se obtendría con el dispositivo semi-Schlumberger constituido por el electrodo de emisión que se considera y un dipolo MN situado en O y alineado con aquél. Esta resistividad no es la misma para A que para B, ya que en general, $AO \neq BO$. Por consiguiente, no podrá sacarse como factor común la resistividad en las ecuaciones (VI,27) y siguientes, que deberán sustituirse por otras más complejas.

Una de las consecuencias de la nueva situación, que es la que suele darse en la práctica, es que la dirección φ del campo total no es ya la del campo "primario" o de medio homogéneo, sino que forma con ella un ángulo $\delta = \varphi - \varphi_p$.

Zohdy hace notar que caben tres modos distintos de proceder que originan otras tantas resistividades aparentes. El primero es la medición del campo en la dirección φ_p que tendría sobre medio homogéneo; se obtiene así la que dicho autor denomina "resistividad aparente del campo primario". Otra posibilidad es el cálculo de la resistividad partiendo del campo total observado, con lo que se obtiene un valor ρ_T que Zohdy llama "resistividad aparente del campo total". En ambos casos debe darse al coeficiente (VI,31) el valor correspondiente, para lo que debe ponerse $\gamma = \varphi_p$ para ρ_p y $\gamma = \varphi$ para ρ_T.

Por último, en la inmensa mayoría de los casos publicados se utiliza una tercera resistividad, la ρ_{ps}, o "resistividad aparente de campo total simple" en la nomenclatura de Zohdy, y es la que se obtiene del campo total observado y el coeficiente para el campo primario. Las tres resistividades aparentes están relacionadas entre sí por las expresiones

$$\begin{aligned} \rho_T &= \varphi_{ps} \,/\, \cos\delta \\ \mu_p &= \varphi_{ps}\ \cos\delta \end{aligned} \qquad \text{(VI,36)}$$

La dirección real $\varphi = \varphi_p + \delta$ del campo total observado es informativa y de valor diagnóstico. Su conocimiento exige la medición del campo eléctrico en dos direcciones ortogonales ("método del campo total"). Este método se ha empleado sobre todo en cartografía de resistividades. (Véase el apartado VI.15.) Una de las ventajas de la medición del campo total es que permite, con sólo dos medidas del campo eléctrico en cada punto, el cálculo de las resistividades aparentes para los dispositivos paralelo, perpendicular, radial y azimutal.

Sobre medios estratificados, δ no excede de $\pm 20°$.

VI.7 TRABAJO DE CAMPO

El trabajo de campo para la ejecución de *SD* es muy semejante al del SEV. Las diferencias principales resultan, por una parte, de la necesidad de más trabajo topográfico, pues hay que situar en el terreno, para cada estación, los centros de uno o *dos* dipolos, y dar a cada uno su orientación respectiva, y otra, que la pequeñez del campo dipolar obliga al empleo de corrientes de emisión muy intensas, las cuales se obtienen generalmente por medio de grupos motor-generador ("estaciones geoeléctricas") y llegan a ser del orden de varias decenas de amperios cuando las distancias *R* son de muchos Km. Esto exige que las tomas de tierra del dipolo *AB* presenten resistencias óhmicas lo más pequeñas que sea posible, por lo que se prefiere mantener fijo este dipolo en vez del *MN*, a fin de no repetir para cada estación la tarea de establecer buenas tomas de tierra. En las investigaciones profundas realizadas en el sudoeste de Estados Unidos (JACKSON, 1966) se utilizaban dipolos de emisión de 8 Km de longitud, cuyos tomatierras se formaban enterrando cables trenzados de cobre en zanjas excavadas al efecto, regadas con gran cantidad de agua salada. Como generador se utilizaba una batería de acumuladores de 720 V y 55 A-h.

La medición de ΔV se efectúa por medio de un registrador, como en los SEV largos. No obstante, los SD relativamente cortos o en zonas de resistividad elevada pueden llevarse a cabo con la misma clase de equipo que los SEV normales.

A fin de simplificar las operaciones de campo, cuando se ejecutan sondeos ecuatoriales, suele comenzarse por efectuar un SEV, hasta que *AB* es del orden de 1 ó 2 Km, continuándose entonces las mediciones con dispositivo ecuatorial, para lo que basta ir desplazando el dipolo *MN*

paralelamente a sí mismo, con su centro en la mediatriz de *AB*. El fundamento de este modo de proceder es la concidencia de las curvas Schlumberger con las del dispositivo azimutal.

Una cuestión de importancia para la programación de las campañas de *SD* es la determinación de la distancia *OQ* final. Esto puede hacerse del mismo modo que para el SEV, teniendo en cuenta que si es *AB* la distancia electródica final requerida en caso de emplearse SEV, para los SD se necesita alcanzar las siguientes distancias *OQ* finales:

$\overline{AB}$ para el dispositivo radial (y axil)

$\overline{AB}/2$ para el azimutal (y ecuatorial)

$\frac{3\cos^2\theta - 1}{2\cos 2\theta}\,\overline{AB}$ para dispositivos paralelos

$\frac{3}{4}\,\overline{AB}$ para dispositivos perpendiculares.

Estos valores son los indicados por Al'pin, y se han determinado por medio de la posición de las asíntotas en curvas de dos capas con sustrato infinito, pero pueden utilizarse como aproximados para *SD* realizados sobre otros cortes.

En cuanto a la elección del tipo de dispositivo, debe efectuarse teniendo en cuenta las características de cada uno que se exponen en el apartado siguiente.

VI.8 CARACTERISTICAS PRACTICAS DE LOS DIFERENTES DISPOSITIVOS

VI.8.1 Dispositivo radial

Es el de ejecución práctica más fácil, pues el dipolo *MN* se mueve siempre sobre la misma recta. Para la misma distancia *R* es el de menor penetración, la cual es sin embargo comparable a la del Schlumberger, pero es en cambio el de mayor poder resolvente. Es muy adecuado para determinar la profundidad de sustratos resistivos, dada la facilidad que presenta para la determinación de la resistividad longitudinal ρ_l (véanse los apartados siguientes). El valor observado de ΔV decrece con el aumento de θ desde 0 hasta $\pi/2$, siendo nulo para este último ángulo en terreno homogéneo. Cuando $\theta = 0$ se tiene el dispositivo axil.

VI.8.2 Dispositivo azimutal

Su penetración es doble que la del dispositivo Schlumberger, y da curvas iguales a la de éste, pero ello sólo cuando el corte geoeléctrico presenta homogeneidad lateral. El valor de ΔV crece con θ y es nulo, en terreno homogéneo, para $\theta = 0$, siendo en cambio máximo para $\theta = \pi/2$ que corresponde al dispositivo ecuatorial.

El dispositivo azimutal se presta muy bien para la ejecución de sondeos curvos, los cuales resultan muy prácticos cuando existen obstáculos que impiden tender una línea AB lo suficientemente larga. La figura VI-11, inspirada en Yakubovskiy-Liakhov, ilustra la aplicación de un SDA curvo sobre una carretera, en una zona cubierta por bosques.

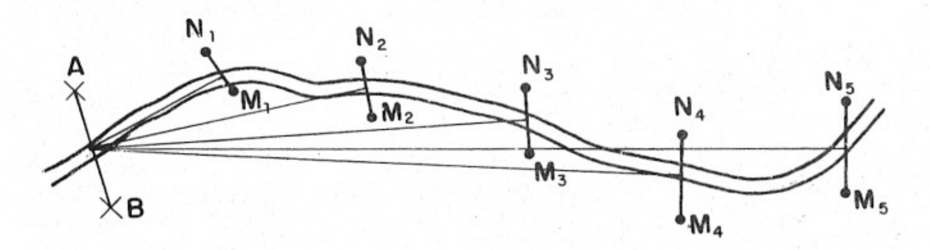


FIG. VI-10. Ejecución de un sondeo azimutal "curvo" con los centros de los dipolos MN sobre una carretera en zona de bosque.

VI.8.3 Dispositivo paralelo

A diferencia de los demás dispositivos, en el paralelo la forma de la curva depende del ángulo θ, y si se tiene en cuenta el sentido de ΔV pueden obtenerse valores negativos para la resistividad. ΔV es máximo para $\theta = 0$, y $\theta = \pi/2$ y mínimo para valores de θ comprendidos entre 40° y 60°. Entonces el poder resolvente es máximo, pero es también máxima la sensibilidad a las heterogeneidades superficiales.

En efecto, en medio homogéneo, según se demostró en el apartado III.9, la componente E_x del campo eléctrico se anula cuando $\theta = 54°44'8''$. Entonces ΔV es cero, y el coeficiente del dispositivo se hace infinito. Cualquier heterogeneidad en la resistividad, superficial o profunda, produce en este caso un valor ΔV no nulo, y claramente detectable. Alguna vez se ha expresado este hecho diciendo que en tales condiciones la penetración del dispositivo es infinita, afirmación peligrosa, pues se presta

a ser mal interpretada. Si el medio no es homogéneo, el ángulo θ crítico cambia y depende de R. Esto ocurre incluso cuando el medio es estratificado, pues entonces se produce una rotación en el vector campo (AL'PIN *et al* 1966). Cuando el sustrato es aislante, la posición singular corresponde a $\theta = 45°$ para valores grandes de R. Por esta causa, la fórmula dada en el apartado anterior para la longitud OQ da valores anómalos para los ángulos θ mencionados. El resultado de todo esto es que para el intervalo de valores de θ entre 40° y 60° el dispositivo paralelo se vuelve muy sensible, pero de aplicación muy delicada.

VI.8.4 Dispositivo perpendicular

Esta modalidad de sondeo dipolar (SDP) se ha utilizado muy poco, pero algunos geofísicos (VEDRINTSEV, 1968; ZOHDY, 1970 b) se han interesado por él, por lo que parece conveniente dedicarle un párrafo. Vedrintsev indica que, entre las propiedades interesantes del SDP figuran su mayor poder resolvente respecto del SDE, la inexistencia práctica de efectos inductivos entre uno y otro dipolo, por causa de su perpendicularidad, y el mayor valor de ΔV sobre cortes H. A ello hay que añadir la posibilidad de determinar directamente el buzamiento de sustratos aislantes, y la precisión con que puede obtenerse S.

El citado autor indica que el SDP "reune una afortunada combinación de las ventajas de los SDE y SDO, y está libre de algunos inconvenientes de estos". El cálculo de una serie de curvas teóricas de dos y tres capas ha permitido a Vedrintsev el establecimiento de nuevas propiedades del SDP. Tales curvas carecen de los extremos ficticios que aparecen en las de SDO, y cuando el buzamiento del sustrato aislante está comprendido entre 2° y 12°, permiten la determinación directa de dicha inclinación, así como la de la resistividad ρ_l (resistividad longitudinal media de las capas suprayacentes al sustrato). Cuando el buzamiento excede del límite superior indicado, el valor de ρ_l puede determinarse en muchos casos por transformación de la curva. Estos resultados requieren comprobación para cortes más complejos. Según parece, el SDP es menos sensible a las heterogeneidades laterales que otros tipos de SD.

ZOHDY (1970 b) se ha ocupado de una caso particular de SDP que él llama *sondeo en L,* en el cual la prolongación del segmento MN pasa por el electrodo A. Cuando $\overline{AO}/\overline{AB}$ es pequeño, el dispositivo se reduce a un medio Schlumberger.

VI.9 CALCULO DE CURVAS TEORICAS

Las curvas teóricas para SD pueden calcularse por procedimientos análogos a los empleados para las de SEV. Aunque en el caso de medios estratificados podría plantearse el problema desde el principio, y resolverlo de modo análogo al seguido por Stefanesco, resulta más sencillo aprovechar lo ya existente para el SEV, utilizando las relaciones halladas en el apartado VI.4 entre las resistividades dipolares y las Schlumberger. En particular, la fórmula (VI,16) permite hallar cualquier resistividad dipolar en función de la resistividad de Schlumberger y de su derivada respecto de R.

Más concretamente, basta conocer $\rho_\theta = \rho_S$ y ρ_R para poder calcular cualquier resistividad dipolar sobre medios lateralmente homogéneos. Pero

$$\rho_R = \rho_S - \frac{R}{2} \frac{\partial \rho_S}{\partial R} \qquad \text{(VI.8)}$$

y ρ_S puede calcularse por medio de la fórmula de Mooney (IV,32) de donde se deduce que

$$\frac{\partial \rho_S}{\partial R} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{24\, m^2 E^2 Q(m)\, \rho_1}{R^3 \left(1 + \dfrac{4\, m^2 E^2}{R^2}\right)^{5/2}} \qquad \text{(IV,37)}$$

si se tiene en cuenta que R tiene el mismo significado que r en la (IV,32). Por lo tanto,

$$\rho_R = \rho_1 \left[1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Q(m)\,[R^2 - 2\, m^2 E^2]}{R^2 \left(1 + \dfrac{4\, m^2 E^2}{R^2}\right)^{5/2}} \right] \qquad \text{(VI,38)}$$

Cuyos coeficientes $Q(m)$ son, como se ve, los mismos que se utilizan para el dispositivo Schlumberger.

De modo análogo puede hallarse, utilizando las (IV,32) y (VI,13) la resistividad perpendicular, que resulta ser

$$\rho_y = \rho_1 \left[1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Q(m)}{\left(1 + \dfrac{4\, m^2 E^2}{R^2}\right)^{5/2}} \right] \qquad \text{(VI,39)}$$

Las curvas teóricas de SD pueden obtenerse de modo más cómodo y rápido por medio de la FC del corte en cuestión con filtros adecuados.

Operadores de este tipo han sido calculados por DAS y GHOSH (1974). SEARA (1979) ha publicado programas para la obtención de estos filtros con la longitud e intervalo de muestreo que se deseen.

Las curvas teóricas para SD son, en general, semejantes a las de SEV. Como se ha dicho, las curvas correspondientes a los dispositivos azimutal, radial y perpendicular son independientes del ángulo θ, lo que no ocurre con el dispositivo paralelo. No obstante, en todos los casos, salvo en ciertas circunstancias para este último dispositivo, cuando el sondeo se efectúa sobre un medio estratificado con sustrato aislante, la curva asciende, aproximándose a una asíntota con pendiente unidad, como ocurre en el SEV. La abcisa de la intersección de esta asíntota con el eje $\rho = 1$ ihdica el valor de la S total del conjunto de capas superiores al sustrato, salvo un factor constante que depende del tipo de dispositivo, y del parámetro tomado como distancia representativa. Tomando para esta R (con las correcciones para dipolos finitos indicadas en el apartado VI.3 si se trata de curvas de campo), la abscisa de la citada intersección da directamente S si el dispositivo es azimutal; si es radial, el valor leído ha de ser dividido por 2; y por 1,5 si el dispositivo es perpendicular. Para el dispositivo paralelo, la abscisa ha de ser multiplicada por

$$\frac{\cos 2\theta}{3\cos^2\theta - 1}$$

factor que, según se ve, depende del ángulo θ, y toma valores singulares para los críticos de θ que se mencionaron en el apartado VI.8.3. En consonancia con lo allí dicho, las curvas de resistividad aparente para dispositivo paralelo, sobre medios estratificados con sustrato aislante, descienden indefinidamente, en vez de ascender, cuando $\theta = 45°$ o está próximo a este valor. Este es el caso excepcional a que se hacía referencia al principio de este párrafo.

En la zona crítica, como ya se ha dicho, resultan valores negativos para la resistividad aparente, lo que obliga a prescindir de la representación logarítmica, a menos que se utilicen dos escalas separadas, una para los valores positivos, y otra, en sentido opuesto, para los negativos.

En el dispositivo axil, el factor 2 puede evitarse si se representan las curvas en función de $R/2$, como ocurre en la figura VI-12, que corresponde a la familia de curvas de dos capas para dicho dispositivo. Esta figura refleja una característica muy curiosa de las curvas de SDO, y es que éstas presentan "extremos falsos", es decir, máximos o mínimos, sin correspondencia con la distribución de resistividades. Estos aparecen en la parte izquierda de la figura, y sólo para las curvas extremas, pues se han omitido las de las restantes para evitar la confusión entre líneas próximas.

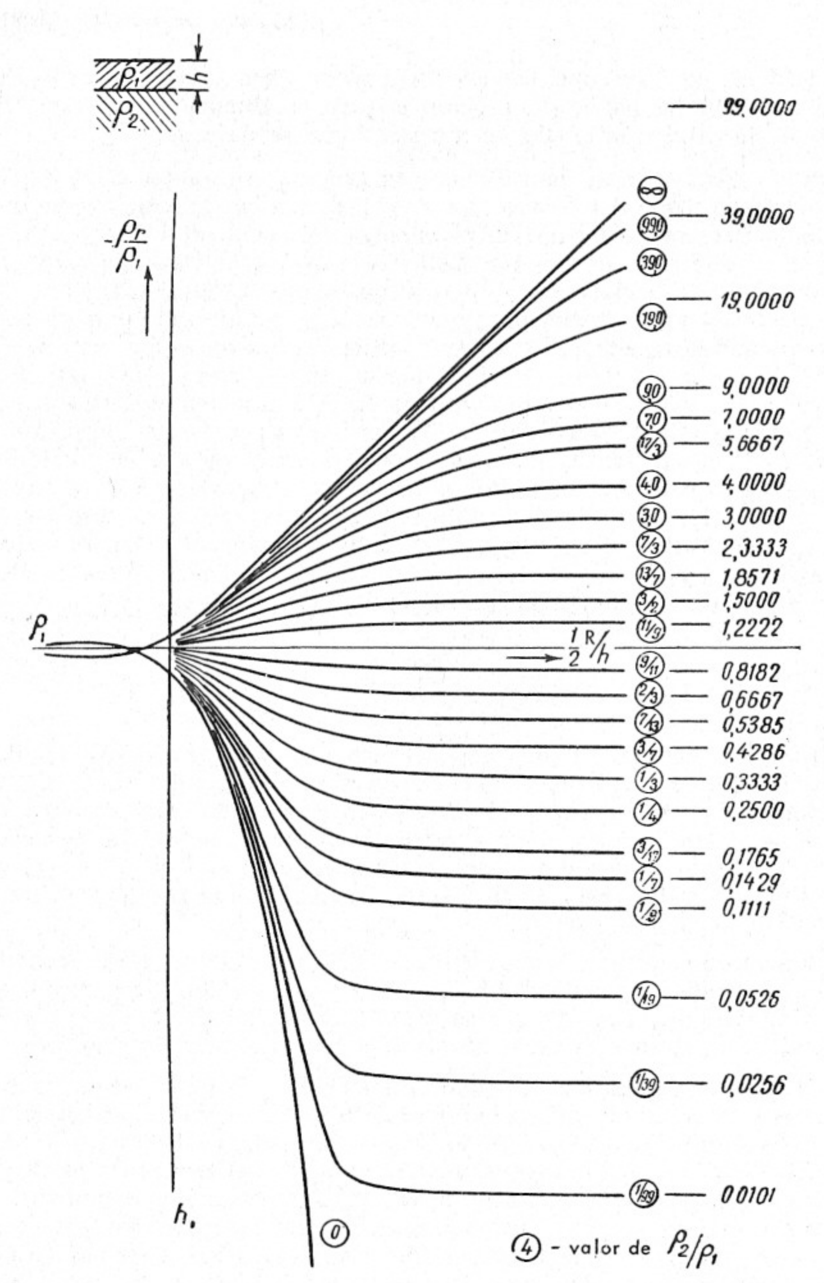


FIG. VI-11. Familia de curvas de dos capas para el dispositivo dipolar axil. (Según Yakuboskiy-Liakhov.)

Otra propiedad de las curvas de SDO cuando éstas corresponden a medios estratificados del tipo *H*, es que la resistividad aparente en el mínimo, puede considerarse igual, con error inferior al 10 %, a la resistividad longitudinal media ρ_l del conjunto de capas que recubren al basamento resistivo, siempre que sea $E_2/E_1 > 3$, y a ρ_2 si $E_2/E_1 > 5$. Esta propiedad, válida para todo dispositivo radial, puede extenderse a cortes más complejos reducibles a *H*, siempre que no existan capas intermedias de fuerte contraste que aumenten notablemente la pseudo-anisotropía.

La figura VI-13 ilustra el mayor poder resolvente del dispositivo axil, por comparación de las curvas de SDO y SEV para un mismo corte de tres capas tipo *K*. El máximo de la primera es más pronunciado.

También pueden calcularse curvas teóricas de SD para capas inclinadas o para cortes con contactos verticales y horizontales. El cálculo se efectúa de modo análogo al utilizado en el SEV. Las fórmulas pueden deducirse a partir de las establecidas para éste, teniendo en cuenta que al potencial U calculado para un electrodo puntual corresponde para un dipolo el potencial U_D dado por

$$U_D = b \frac{\partial U}{\partial x} \qquad \text{(VI,40)}$$

donde b es la distancia $\overline{AB}$, supuesta pequeña, y x se mide en la dirección del eje del dipolo. Esta expresión se obtiene por comparación entre la ecuación (III,30) correspondiente a un dipolo y la (III,12), válida para un electrodo puntual.

La morfología y propiedades principales de las curvas de SD para estos cortes no estratificados se exponen en el apartado VI.12.

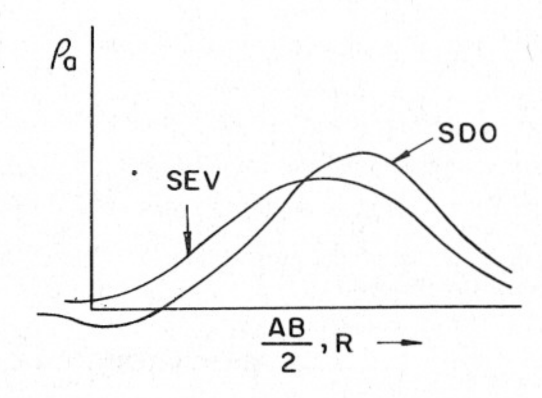


FIG. VI-12. Comparación de las curvas de SEV y de SDO correspondientes a un mismo corte K.

VI.10 TRANSFORMACION DE CURVAS

Como se ha dicho anteriormente, las curvas teóricas para dispositivos dipolares pueden calcularse partiendo de las curvas de SEV Schlumberger para los mismos cortes, por medio de la expresión (VI,8) y la más general (VI,16). En los momentos actuales el interés práctico de este procedimiento de cálculo radica en que permite transformar curvas de campo en las correspondientes a otro dispositivo más adecuado para la finalidad propuesta. En particular, pueden transformarse las curvas de SEV Schlumberger en curvas de dispositivo dipolar axil, más expresivas en razón del mayor poder resolvente de este último, y útiles para la determinación aproximada de ρ_t (apartado VI.9). Esta transformación ha sido estudiada detalladamente por varios autores, en especial por Al'pin (AL'PIN *et al,* 1966) y por PATELLA (1974). El método más sencillo y reciente es la transformación mediante filtro numérico (KUMAR y DAS, 1977). Los coeficientes del filtro pueden obtenerse de modo muy simple siguiendo el procedimiento indicado por KOEFOED (1977), que se expone a continuación.

Las cuatro fórmulas (VI,8), (VI,9), (VI,12) y (VI,13) pueden compendiarse en una sola:

$$\rho_D = \rho_S - KR \frac{\partial \rho_S}{\partial R} \qquad \text{(VI,41)}$$

donde ρ_D representa una resistividad dipolar, y K es un factor constante cuyo valor depende de cuál sea la ρ_D considerada. Poniendo $x = \ln R$ se obtiene

$$\rho_D = \rho_S - K \frac{\partial \rho_S}{\partial x} \qquad \text{(VI,42)}$$

Si se designa por S el espectro de las funciones de resistividad aparente, se tendrá

$$S_D = S_S - i\, 2\pi f\, S_S\, K = S_S(1 - i\, 2\pi f\, K) \qquad \text{(VI,43)}$$

Luego el espectro del filtro que transforma ρ_D en ρ_S es

$$S_F = (1 - i\, 2\pi f\, K)^{-1} \qquad \text{(VI,44)}$$

espectro al que aplicada la transformación de Fourier inversa, dará los coeficientes del filtro buscado.

VI.11 INTERPRETACION CUALITATIVA

La interpretación cualitativa de las curvas de SD se efectúa por los mismos procedimientos que en las de SEV, juntamente con otros es-

pecíficos para los sondeos bilaterales. En estos se acostumbra a distinguir las dos partes o alas de cada sondeo completo, atribuyéndoles los signos (+) o (—), reservando el primero, por ejemplo, a todas las mediciones en las que el dipolo móvil se mueve hacia el Este, y el segundo a aquellas mediciones en que el alejamiento se ha hecho en sentido opuesto.

La simple comparación visual de las dos curvas de cada sondeo bilateral permite deducir bajo cuál de las alas se encuentran las mayores profundidades del sustrato, o de las capas intermedias.

Tal comparación puede hacerse de modo más refinado y exacto, por medio de los que podemos llamar *vectores de resistividad,* los cuales representan la variación de la resistividad aparente para una misma distancia R, en la dirección del sondeo. Tales vectores se llevan a un mapa de la zona estudiada, con origen en el centro del dipolo fijo de cada SEV bilateral y dirección coincidente con la de movimiento de los dipolos. El módulo y sentido de estos vectores quedan definidos por la expresión

$$\Delta\rho = \frac{\rho_+ - \rho_-}{\rho_+ + \rho_-} \qquad \text{(VI,45)}$$

donde las resistividades se refieren a la distancia final (igual para todos los SD) de cada serie de medidas (+) y (—). El valor de esta expresión es proporcional a la diferencia relativa entre ambas resistividades. Al dibujar estos vectores no debe olvidarse el signo de dicha magnitud, que determina el sentido, e indica el lado hacia donde se encuentran las

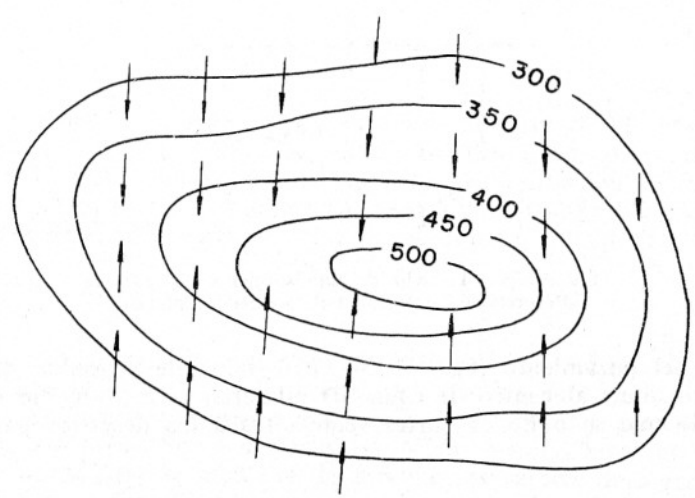


FIG. VI-13. Vectores simbólicos de resistividad, correspondientes a una campaña de sondeos bilaterales, superpuestos al mapa de isohipsas del sustrato resistivo de la zona.

profundidades menores del basamento resistivo, según se indica en la figura VI-14, donde se han superpuesto las isohipsas de un basamento de este tipo al mapa de vectores, y se observa cómo el conjunto de éstos refleja, de modo cualitativo, el relieve del citado horizonte. Cuando el basamento es conductor, los vectores se comportan de modo opuesto.

Suele incluirse en la interpretación cualitativa la determinación gráfica de la conductancia longitudinal *S* del conjunto de capas que recubren un basamento resistivo. Para los sondeos dipolares este valor se determina siguiendo el mismo procedimiento descrito para el SEV en el apartado V.13.3, pero el valor obtenido debe multiplicarse por el factor indicado en el apartado VI.9 en relación con las propiedades asintóticas de las curvas de SD. Cuando los sondeos son bilaterales, cada curva suministra un valor para *S,* los cuales son designados por S_+ y S_- respectivamente. Las curvas patrón deben corresponder al tipo del dispositivo empleado.

Dichos valores pueden utilizarse para una construcción gráfica de interpretación cualitativa, descrita por Berdichevsky y Zagarmistr (en ALP'IN *et al,* 1966) denominada *corte de segmentos S.* Estos se representan en el perfil de sondeos, llevando hacia *abajo,* * a escala conveniente, los valores S_+ y S_-, cada uno de ellos bajo el centro del dispositivo correspondiente en su posición final, y uniendo los puntos así determinados (fig. VI-14), por medio de un segmento. Cada uno de estos indica el lado hacia el que buza el sustrato resistivo, y señala de modo cualitativo

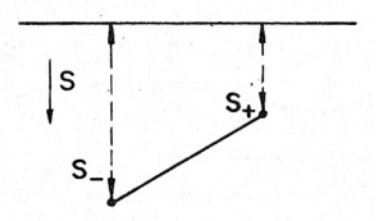


FIG. VI-14. Trazado de un "segmento *S*" para la interpretación cualitativa de sondeos bilaterales.

el valor del buzamiento (fig. VI-15). Otro modo de proceder, más sencillo, es atribuir al centro de cada SD bilateral, la *S* promedio de S_+ y S_- con lo que se obtienen cortes semejantes a los descritos para SEV,

* Los citados autores llevan dichas distancias hacia arriba, con lo que el corte pierde su expresividad visual, al quedar invertidos los segmentos.

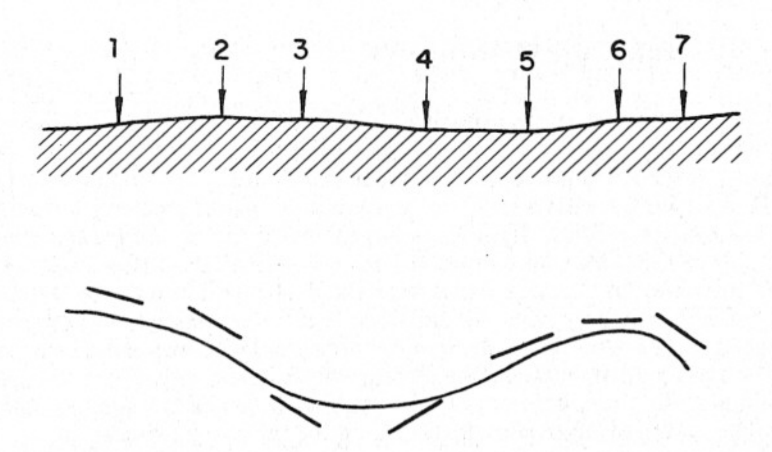


FIG. VI-15. Corte de "segmentos S", con la posición real del techo del sustrato resistivo.

pero de esta forma se pierde la información debida al carácter bilateral de los sondeos.

Para cada ala o medición monolateral, el valor dado para S por la interpretación de la curva, puede considerarse como promedio de los valores que corresponden respectivamente al punto donde se encuentra el dipolo fijo AB y a la posición final del MN. Si a la medición considerada corresponde el indicativo (+) se tendrá

$$S_+ = \frac{1}{2} (S_{AB} + S_{MN}) \qquad \text{(VI,46)}$$

y lo mismo para S_-. Cuando se dispone de una serie de SD bilaterales que se solapan sobre un perfil, la relación anterior puede utilizarse para determinar de modo relativamente detallado la distribución de la magnitud S a lo largo de él. Para ello se comienza por atribuir a S_{AB} el valor S_1, promedio de S_+ y S_- para el sondeo considerado, con lo que se tiene

$$S_{MN} = 2\, S_+ - S_1 \qquad \text{(VI,47)}$$

El valor de S_{MN} se atribuye a la vertical de la posición del dipolo correspondiente. Este dato y S_1 pueden combinarse con los del sondeo siguiente teniendo en cuenta la posición relativa de los centros y posiciones finales de unos y otros. Por otra parte, las (VI,46) y (VI,47) son aplicables a cada medición. De este modo se determinan los valores de S para una serie de puntos del perfil, lo que proporciona útil información sobre la marcha del basamento.

VI.12 INTERPRETACION CUANTITATIVA

En la interpretación cuantitativa de las curvas de campo de SD, surge como cuestión previa la de saber a qué punto del perfil deben atribuirse los resultados obtenidos. Este problema del "punto de atribución" (apartado IV.3) podría orillarse si en la medición de campo se desplazasen simultáneamente ambos dipolos, siempre en posición simétrica respecto de un punto fijo, al cual se atribuirían los resultados. Tal proceder no resulta conveniente en la práctica a causa de las dificultades que implica, junto con el aumento en la duración de las operaciones de campo. Sin embargo, pueden obtenerse de modo aproximado curvas de campo equivalentes a las que resultarían en dichas mediciones, por el procedimiento denominado de "reconstrucción de curvas", descrito por los autores mencionados en el apartado anterior, en la misma publicación.

Para efectuar dicha reconstrucción es necesario que el perfil que se estudia haya sido investigado por medio de una serie de SD del mismo tipo, y que se solapen unos con otros. En tal caso, se representa la variación de la resistividad aparente a lo largo del perfil, por medio de una curva para cada longitud *R*, atribuyendo cada valor de resistividad al punto medio del dispositivo correspondiente, en el momento en que se obtenía esta resistividad. De este modo, por interpolación, para cada punto del perfil (salvo cerca de los extremos) se dispone de una serie de valores de resistividad con los que puede construirse una curva cuyos resultados de interpretación se atribuyen a dicho punto. Este proceso resulta conveniente para zonas de estructura geoeléctrica relativamente compleja.

Cuando se interpreta separadamente cada una de las alas de un sondeo bilateral, las profundidades obtenidas corresponden a puntos tanto más desplazados en la dirección del movimiento del dipolo *MN* (supuesto fijo el *AB*) cuanto mayores sean estas profundidades. Ello se debe a que la parte de curva influida por un determinado contacto se obtiene para un margen de valores de *R*, y no para $R = 0$. Por ello las profundidades interpretadas pueden llevarse sobre una recta inclinada que pasa por el centro del dipolo fijo, en vez de una vertical, pero es difícil fijar con exactitud y rigor la inclinación de esta recta.

En primera aproximación, las profundidades pueden atribuirse a la zona donde se encontraba el punto medio del dispositivo para los valores de *R* considerados.

En zonas donde las capas presentan inclinación más o menos constante, puede aplicarse el método de las curvas medias, que consiste en la interpretación de las curvas que resultan de promediar los valores de resistividad aparente obtenidos con los dispositivos (+) y (—) para cada distancia *R*. Los resultados de la interpretación de la curva promedio

se atribuyen a la vertical del dipolo fijo común a las dos mediciones que componen el sondeo bilateral. Vale la pena indicar que este procedimiento es en realidad el que se sigue en el SEV, ya que, por ejemplo, cada curva de SEV Schlumberger es el promedio de las curvas de los dos semi-Schlumberger en que puede considerarse descompuesto.

La interpretación de las curvas de SD se efectúa mediante procedimientos análogos a los empleados para el SEV. Para el dispositivo azimutal y su caso particular ecuatorial valen las mismas curvas patrón, filtros y procesos que en el SEV Schlumberger. Para sondeos radiales, entre los cuales figura el SDO, el VNII Geofizika de la URSS publicó ya en 1957 una colección de curvas patrón. No existe en Occidente una publicación análoga, pero no hay ningún problema para su cálculo, bien directo, bien por transformación de curvas de SEV.

DAS *et al* (1974) han dado los filtros para el cálculo de la FC partiendo de la curva de un SD. Las fases siguientes del proceso son las mismas que en el SEV. Los métodos de inversión se pueden aplicar también en el SD del mismo modo que en el SEV. Otra posibilidad es la transformación de las curvas de SD en las correspondientes de SEV, seguida de la aplicación de cualquier método válido para éstas.

Debido a la mayor sensibilidad del SD ante la inclinación de las capas, las curvas teóricas para contactos horizontales sólo pueden utilizarse, dentro de márgenes de error razonables, y en el caso de curvas promediadas, para buzamientos inferiores a 15°. Si se consideran separadamente cada una de las dos curvas de un SD bilateral, el efecto de la inclinación se manifiesta para valores de ésta de sólo unos pocos grados. Esta circunstancia hace doblemente interesantes las curvas teóricas de SD para contactos inclinados. En la colección de Berdichevsky y Krolenko citada en el apartado V.17 se incluyen curvas para dispositivos dipolares.

Las curvas teóricas para SD sobre cortes de dos capas con contacto inclinado son semejantes a las de SEV para el mismo caso, y como éstas, presentan discontinuidades cuando algún dipolo cruza sobre el afloramiento del contacto. Cuando la orientación de los dipolos es perpendicular a la traza del contacto, la forma de la curva se complica, tomando aspecto semejante al de curvas de tres capas tipo K o Q. El efecto de cambios pequeños en la inclinación es muy marcado.

Vedrintsev (en AL'PIN *et al* 1966) ha estudiado el comportamiento de los dispositivos axil y ecuatorial sobre las mismas estructuras compuestas por capas verticales y horizontales que se consideraron en el apartado V.18. Las curvas correspondientes se encuentran reducidas, en la misma publicación. En los cortes del tipo HVC (fig. V-33), el valor S' determinado por la curva para la conductancia longitudinal, es el promedio de los valores S_1 y S_2, tanto para el SDO como para el SDE, y esto

para todos los azimutes, salvo para el SDE orientado (la línea OQ) paralelamente a la estructura. Entonces,

$$S' = \frac{S_1}{S_2} \frac{S_1 + S_2}{2} \qquad \text{(VI,48)}$$

En los cortes de tipo HVC-2, cuando el centro del sondeo se encuentra sobre uno de los medios laterales, vale lo dicho anteriormente, sin más que sustituir S_2 por S_3, excepto para el SDE paralelo a la estructura. En este caso,

$$S' = \frac{S_1 + S_3}{2} \frac{S_2}{S_1 + S_3 - S_2} \qquad \text{(VI,49)}$$

La extensión de estos resultados a estructuras tales como fosas, escalones, etc., no es inmediata, y dada la diversidad de casos posibles, no puede tratarse aquí por razones de espacio. No obstante se indicarán los casos más simples.

En la estructura en forma de escalón la profundidad interpretada es el promedio de las dos E_1 y E_2 (fig. V-22 a) para los SDO y SDE paralelos a la estructura, así como para los SDO perpendiculares a ella. Sobre un pilar, la profundidad obtenida es el promedio de las profundidades del sustrato horizontal a un lado y otro del accidente para el SDE perpendicular y para el SDO paralelo. En todo lo anterior se toma como dirección del dispositivo la OQ.

No debe olvidarse que en los cortes con contactos inclinados o verticales, cesa de cumplirse la igualdad entre la ρ_θ y la ρ_S. Se indicará, por último, que en el estudio de estructuras pequeñas del sustrato, no es conveniente el empleo de SDE perpendiculares a ellas, ni la interpretación de curvas promediadas, puesto que en tales casos, estas estructuras pueden pasar inadvertidas.

VI.13 SONDEOS DIPOLARES EN EL MAR

Ya hemos indicado las grandes ventajas que presenta el mar sobre la tierra para la aplicación de la mayoría de los métodos prospectivos.

La aplicación de SEV marinos de alguna longitud presenta ciertas dificultades prácticas, por lo que resulta preferible el empleo del dispositivo dipolar axil. Este ha sido frecuentemente utilizado en prospecciones marinas realizadas en la Unión Soviética, por medio de las técnicas descritas por Nazarenko y Terekhin (en TARKHOV, 1963) las cuales se resumen a continuación.

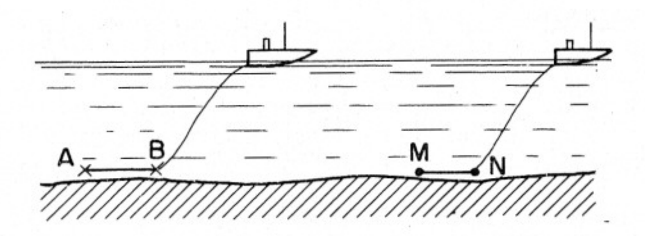


FIG. VI-16. Ejecución de sondeos axiles marinos. El barco de emisión AB se mueve hacia el de recepción MN, que permanece fijo.

En el sondeo dipolar marino es más ventajoso que el dipolo fijo sea el *MN* de medición entre otros motivos porque en un dipolo pasivo móvil se inducirían corrientes, debidas por ejemplo, al campo geomagnético y al propio campo del dipolo de emisión. Cada uno de los dipolos va unido a un barco (fig. VI-16), de modo que existen dos, el *barco de emisión* y el *barco de recepción*. El perfil recto que va a medirse se baliza por medio de boyas distantes entre sí de 1 a 5 km, correspondiendo los intervalos mayores a los casos en que se dispone de sistemas de radiolocalización. Tanto uno como otro dipolo están constituidos por "haces" como los descritos en el apartado V.25. Cada uno de ellos permite el empleo de siete longitudes de dipolo, entre 10 y 1000 metros. El proceso de medición, en esencia, consiste en que el barco de recepción fondea su haz correspondiente en el punto previsto para el centro del sondeo bilateral, mientras que el barco de emisión fondea el suyo a la distancia *R* máxima prevista. Las mediciones se efectúan de modo continuo, mientras el barco de emisión arrastra su dipolo, avanzando hacia el de recepción, que permanece fijo, pasando junto a él y sobrepasándole en una distancia igual a la que les separaba inicialmente, efectuando así la medición de la otra ala del sondeo bilateral.

A medida que el primer barco va acercándose al segundo, la longitud máxima permisible para cada dipolo va disminuyendo, por lo que se van conectando sucesivamente dipolos más cortos de cada haz. El generador de emisión tiene 450 V de tensión de salida, la cual se invierte periódicamente, de modo que se obtienen impulsos de intensidad del orden de 70 A. La duración de cada impulso depende del tiempo de establecimiento de campo, y va disminuyendo conforme decrece *R*, a medida que el barco de emisión avanza.

La d.d.p. ΔV entre *M* y *N* se mide, como en los SEV largos, por medio de un registrador, cuya sensibilidad va haciéndose disminuir escalonadamente según va aumentándose la amplitud de las señales con la proximidad del barco emisor.

La elaboración del registro de ΔV para el cálculo de las resistividades aparentes exige el conocimiento de la posición del barco móvil en cada punto de este registro y del de I (que también se toma). Para ello se aplican señales de tiempo en ambos oscilogramas, y cada vez que el barco de emisión pasa junto a una de las boyas de referencia se cambia, durante unos segundos, la duración de los impulsos haciéndolos mucho más breves, lo que permite su identificación en los registros. Además, cuando el barco de emisión pasa junto al de recepción, se produce en el registro de ΔV un máximo acompañado de dos mínimos laterales (o lo contrario, según el sentido de I). Durante la fase de inmediata proximidad de ambos barcos, se suprimen los impulsos, manteniendo constante la intensidad, a lo cual se deben los extremos citados en el registro de ΔV.

Dicha fase de cruce de los barcos lleva consigo el que la posición de los dipolos no corresponda al dispositivo axil, y sí al ecuatorial en el momento preciso del cruce, por lo que durante ella no pueden efectuarse medidas. Estas se completan, para los valores menores de R (de 10 a 140 m) con mediciones efectuadas desde un solo barco por medio de un haz especial con conductores para constituir tanto dipolos AB como MN, ambos muy cortos.

En el cálculo de distancias R hay que tener en cuenta la asimetría de los haces, en los cuales todos los dipolos tienen un extremo común, por lo que sus centros no coinciden.

El rendimiento de las mediciones es muy grande, pues con la marcha normal del barco de emisión, que es de unos 6 nudos (10-12 km/hora) puede efectuarse un sondeo bilateral con alas de 8 km en una hora y media.

Para la interpretación se utilizan curvas patrón como las citadas en el apartado IV.14. Cuando la profundidad del mar es pequeña frente al tamaño del dispositivo pueden emplearse las curvas patrón usuales para dispositivos situados en la superficie del terreno. Los autores mencionados al principio de este apartado incluyen, en el trabajo citado, ábacos para determinar los límites de aplicación de las curvas corrientes. Sobre el cálculo de las primeras puede verse el trabajo de Terekhin incluido en RAST (1962).

VI.14 APLICACIONES DE LOS SONDEOS DIPOLARES

Aunque en principio las aplicaciones de los sondeos dipolares son las mismas del SEV, su principal campo de aplicación ha sido hasta ahora la prospección petrolera. En la Unión Soviética, estos sondeos han sus-

tituido al SEV en gran parte del trabajo de investigación tectónica efectuado con tal fin.

También se ha utilizado el SD en el estudio de las propiedades eléctricas de la corteza terrestre a grandes profundidades, como en los trabajos realizados en Estados Unidos y mencionados en el apartado V.24 en los que se alcanzaron distancias de 100 km entre centros de dipolos.

En las investigaciones hidrogeológicas, el SD se ha empleado poco hasta ahora, pero ha sido utilizado en algunos casos, y con resultado positivo. Véase, por ejemplo, ZOHDY (1969) y ZOHDY y JACKSON (1969).

También se ha usado el SD, en combinación con otros métodos, en investigaciones geotérmicas (WARD *et al,* 1978, entre varios).

En general, el SD puede utilizarse cuando existen dificultades u obstáculos para el tendido de líneas *AB* largas (dispositivo ecuatorial, dispositivo azimutal en sondeos curvos), cuando se requiera mayor poder resolvente que el del SEV (dispositivo axil) o cuando se deseen estudiar, con precisión, buzamientos débiles de un sustrato (sondeos bilaterales).

Sin embargo, tanto las publicaciones como los contactos personales demuestran que en Occidente el SD no ha satisfecho las esperanzas que en él se pusieron al ser conocidos los trabajos soviéticos en este campo. La causa principal de este desencanto es la extrema sensibilidad del SD ante los efectos topográficos y sobre todo, frente a los cambios laterales de resistividad.

En cuanto a los SD marinos, considerados en el apartado anterior, tienen por aplicación principal la búsqueda de estructuras petrolíferas, en zonas recubiertas por lagos o mares.

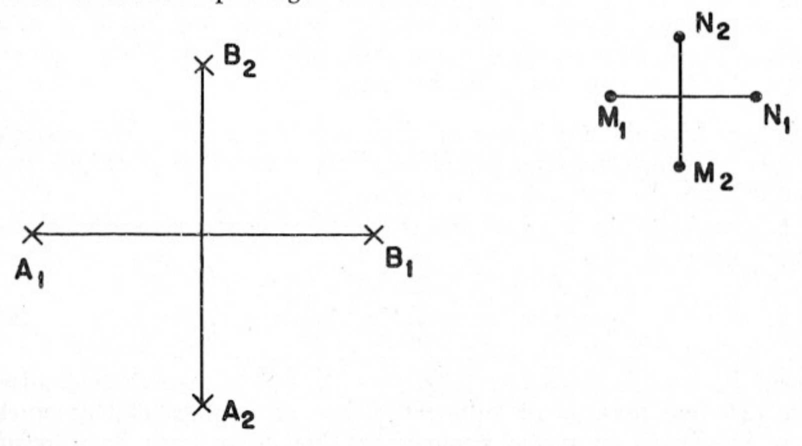


FIG. VI-17. Principio de la cartografía bipolar.

VI.15 CARTOGRAFIA BIPOLAR

VI.15.1 Aspectos teóricos

La apreciación de la sensibilidad de los SD frente a los cambios laterales de resistividad llevó a la idea de utilizar esta sensibilidad para la detección de tales cambios. En esencia el método consiste en el empleo de un bipolo fijo de emisión A_1B_1 y dos dipolos de medición ortogonales entre sí, los cuales forman un sistema móvil que se sitúa sucesivamente sobre cada uno de los vértices de una malla más o menos regular. En todos estos vértices se determina el campo total del cual se deduce una resistividad aparente, generalmente la denominada "simple" (apartado VI.6).

De este modo se efectúa una exploración en planta de la zona, y las resistividades observadas se utilizan, mediante el trazado de un mapa de líneas isorresistivas, para la detección de fallas, zonas conductoras o resistivas, etc. Este procedimiento se ha empleado, principalmente, en investigaciones geotérmicas, aunque no faltan referencias de su aplicación en Minería o Geotecnia. La idea del método se debe a Keller, y una de sus primeras aplicaciones fue la de RISK, MACDONALD y DAWSON (1970) en estudios geotérmicos en Nueva Zelanda.

El empleo de dos bipolos de emisión fue sugerido por Stefanescu y Tanasescu en 1965, y vuelto a proponer por FURGERSON y KELLER (1975). Se trata de utilizar dos bipolos ortogonales A_1B_1 y A_2B_2 con objeto de eliminar el efecto de la orientación del bipolo único respecto de las estructuras geológicas. En este procedimiento, llamado de resistividad cuadripolar y "Rotating Dipole Method", los bipolos emisores no tienen que tener necesariamente un centro común Q, sino que basta que estén próximos entre sí; por ejemplo los electrodos B_1 y B_2 pueden coincidir, con lo que se ahorra una toma de tierra.

La existencia de dos fuentes origina la aparición de varias resistividades aparentes, que conviene clarificar y relacionar entre sí, lo que se hace a continuación.

La expresión de la resistividad aparente para un dispositivo tipo Schlumberger es

$$\rho_a = K\frac{E}{I} = \frac{E}{I/K} = \frac{E}{I/2\pi r^2} = \frac{E}{J} \qquad \text{(VI,50)}$$

de acuerdo con la ecuación (III,9); por lo que la resistividad aparente puede definirse como el cociente del campo por la densidad de corriente que se observaría en medio homogéneo. Cuando se trata de dispositivos bipolares o dipolares puede definirse, análogamente

$$\rho_a = \frac{|E_{AB}|}{|J_{AB}|} \tag{VI,51}$$

donde E_{AB} y $\mathbf{J}_{AB}$ no tienen, en general, la misma dirección.

Cuando se usan dos fuentes bipolares o dipolares, la primera de ellas producirá en O una densidad de corriente cuyas componentes según los ejes coordenados serán, respectivamente, J_{11} y J_{12}, mientras que las debidas a la segunda fuente serán J_{21} y J_{22}. El campo eléctrico tendrá, análogamente, las cuatro componentes E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22}. Bibby (1977) demuestra que las diversas resistividades que se deducen de estas componentes pueden expresarse por medio de un tensor plano ρ_{ij} tal que

$$\mathbf{E} = \rho_{ij}\,\mathbf{J} \tag{VI,52}$$

de donde se deduce que

$$\rho_{ij} = \frac{1}{|J_{AB} \times J_{CD}|} \begin{vmatrix} E_{11}J_{22} - E_{21}J_{12} & E_{21}J_{11} - E_{11}J_{21} \\ E_{12}J_{22} - E_{22}J_{12} & E_{22}J_{11} - E_{12}J_{21} \end{vmatrix} \tag{VI,53}$$

Las cuatro componentes ρ_{11}, ρ_{12}, ρ_{21}, ρ_{22} contienen información que se pierde en parte cuando por razones de comodidad se combinan estos valores en una sola resistividad, de más fácil manejo y representación gráfica. Bibby (1977) indica que los valores de resistividad combinada propuestos por diversos autores se pueden expresar en función del tensor de resistividades. Este puede escribirse en la forma

$$\rho_{ij} = \Pi_1 \begin{vmatrix} \cos 2\alpha & \operatorname{sen} 2\alpha \\ \operatorname{sen} 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{vmatrix} + \Pi_2 \begin{vmatrix} \cos 2\beta & \operatorname{sen} 2\beta \\ -\operatorname{sen} 2\beta & \cos 2\beta \end{vmatrix} \tag{VI,54}$$

siendo

$$\Pi_1 = \frac{1}{2}[(\rho_{11} - \rho_{22})^2 + (\rho_{12} + \rho_{21}{}^2]^{1/2}$$

$$\Pi_2 = \frac{1}{2}[(\rho_{11} + \rho_{22})^2 + (\rho_{12} - \rho_{21}{}^2]^{1/2}$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\ \mathrm{tg}^{-1}\ \frac{\rho_{12} + \rho_{21}}{\rho_{11} - \rho_{22}} \tag{VI,55}$$

$$\beta = \frac{1}{2}\ \mathrm{tg}^{-1}\ \frac{\rho_{12} - \rho_{21}}{\rho_{11} + \rho_{22}}$$

Entonces, los valores extremos propuestos por TASCI (1975) y determinados por él mediante cálculo para 40 direcciones, se deducen, sencillamente, mediante las expresiones

$$\rho_{max} = | \Pi_1 + \Pi_2 | \qquad \rho_{min} = | \Pi_2 - \Pi_1 | \tag{VI,56}$$

Del mismo modo, la resistividad aparente usada por DOICIN (1976) es

$$\rho_{qq} = \frac{| E_{AB} \times E_{CD} |}{| J_{AB} \times J_{CD} |} \tag{VI,57}$$

que equivale a

$$\rho_{qq} = (\rho_{max}\, \rho_{min})^{1/2} = | \Pi_2^2 - \Pi_1^2 |^{1/2} \tag{VI,58}$$

VI.15.2 Aspectos prácticos

Como se ha visto en el apartado anterior, el método de la cartografía bipolar permite obtener en cada punto al menos cuatro resistividades aparentes distintas, cuyas isolíneas reflejan, *entre otras variables,* los cambios laterales de resistividad.

Se han estudiado las distribuciones de resistividad aparente que corresponden a diversos modelos de interés práctico. Así, BIBBY y RISK (1973) han calculado, como aproximación a un yacimiento geotérmico, un modelo que consta de un semiesferoide conductor rodeado por un medio homogéneo, mientras que el efecto de contactos verticales y diques ha sido considerado por KELLER *et al* (1975), DOICIN (1976) y HARTHILL (1978). SINGH y ESPINDOLA (1976) han estudiado el caso de una esfera perfectamente conductora.

La presencia de una discontinuidad vertical rompe las líneas isoresistivas, cuya pauta se altera al cruzar la discontinuidad, según se indica esquemáticamente en la figura VI-18.

Si en la zona estudiada se produjesen todos los cambios de resistividad en sentido horizontal, la interpretación de los mapas de isolíneas no tendría grandes dificultades. Desgraciadamente, los cambios verticales de resistividad influyen también, y a veces de modo decisivo, en las resistividades aparentes observadas, por lo que hay que evitar, en lo posible, el error de atribuir a un cambio lateral lo que es reflejo de un cambio vertical.

KELLER *et al* (1975) han considerado el caso en que la zona que se estudia posea un sustrato horizontal muy resistivo. La presencia de éste producirá, desde cierta distancia fuente-receptor, un aumento paulatino

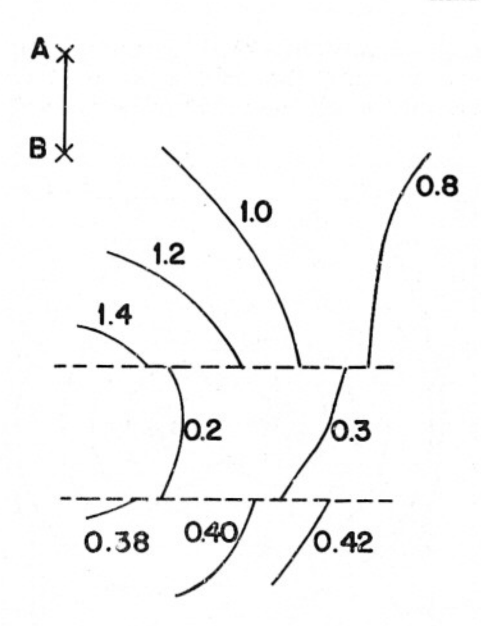


FIG. VI-18. Discontinuidades en las curvas de iso-resistividad aparente (línea continua) causadas por contactos verticales (líneas de trazos) que delimitan un bloque conductor.

de la resistividad aparente con dicha distancia, que puede ser atribuido equivocadamente a un cambio en sentido horizontal. Para evitar esto, los autores proponen la sustitución de la resistividad aparente por la conductancia *S* del conjunto de capas que recubren el sustrato. Si el sustrato horizontal, la *S* será inversamente proporcional a la resistividad media de dicho conjunto. Dichos autores suponen que, por efecto del sustrato considerado como aislante, la densidad de corriente será inversamente proporcional a la distancia a la fuente, desde cierto valor de ésta que depende de la profundidad del sustrato. Partiendo de esta hipótesis, se justifica fácilmente que el recíproco de *S* en cada punto puede calcularse por fórmulas casi idénticas a las que dan la resistividad aparente.

El caso más complejo de un medio estratificado de *n* capas ha sido estudiado por ZOHDY (1978), quien prueba que en tales casos las isolíneas forman figuras simétricas alrededor de la fuente. Así, la presencia de una capa conductora origina zonas de resistividad mínima como las representadas esquemáticamente en la figura VI-19, y cuya situación depende de la dirección en que se mide la resistividad (campo total, paralela, etc.). Estas zonas pueden interpretarse erróneamente como estructuras geológicas subyacentes.

Por ello, en la cartografía bipolar, la interpretación de las observaciones debe efectuarse con sumo cuidado, teniendo en cuenta que las resistividades aparentes que se obtienen dependen tanto de las resistividades

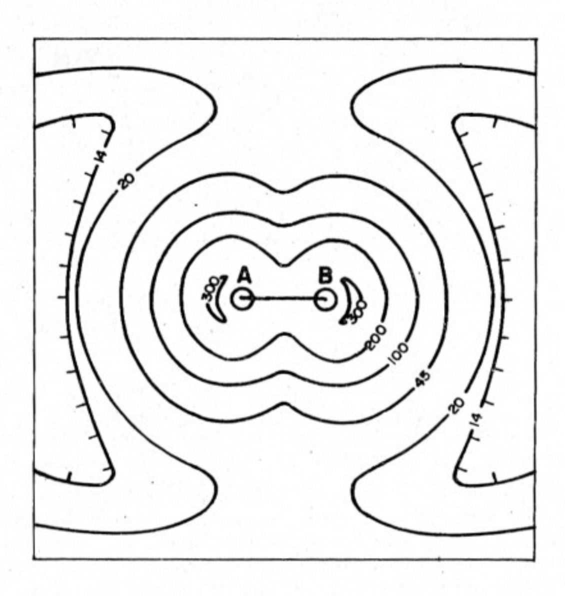


FIG. VI-19. Isolíneas de resistividad aparente de campo total sobre corte estratificado con capa conductora. (Según Zohdy.)

verdaderas que existen a diversas profundidades bajo el punto considerado, como de la distancia de éste a la fuente. Tampoco hay que olvidar que los invariantes del tensor de resistividades se llaman así para conservación de la terminología matemática usual, pero en realidad varían con la posición y orientación de la fuente. A este respecto, y también para una valoración del método bipolar, recomiendo la lectura de la polémica entre Meidav y Harthill (*Geophysics,* de diciembre de 1979).

La técnica de campo de la cartografía bipolar es análoga a la de los sondeos bipolares. El bipolo emisor suele tener longitudes que van desde unos pocos cientos de m hasta algunos km. La distancia máxima emisor-receptor suele ser del orden de cuatro veces la longitud del bipolo fuente. Las intensidades de corriente en éste varían, en función de las condiciones del problema, entre unos pocos amperios hasta centenares de A; en algún caso se han mencionado intensidades de 700 A. Naturalmente, el instrumento acoplado a los *MN* debe ser de gran sensibilidad.

Capítulo VII

CALICATAS ELECTRICAS

VII.1 DEFINICION Y GENERALIDADES

La finalidad de las calicatas eléctricas es el estudio de las variaciones laterales en la resistividad del subsuelo. Se trata, pues, de un método de investigación horizontal, a profundidad aproximadamente constante, muy adecuada para detectar contactos geológicos verticales o inclinados, cambios laterales de facies, metalizaciones, diques y otros cuerpos o estructuras que se presentan como heterogeneidades laterales de resistividad.

Este tipo de investigación suele denominarse, en varios idiomas, "método de perfiles eléctricos" denominación que el autor encuentra bastante ambigua, por lo que estima preferible la de *calicatas eléctricas,* que deriva de la expresión inglesa, de origen sueco, "electrical trenching" y alude a que este método es el equivalente eléctrico de las labores mecánicas de exploración minera, en forma de zanjas o galerías, denominadas "calicatas".

Las investigaciones horizontales suelen efectuarse a lo largo de perfiles previamente señalados en el terreno, generalmente paralelos, y los resultados obtenidos se relacionan entre sí, con lo que resulta un estudio en planta, hasta una profundidad más o menos constante, es decir, una verdadera *cartografía eléctrica.* Dentro de este concepto pueden incluirse los mapas de resistividad o de líneas iso-óhmicas, ya tratados en los capítulos V y VI.

Es de fundamental importancia darse cuenta de que la zona explorada en el calicateo eléctrico se extiende desde la superficie hasta una profundidad más o menos constante, que es función tanto de la separación entre electrodos como de la distribución de resistividades bajo ellos.

Muchos entienden que lo que se investiga es un estrecho margen de profundidades, es decir, confunden una calicata con una galería. Cuando se habla de que la penetración de una calicata eléctrica es de 50 m debe entenderse que mediante ella se detectan los cambios laterales de resistividad que ocurren entre la superficie del terreno y una profundidad aproximada de 50 m, y no sólo los que tienen lugar más o menos a dicha profundidad. La falta de comprensión de este punto lleva a investigaciones mucho más costosas de lo necesario y a interpretaciones erróneas.

El calicateo eléctrico se aplica mal en muchas ocasiones, por entendimiento inadecuado de sus principios básicos. La obra fundamental sobre este método (Blokh, 1966, 1971) es prácticamente desconocida en Occidente.

VII.2 CLASIFICACION DE LAS CALICATAS ELECTRICAS

Existe una gran variedad de tipos de calicatas eléctricas, pero todas ellas pueden clasificarse en dos grandes grupos. En el primero de éstos, los electrodos de corriente permanecen fijos durante la medición, de modo que se crea en el terreno un campo estacionario, el cual es explorado colocando los electrodos *M* y *N* en diversas posiciones.

El segundo grupo lo constituyen aquellos métodos en los que los cuatro electrodos se desplazan conjuntamente, conservando sus distancias y posiciones mutuas, es decir, que el dispositivo se traslada sobre el perfil como un todo rígido. En cierto modo, estos métodos pueden considerarse como los de calicatas eléctricas propiamente dichas. En ellos el campo eléctrico en el terreno es diferente para cada posición del dispositivo.

Los métodos principales de calicateo eléctrico son los siguientes.

A. *Métodos de campo fijo.*

- A-1 Método de gradientes.
- A-2 Método *Racom* (o de relaciones de diferencias de potencial).
- A-3 Calicata "Schlumberger".
- A-4 Método de bloques.

B. *Métodos de dispositivo móvil.*

- B-1 Calicatas dipolares axiles (mono y bilaterales).
- B-2 Calicatas trielectródicas (simples y combinadas).
- B-3 Calicatas de dispositivo simétrico.
- B-4 Calicatas de dispositivos apantallados y de cero.

B-5 Calicatas circulares.
B-6 Otros tipos de calicatas.

Un tipo de calicateo muy diferente de los anteriores es el constituido por las calicatas magnetométricas, en las que el voltímetro se sustituye por un magnetómetro, según se describe en el apartado VII.22.

VII.3 ALGUNAS CONSIDERACIONES TEORICAS

La interpretación de las curvas de resistividad aparente suministradas por las calicatas ha solido hacerse de modo cualitativo, basándose en ideas intuitivas, muchas veces desprovistas de base, y no pocas, erróneas. Por este motivo, el autor cree conveniente estudiar un caso teórico muy sencillo, con objeto, por una parte, de dar una primera indicación acerca de del modo en que pueden resolverse los problemas de este tipo, y por otra, de demostrar que el comportamiento de las curvas de resistividad aparente de las calicatas eléctricas, no es el que podía esperarse "intuitivamente".*

Consideremos el caso de un contacto vertical entre dos medios, de resistividades respectivas ρ_1 y ρ_2 (fig. VII-1). El electrodo *A*, por el que penetra una corriente de intensidad *I*, se encuentra a la distancia x_0 del contacto, sobre el primer medio, mientras que el electrodo *B* se halla situado a distancia arbitrariamente grande (en el infinito). Para simplificar las expresiones matemáticas, designaremos con la letra *e* (emisividad) a la expresión

$$e = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \qquad \text{(VII,1)}$$

A M A'
X
X₀
X₀
ρ₁ ρ₂

FIG. VII-1. Cálculo de la anomalía de potencial producida por un contacto vertical.

* Véase también la nota de B. N. SATPATHY (1974), donde se comenta el fracaso de la intuición en otro tipo de corte.

En ausencia del segundo medio, el potencial en la superficie, medido por un electrodo M distante x de A sería

$$U_M = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \frac{1}{x} \qquad \text{(VII,2)}$$

El efecto del segundo medio (supongamos que el contacto es normal a la línea AM) puede sustituirse, en lo que respecta al primero, por un electrodo ficticio o imagen A', simétrico del A respecto del contacto, y cuya emisividad e' habrá que determinar. El potencial en el medio 2 puede obtenerse dando a la emisividad e del electrodo A un nuevo valor e'' que incluya el efecto del contacto. Este modo de proceder es el habitual en el método de las imágenes.

Las emisividades e' y e'' se calculan mediante las condiciones de contorno del modo siguiente:

En el medio 1, el potencial vendrá dado por

$$U_1 = \frac{e}{x} + \frac{e'}{2x_0 - x} \qquad (x \leqslant x_0) \qquad \text{(VII,3)}$$

mientras que el potencial en el medio 2, habrá de expresarse en la forma

$$U_2 = \frac{e''}{x} \qquad (x > x_0) \qquad \text{(VII,4)}$$

De la continuidad del potencial (apartado III,3) se deduce que

$$U_1 = U_2 = \frac{e}{x} + \frac{e'}{2x_0 - x} = \frac{e''}{x} \qquad (x = x_0)$$

o sea

$$e'' = e + e' \qquad \text{(VII,5)}$$

Por otra parte, la continuidad de la componente normal de la densidad de corriente se expresa por la ecuación (III,14) que puede escribirse

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial U_1}{\partial x} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial U_2}{\partial x} \qquad (x = x_0)$$

Sustituyendo U_1 y U_2 por las (VII,3) y (VII,4), derivando y haciendo $x = x_0$, resulta

$$-\frac{1}{\rho_1}\left(\frac{e}{x_0^2} - \frac{e'}{x_0^2}\right) = -\frac{1}{\rho_2}\frac{e''}{x_0^2}$$

lo que equivale a

$$\rho_2 (e - e') = \rho_1 e'' \qquad \text{(VII,5 bis)}$$

Las dos ecuaciones (VII,5) y VII,5 bis), combinadas, permiten obtener e' y e'' en función de e, ρ_1 y ρ_2.

$$e' = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} e$$
$$e'' = 2 \frac{\rho_2}{\rho_2 + \rho_1} e \qquad \text{(VII,6)}$$

Estas expresiones pueden transformarse utilizando el *factor de reflexión K* empleado en el método de las imágenes, cuya definición es

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \qquad \text{(VII,7)}$$

Entonces las (VII,6) toman la forma

$$e' = Ke$$
$$e'' = (1 - K) \frac{\rho_2}{\rho_1} e \qquad \text{(VII,8)}$$

Llevando estos valores a las (VII,3) y (VII,4) resultan para el potencial las fórmulas

$$U_1 = \frac{e}{x} + \frac{Ke}{2x_0 - x}$$
$$U_2 = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{1 - K}{x} e \qquad \text{(VII,9)}$$

donde, sustituyendo e por su valor (VII,1) se obtiene finalmente:

$$U_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{x} + \frac{K}{2x_0 - x} \right)$$
$$U_2 = \frac{I\rho_2}{2\pi} \frac{1 - K}{x} \qquad \text{(VII,10)}$$

En la práctica, la medición de la caída del potencial a partir del electrodo A, y de la perturbación producida en ella por la presencia del contacto, se efectuaría más cómodamente añadiendo un segundo electrodo de potencial N, y midiendo la diferencia de potencial ΔV entre ambos para diversas posiciones del par. El cálculo se simplifica si M y N

están muy próximos entre sí, pues entonces, según el principio del dispositivo Schlumberger (apartado III,7) puede suponerse que

$$\frac{\Delta V}{MN} \simeq E$$

En estas condiciones, supongamos que manteniendo fijo el electrodo *A,* vamos colocando el par *MN* en una serie de posiciones a lo largo del perfil, sobrepasando ampliamente el contacto. Los resultados podrían representarse como una curva de la variación de E con la distancia x, pero es más expresivo transformarla en una curva de resistividades aparentes, mediante la fórmula

$$\rho_a = 2\pi\, x^2 \frac{E}{I} \qquad \text{(VII,11)}$$

idéntica, salvo en notación, con la (III,29). La abscisa x representa la distancia del electrodo *A* al centro del segmento *MN,* supuesto muy corto.

Antes de efectuar el cálculo, será conveniente e instructivo tratar de imaginar *a priori,* cuál será el comportamiento de la resistividad aparente en función de la distancia del par *MN* al contacto. Supongamos, para fijar ideas, que $\rho_1 < \rho_2$. Podría pensarse, desde un punto de vista "intuitivo" o de "sentido común", que la citada magnitud será aproximadamente igual a ρ_1 a corta distancia del electrodo *A,* y que la presencia del segundo medio se manifestará por un aumento gradual de la resistividad aparente conforme los electrodos *M* y *N* se aproximen al contacto. Una vez que dichos electrodos hayan penetrado en el segundo medio, la resistividad aparente sería próxima a ρ_2 y esto tanto más cuanto más adentrados se encuentren los electrodos en este medio. Sin embargo, lo que ocurre en realidad es muy distinto, según se verá a continuación.

Para determinar rigurosamente el comportamiento real de la resistividad aparente, bastará sustituir E en la fórmula (VII,11) por los valores respectivos para cada uno de los medios que se obtienen de las (VII,10) por derivación y cambio de signo. Tales valores son:

$$E_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi}\left(\frac{1}{x^2} - \frac{K}{(2\,x_0 - x)^2}\right)$$

$$E_2 = \frac{I\rho_2}{2\pi}\,\frac{1 - K}{x^2} \qquad \text{(VII,12)}$$

Por lo tanto, se tendrá para el primer medio,

$$\rho_a^{(1)} = \rho_1\left(1 - K\frac{x^2}{(2\,x_0 - x)^2}\right) \qquad \text{(VII,13)}$$

y en el segundo,

$$\rho_a^{(2)} = \rho_2 (1 - K) = \frac{2 \rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \qquad \text{(VII,14)}$$

Como se ve, la variación de la resistividad aparente con la distancia x del electrodo fijo A al centro del par MN, es muy diferente de lo supuesto "intuitivamente" (fig. VII-2). Cuando x es muy pequeño, el valor observado es prácticamente igual a ρ_1 pero al acercarse los electrodos M y N al medio más resistivo la resistividad aparente no aumenta, sino que disminuye. Cuando los electrodos móviles cruzan sobre el contacto, la resistividad aparente experimenta un brusco aumento, y desde entonces, cuando los electrodos se mueven en el segundo medio, ρ_a permanece

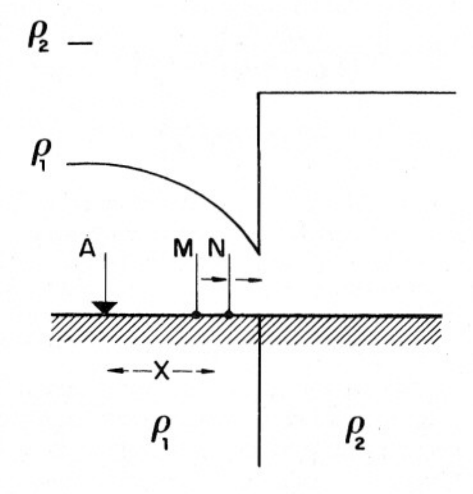


FIG. VII-2. Curva de resistividades aparentes obtenida sobre un contacto vertical, con electrodo de emisión fijo (método de gradientes).

constante, con valor diferente del verdadero de dicho medio. Por ejemplo, si $\rho_1 = 1$ y $\rho_2 = 5$, la resistividad aparente decrece con el aumento de x, desde 1 hasta 0,33, valor que se obtiene cuando los electrodos están en el primer medio, inmediatamente al lado del contacto. Dentro del segundo medio el valor observado es constantemente igual a 1,67.

Si fuese $\rho_1 > \rho_2$ la variación de la resistividad aparente es semejante a la descrita, salvo que aumenta con la aproximación de los electrodos al medio más conductor.

En los razonamientos anteriores se ha supuesto que el electrodo de corriente permanece fijo, mientras que se desplazan conjuntamente los de potencial. Se trata, pues, de un método de los que en el apartado anterior

se han denominado de campo fijo, y más concretamente correspondiente a la división A-1 (método de gradientes).

Si en vez de mantener inmóvil el electrodo *A*, se hubiese trasladado conjuntamente con los *M* y *N* tendríamos una calicata del tipo de dispositivo móvil (B-2, calicata trielectródica). En este caso, hay que considerar la variación de la resistividad aparente en función de la distancia al contacto de alguno de los electrodos, por ejemplo, el A. Esta variación puede calcularse por medio de las mismas fórmulas anteriores, sin más que tener en cuenta que ahora la variable es x_0, mientras que x tiene valor constante, que podremos representar por L y es igual a la distancia de A al centro del corto dipolo MN. Entonces, las expresiones (VII,13) y (VII,14) se escribirán:

$$\rho_a^{(1)} = \rho_1 \left(1 - K \frac{L^2}{(2\,x_0 - L)^2}\right) = \rho_1 \left(1 - \frac{K}{(2\,x' - 1)^2}\right) \qquad \text{(VII,15)}$$

$$\rho_a^{(1,2)} = 2 \frac{\rho_1\,\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \qquad \text{(VII,14)}$$

en la primera de las cuales se ha puesto $x' = x_0/L$. En este caso, la resistividad aparente se comporta de modo semejante a como lo hace en el método de gradientes anteriormente estudiado, es decir, que la aproximación del dispositivo al contacto, va acompañada de una disminución gradual de la resistividad aparente, si el segundo medio es más resistivo que el primero y un aumento si ocurre lo contrario (fig. VII-3).

La ecuación (VII,14) es aplicable cuando el dispositivo se encuentra "a horcajadas" de ambos medios, con el electrodo A en el primer medio, y los MN en el segundo. En estas condiciones, la resistividad aparente permanece constante.

Cuando todo el dispositivo se encuentra sobre el segundo medio, ya no es aplicable la ecuación (VII,14). Podemos utilizar la (VII,15) válida cuando los tres electrodos se encuentran en el mismo medio, pero sustituyendo ρ_1 por ρ_2, cambiando de signo K en virtud de su definición, y teniendo en cuenta que x_0 y L tienen ahora signos opuestos. Efectuados estos cambios queda finalmente

$$\rho_a^{(2)} = \rho_2 \left(1 + \frac{K}{(2\,x' + 1)^2}\right) \qquad \text{(VII,16)}$$

ecuación que expresa que la resistividad aparente en el segundo medio se aproxima asintóticamente a la resistividad verdadera de éste cuando el dispositivo se aleja del contacto.

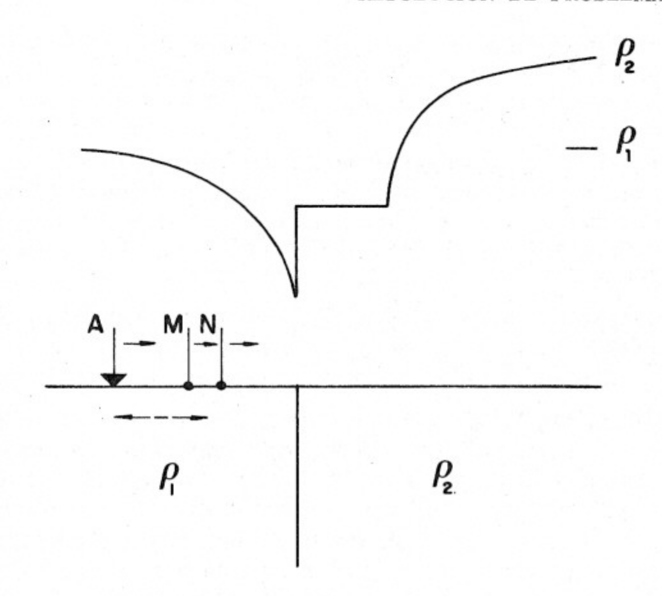


FIG. VII-3. Curva de resistividades aparentes obtenida sobre un contacto vertical, con un dispositivo trielectródico móvil.

Los ejemplos anteriores indican que las curvas de resistividad aparente representativas de las calicatas eléctricas poseen características muy diferentes de las que podían atribuírseles a primera vista, o con base en consideraciones cualitativas o intuitivas. Se deduce de ello que la interpretación correcta de tales curvas sólo puede efectuarse si se dispone de juegos de curvas maestras obtenidas mediante cálculos rigurosos o cuidadosas mediciones sobre modelos reducidos.

VII.4 RESOLUCION DE PROBLEMAS DIRECTOS

VII.4.1 Generalidades

Hasta ahora sólo se conoce un método científico para la interpretación de las calicatas eléctricas, que consiste en comparar las curvas de resistividad aparente obtenidas en el campo, con curvas patrón correspondientes a cortes geoeléctricos conocidos. Esta comparación puede hacerse visualmente, o por superposición en gráficos semilogarítmicos; un tercer procedimiento consiste en establecer, mediante análisis de las curvas patrón, relaciones entre la posición de los puntos característicos

de aquellas (máximos, mínimos, etc.), y la geometría del corte geoeléctrico correspondiente. Estas relaciones se aplican luego a las curvas de campo para la determinación de las discontinuidades laterales de la resistividad del subsuelo.

Las curvas patrón o maestras exigidas por el método de interpretación aludido, pueden obtenerse mediante cálculo, pero en muchos casos aparentemente sencillos se presentan dificultades matemáticas muy grandes. Por esta causa se ha recurrido a diversos tipos de ensayos sobre modelos reducidos.

En los momentos actuales parece preferible el recurso al cálculo numérico automático de métodos de aproximación, como el de elementos finitos, y el de diferencias finitas ya mencionados en el apartado IV.18,

Lo que en realidad ha de calcularse es la desviación o anomalía respecto del campo correspondiente a un medio homogéneo, producida por alguna heterogeneidad en la distribución de resistividades, la cual, por sus características, pueda representar algún accidente geológico de interés.

Dentro de la dificultad general, los problemas más sencillos son los de geometría bidimensional, en los que la heterogeneidad se extiende indefinidamente en dirección perpendicular al plano vertical que pasa por el perfil de observaciones. Tales casos no se dan estrictamente en la realidad, pero son asimilables a los de accidentes geológicos aproximadamente rectilíneos, de longitud o corrida muy grande respecto del tamaño de los dispositivos electródicos. Dentro del tipo bidimensional, los problemas más importantes son los siguientes:

a) Contacto plano vertical entre dos medios de resistividad diferente.
b) Capa vertical en medio homogéneo.
c) Capa vertical que separa dos medios de resistividad diferente.
d) Los mismos tres casos anteriores con interfaces oblicuas respecto de la superficie plana del terreno.
e) Los cuatro casos anteriores con recubrimiento, esto es, con una capa superficial de resistividad distinta a la presentada por el medio o medios indicados anteriormente.
   El caso e) es de fundamental importancia práctica, ya que es el que se da en la realidad. Cuando no existe recubrimiento, los contactos afloran y pueden ser cartografiados directamente por el geólogo, sin necesidad de recurrir a la Geofísica, salvo para aclarar cuestiones secundarias. Por desgracia, la presencia del recubrimiento complica grandemente el problema matemático.
f) Heterogeneidades de extensión lateral indefinida, y sección de forma geométrica regular (circular, elíptica, rectangular, etc.), que pueden representar estructuras geológicas tales como metalizacio-

nes, cavidades cársticas, etc., de gran longitud respecto del tamaño de los dispositivos.

Por último, existen problemas tridimensionales, en los cuales las heterogeneidades tienen tamaño limitado en sus tres dimensiones, en forma de prisma, esferas, elipsoides, etc., o de conos que salen a la superficie del terreno.*

La solución de la mayoría de los problemas aludidos es muy compleja desde el punto de vista matemático. Por esta circunstancia no se tratarán aquí con amplitud, pues ello se apartaría de la finalidad práctica de esta obra y aumentaría notablemente su extensión. Se incluirán sólo algunos ejemplos que den idea de los métodos que pueden utilizarse y de los resultados que se obtienen. Mayor información puede hallarse en GRANT y WEST (1965), VAN NOSTRAND y COOK (1966) y WARD (1967), así como en el apartado IV.18 de esta obra.

VII.4.2 Capa vertical

Como ejemplo de la aplicación del método de las imágenes, ya utilizado en este capítulo, se considerará el caso de una capa vertical indefinida de resistividad ρ_2 y espesor E, intercalado en un semiespacio homogéneo de resistividad ρ_1 (fig. VII-4). A distancia d del primer contacto se encuentra un electrodo fijo A de emisión, por el que penetra en el terreno corriente eléctrica de intensidad I. El potencial se mide en un

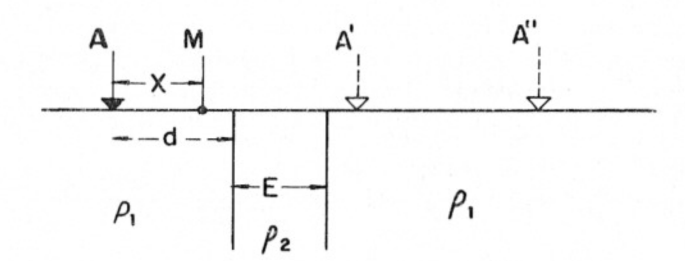


FIG. VII-4. Cálculo de la anomalía producida por una heterogeneidad limitada por dos planos verticales (método de las imágenes).

electrodo M situado a la distancia x de A, sobre un perfil perpendicular a la capa.

* Un caso particular de ello es la detección de galerías subterráneas, que ha sido estudiado por MILITZER *et al.* (1979).

Cuando M está en el primer medio, al potencial que produciría el electrodo A en medio homogéneo

$$U_A = \frac{I\rho_1}{2\pi} \frac{1}{x}$$

se suma el de la imagen A', simétrica de A respecto del primer contacto.

$$U_{A'} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \frac{K}{2\,d - x}$$

siendo K el valor definido por la (VII,7) como de costumbre. A estos potenciales hay que añadir los debidos a una serie infinita de imágenes situadas a distancias crecientes hacia la derecha, con intervalo constante $2\,E$, y cuya intensidad se obtiene multiplicando por K^2 la de la imagen anterior. La primera de esta serie es la A'', simétrica de A respecto del segundo contacto, y la intensidad $(1 - K^2)\,K$ veces la de A. Por lo tanto, la imagen enésima A_n'' de esta serie producirá en M el potencial

$$U_{A''} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \frac{(1 - K^2)\,K^{2n-1}}{2\,d + 2\,n\,E - x}$$

y el potencial total será

$$U = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{x} + \frac{K}{2d - x} + (1 - K^2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^{2n-1}}{2d + 2\,n\,E - x} \right) \qquad \text{(VII,17)}$$

Si el electrodo M se sustituye por un dipolo de medición Schlumberger, se obtendrá la componente E_x del campo eléctrico, que vendrá dada por la derivada del potencial U respecto de x cambiada de signo, o sea

$$E_x = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{K}{(2d - x)^2} - (1 - K^2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^{2n-1}}{(2d + 2\,n\,E - x)^2} \right) \qquad \text{(VII,18)}$$

El potencial en el tercer medio, o sea a la derecha de la capa, según la figura, es igual al producido por una serie infinita de imágenes, la primera de las cuales coincide con A en posición, y su emisividad es la de ésta multiplicada por $(1 - K^2)$; las demás guardan intervalos de $2E$ y la emisividad de cada una es igual a de la anterior multiplicada por K^2. Según esto, el potencial en el tercer medio es

$$U_3 = \frac{I\rho_1}{2\pi} (1 - K^2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^{2n}}{x + 2\,E\,n} \qquad \text{(VII,19)}$$

y la componente x del campo

$$E_x = \frac{I\rho_1}{2\pi}(1 - K^2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^{2n}}{(x + 2\,E\,n)^2} \tag{VII,20}$$

Cuando el electrodo M se encuentra sobre la capa, el potencial puede considerarse como debido a dos series de imágenes situadas en los mismos puntos que en los casos anteriores y con la misma relación entre sus emisividades. La emisividad de la primera imagen del primer medio es $(1 + K)$ y de la primera del tercer medio $-(1 + K)K$, tomando como unidad la de la fuente real A. El potencial en M resulta en este caso,

$$U_2 = \frac{I\rho_1}{2\pi}(1 + K)\left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^{2n}}{2\,n\,E + x} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^{2n-1}}{2\,d - x + 2\,n\,E}\right] \tag{VII,21}$$

y el campo

$$E_x = \frac{I\rho_1}{2\pi}(1 + K)\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^{2n}}{(2n\,E + x)^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^{2n-1}}{(2\,d - x + 2\,n\,E)^2}\right) \tag{VII,22}$$

Si el electrodo A fuese móvil habría que considerar los casos en que se encontrara sobre el segundo o tercer medios, a los que corresponden fórmulas análogas a las anteriores.

VII.4.3 Método de Logn

El geofísico noruego O. Logn (1954) ha utilizado un método análogo al de Stefanesco para la resolución de problemas referentes a contactos verticales. Consideraremos el caso más sencillo, que es el de un contacto vertical entre dos medios de resistividades respectivas ρ_1 y ρ_2. Sean, como en el problema anterior, d la distancia del electrodo A al contacto, y x la del primero al electrodo de medida. Puede tomarse un sistema cartesiano de coordenadas x, y, z con su origen en A (fig. VII-5), pero cabe también utilizar un sistema cilíndrico, con $r^2 = y^2 + z^2$. En tal caso, dado la

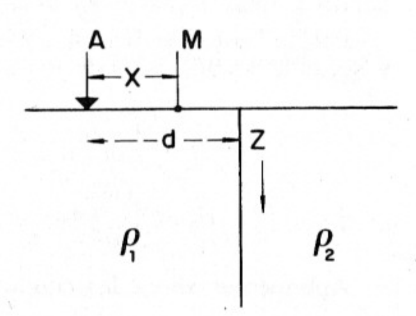


Fig. VII-5. Para ilustrar el cálculo de la anomalía de un contacto vertical por el método de Logn.

simetría del problema, el ángulo φ no influye en el potencial, por lo que habrá de cumplirse la ecuación de Laplace, prescindiendo del término en φ o sea

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0 \qquad \text{(VII,23)}$$

que puede separarse en dos, poniendo

$$U = R(r) \cdot X(x) \qquad \text{(VII,24)}$$

y entonces

$$\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} = -\lambda^2 R \qquad \text{(VII,25)}$$

$$\frac{d^2X}{dx^2} = \lambda^2 X$$

que tienen por soluciones

$$R = J_0(\lambda r)$$
$$X = e^{\pm\lambda x} \qquad \text{(VII,26)}$$

y también su combinación lineal

$$U = \int_0^\infty A(\lambda)\, e^{-\lambda x} J_0(\lambda r)\, dx + \int_0^\infty B(\lambda) e^{\lambda x} J_0(\lambda r)\, dx \qquad \text{(VII,27)}$$

A esta solución general del problema homogéneo hay que añadir, para el primer medio, una solución particular del problema no homogéneo que, como en el caso del SEV (apartado IV.6.2), puede ser

$$\frac{1}{(r^2 + x^2)^{1/2}} = \int_0^\infty e^{-\lambda|x|} J_0(\lambda r)\, d\lambda \qquad \text{(IV,37)}$$

donde x debe tomarse en valor absoluto.

Por lo tanto, se tendrán, para los potenciales U_1 y U_2 en el primero y segundo medio, las soluciones

$$U_1 = \int_0^\infty [e^{-\lambda x} + A_1(\lambda)\, e^{-\lambda x} + B_1(\lambda)\, e^{\lambda x}]\, J_0(\lambda r)\, d\lambda$$

$$U_2 = \int_0^\infty [A_2(\lambda)\, e^{-\lambda x} + B_2(\lambda)\, e^{\lambda x}]\, J_0(\lambda r)\, d\lambda \qquad \text{(VII,28)}$$

Apliquemos ahora las condiciones de contorno. El potencial habrá de

anularse en el infinito, por lo que tendrá que ser

$$A_1(\lambda) = 0$$
$$B_2(\lambda) = 0 \qquad \text{(VII,29)}$$

U_1 y U_2 serán iguales para $x = d$ por la continuidad del potencial, o sea

$$e^{-\lambda d} + B_1(\lambda)\, e^{\lambda d} = A_2(\lambda)\, e^{-\lambda d}$$

equivalente a

$$1 + B_1(\lambda)\, e^{2\lambda d} = A_2(\lambda) \qquad \text{(VII,30)}$$

En el mismo plano habrán de ser iguales las componentes normales de la densidad de corriente:

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial U_1}{\partial x} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial U_2}{\partial x}$$

que deriva directamente de la (III,14) y aplicada a la (VII,28) después de introducir en ella los resultados (VII,29), da

$$\rho_2 [-\lambda\, e^{-\lambda d} + \lambda\, B_1(\lambda)\, e^{\lambda d}] = \rho_1 [-\lambda\, A_2(\lambda) e^{-\lambda d}]$$

la cual combinada con la (VII,30) lleva a

$$\rho_2 - \rho_1 = (\rho_2 + \rho_1)\, B_1(\lambda)\, e^{2\lambda d}$$

que puede transformarse en

$$B_1(\lambda) = K\, e^{-2\lambda d}$$
$$A_2(\lambda) = 1 + K$$

expresiones que sustituidas en las (VII,28) dan los resultados finales buscados

$$U_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [e^{-\lambda x} + K\, e^{-\lambda(2d-x)}]\, J_0(\lambda r)\, d\lambda =$$
$$= \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty e^{-\lambda x} J_0(\lambda r)\, d\lambda + \frac{I\rho_1}{2\pi} K \int_0^\infty e^{-\lambda(2d-x)}\, J_0(\lambda r)\, d\lambda =$$
$$= \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{(x^2 + r^2)^{1/2}} + \frac{K}{[(2d - x)^2 + r^2]^{1/2}} \right] \qquad \text{(VII,31)}$$

$$U_2 = \frac{I\rho_1}{2\pi} (1 + K) \int_0^\infty e^{-\lambda x} J_0(\lambda r)\, d\lambda = \frac{I\rho_1}{2\pi} \frac{1 + K}{(x^2 + r^2)^{1/2}} \qquad \text{(VII,32)}$$

Soluciones que coinciden con las (VII,10) halladas por el método de las

imágenes, salvo diferencias de notación, y que en ellas se suponía $r = 0$, por considerarse sólo el potencial en la línea del perfil.

En el trabajo original de Logn puede verse la solución, por el mismo método, del caso de una capa vertical que separa dos medios de resistividades diferentes.

VII.4.4 Heterogeneidad en forma de cilindro

Consideremos ahora una heterogeneidad que sólo sea infinita en una dirección. Se trata de un cilindro horizontal de radio R y resistividad ρ_2 intercalado a la profundidad z_0 en un subsuelo homogéneo de resistividad ρ_1 (fig. VII-6). A fin de simplificar la solución del problema, supondremos que el electrodo que crea el campo está tan distante que el campo que produce en ausencia del cilindro puede considerarse como uniforme, y de intensidad E_0.

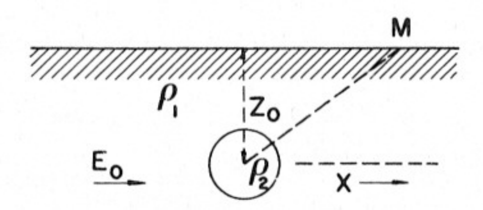


FIG. VII-6. Heterogeneidad de forma cilíndrica, en campo eléctrico uniforme.

Dada la geometría del problema, se tomarán coordenadas cilíndricas y, r, φ, siendo y el eje del cilindro.

Como no existe ninguna fuente a distancia finita, habrá de cumplirse en todos los puntos la ecuación de Laplace

$$\frac{1}{r}\;\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\;\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \qquad \text{(VII,33)}$$

donde es nulo el último término, ya que, en este caso, el potencial no varía en la dirección del eje del cilindro.

Para separar las variables, pondremos

$$U = R(r) \cdot \Phi\,(\varphi) \qquad \text{(VII,34)}$$

con lo que procediendo del modo acostumbrado, se llega a las dos ecuaciones diferenciales ordinarias

$$r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r} - m\,R = 0 \qquad \text{(VII,35)}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + m\,\Phi = 0 \qquad \text{(VII,36)}$$

cuyas soluciones respectivas son

$$R = A\,r^m + B\,r^{-m} \qquad \text{(VII,37)}$$

$$\Phi = C \cos m\,\varphi + D \operatorname{sen} m\,\varphi \qquad \text{(VII,38)}$$

por lo que la solución general puede escribirse

$$U = \sum_{m=1}^{\infty} (A_m\,r^m + B_m\,r^{-m})\,(C_m \cos m\,\varphi + D_m \operatorname{sen} m\,\varphi) \qquad \text{(VII,39)}$$

ya que hay que dar a m valores enteros exclusivamente si la solución ha de ser función uniforme.

En el potencial U_1 (exterior al cilindro) la anulación en el infinito exige que desaparezcan los términos r^m por lo que

$$A_m = 0$$

Además el potencial es simétrico respecto del eje x, por lo que habrán de anularse los términos que contienen senos

$$D_m = 0$$

En U_1 hay que incluir el potencial debido al campo uniforme E_0, que será

$$U_0 = -E_0\,x = -E_0\,r \cos \varphi$$

En resumen, se tendrá

$$U_1 = -E_0\,r \cos \varphi + \sum_{m=1}^{\infty} F_m\,r^{-m} \cos m\,\varphi \qquad \text{(VII,40)}$$

siendo

$$F_m = B_m\,C_m$$

En el interior del cilindro existirá un potencial U_2 para el que habrán de anularse los coeficientes B_m, pues de lo contrario, el potencial se haría infinito en el origen de coordenadas. Por otra parte, los coeficientes D_m de los términos de seno, habrán de anularse por la misma razón de simetría ya expuesta, de modo que

$$U_2 = \sum_{m=1}^{\infty} G_m \cos m\,\varphi\,r^m \qquad \text{(VII,41)}$$

Se considerarán ahora las condiciones de contorno. En la superficie del cilindro, $r = R$, habrán de coincidir ambos potenciales, por lo que m

sólo puede tomar el valor unidad. Se tiene, pues,

$$\begin{aligned} U_1 &= -E_0 r \cos\varphi + F_1 r^{-1} \cos\varphi \\ U_2 &= G_1 r \cos\varphi \end{aligned} \qquad \text{(VII,42)}$$

y para $r = R$

$$-E_0 R \cos\varphi + F_1 R^{-1} \cos\varphi = G_1 r \cos\varphi$$

o sea

$$-E_0 R + F_1 R^{-1} = G_1 R \qquad \text{(VII,43)}$$

La segunda condición de contorno es la continuidad de la componente normal de la densidad de corriente

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial U_1}{\partial r} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial U_2}{\partial r}$$

para $r = R$.

Aplicada esta condición a las (VII,42) resulta

$$-\rho_2 (E_0 \cos\varphi + F_1 R^{-2} \cos\varphi) = G_1 \rho_1 \cos\varphi$$

y de esta

$$\rho_2 (E_0 + F_1 R^{-2}) = -G_1 \rho_1 \qquad \text{(VII,44)}$$

que combinada con la (VII,43) da

$$\begin{aligned} F_1 &= -\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} E_0 R^2 \\ G_1 &= -E_0 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} E_0 = -E_0 (1 + K) \end{aligned} \qquad \text{(VII,45)}$$

de donde se deduce que el potencial U_1 en el exterior del cilindro es

$$U_1 = -E_0 r \cos\varphi - K E_0 \frac{R^2}{r} \cos\varphi \qquad \text{(VII,46)}$$

que es el potencial buscado. El primer término representa el potencial normal, en ausencia del cilindro, y el segundo, el efecto perturbador o anomalía producido por éste. Obsérvese que la intensidad de la anomalía no es proporcional al contraste de resistividades ρ_2/ρ_1 sino a K, por lo que ya para un contraste de 10, la anomalía producida es el 82 % de la correspondiente a un cilindro perfectamente aislante. Lo propio ocurre cuando el cilindro es más conductor que el medio que lo rodea. A este efecto se le llama *saturación*.

Si en vez del potencial se quiere calcular el campo eléctrico, que es la magnitud que se mide con electrodos M y N muy poco separados entre

sí, y se supone que la alineación de éstos es perpendicular al eje del cilindro bastará derivar U_1 respecto de x, con lo que se obtiene

$$E_x = E_0 + K E_0 R^2 \frac{(x^2 - z^2)}{r^4} \qquad \text{(VII,47)}$$

VII.4.5 Heterogeneidad esférica

La forma más sencilla de heterogeneidad limitada en tres dimensiones es la esfera. Sea R el radio de una esfera de resistividad ρ_2 intercalada en un terreno homogéneo de resistividad ρ_1 de modo que su centro se encuentra a la profundidad z_0. Supongamos, como en el caso anterior, que el campo aplicado es uniforme, de intensidad E_0. Utilizaremos un sistema cartesiano de coordenadas con origen en el centro de la esfera y orientado del mismo modo que en el problema del cilindro (fig. VII-7). Simultá-

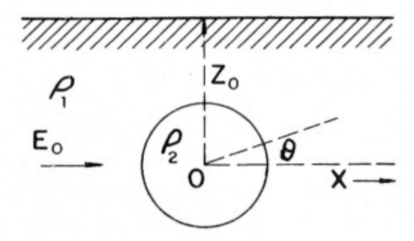


FIG. VII-7. Heterogeneidad de forma esférica, en campo eléctrico uniforme.

neamente pueden emplearse coordenadas esféricas r, θ, φ con el mismo origen. En todos los puntos habrá de anularse la ecuación de Laplace que expresada en estas últimas coordenadas es

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r}\right) + \frac{1}{\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\operatorname{sen}\theta \frac{\partial U}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{\operatorname{sen}^2\theta}\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} = 0 \qquad \text{(VII,48)}$$

Por la simetría respecto del eje x puede suprimirse el término en φ. La ecuación resultante puede descomponerse en dos, por el método usual, si se pone

$$U = \Theta(\theta)\, R(r)$$

con lo que resultan las dos ecuaciones

$$r^2 \frac{d^2R}{dr^2} + 2\,r\frac{dR}{dr} - p^2 R = 0$$

$$\frac{1}{\operatorname{sen}\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\operatorname{sen}\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + p^2\,\Theta = 0 \qquad \text{(VII,49)}$$

cuyas soluciones generales con $p^2 = n(n+1)$ respectivamente

$$R(r) = A_n r^n + B_n r^{-n-1} \qquad \text{(VII,50)}$$

$$\Theta(\theta) = P_n(\cos\theta) \qquad \text{(VII,51)}$$

donde P_n representa, como de costumbre, el polinomio de Legendre de orden n.

La solución general será, pues,

$$U = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n r^n + B_n r^{-n-1}) P_n(\cos\theta) \qquad \text{(VII,52)}$$

El potencial exterior U_1 habrá de anularse en el infinito y el interior U_2 en el origen. por lo que habrá de ser $A_n = 0$ en el primer caso, y $B_n = 0$ en el segundo. Se tendrá,

$$U_1 = -E_0 r \cos\theta + \sum_{n=0}^{\infty} B_n r^{-n-1} P_n(\cos\theta)$$

$$U_2 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n r^n P_n(\cos\theta)$$

Por ser $P_0(\cos\theta) = 1$, será $A_0 = 0$, pues de lo contrario existiría siempre en el origen un potencial $U_2 = 1$, independientemente de las demás condiciones. Por otra parte, a distancias grandes de la esfera el potencial U_1 habrá de coincidir con el del campo E_0, lo que exige que $B_n = 0$ para $n \neq 1$.

La continuidad del potencial en la superficie de la esfera hace que

$$-E_0 R \cos\theta + \frac{B_1}{R^2} P_1(\cos\theta) = \left(-E_0 R + \frac{B_1}{R^2}\right) \cos\theta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n R^n P_n(\cos\theta)$$

de donde se deduce que $A_n = 0$ para $n \neq 1$ y que

$$A_1 R \cos\theta = \left(-E_0 R + \frac{B_1}{R^2}\right) \cos\theta$$

o sea

$$A_1 = -E_0 + \frac{B_1}{R^3} \qquad \text{(VII,53)}$$

y por lo tanto,

$$U_2 = \left(-E_0 + \frac{B_1}{R^3}\right) r \cos\theta \qquad \text{(VII,54)}$$

que indica que el campo en su interior es constante y vale

$$E_2 = -\frac{\partial U_2}{\partial x} = E_0 - \frac{B_1}{R^3} \qquad \text{(VII,55)}$$

Aplicando ahora la ecuación de continuidad de las componentes normales de la intensidad de corriente

$$\frac{1}{\rho_1}\frac{\partial U_1}{\partial r} = \frac{1}{\rho_2}\frac{\partial U_2}{\partial r}$$

para $r = R$ resulta

$$\rho_2\left(-E_0\cos\theta - 2\frac{B_1}{R^3}\cos\theta\right) = \rho_1\left(-E_0 + \frac{B_1}{R^3}\right)\cos\theta$$

o sea

$$B_1 = \frac{\rho_1 - \rho_2}{2\rho_2 + \rho_1}E_0 R^3 \qquad \text{(VII,56)}$$

y por lo tanto,

$$U_1 = \left[-E_0 r + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2\rho_2 + \rho_1}E_0\frac{R^3}{r^2}\right]\cos\theta \qquad \text{(VII,57)}$$

que es la fórmula buscada para el potencial exterior. Por derivación respecto de x se obtiene el campo en la dirección del campo inductor, que es

$$E_x = E_0 + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2\rho_2 + \rho_1}E_0 R^3\frac{2x^2 - z^2}{r^5} \qquad \text{(VII,58)}$$

Obsérvese que las resistividades aparecen en una fracción semejante, pero no idéntica, al factor K del método de las imágenes y que da lugar también a saturación, aunque algo más débil que en el caso del cilindro.

VII.4.6 Comentarios

Si el lector posee sentido crítico, es probable que no le hayan convencido las soluciones dadas para el cilindro y la esfera. Si ha sido así, está en lo cierto, pues tales soluciones no son exactas. Al suponer la simetría del potencial no se han tenido en cuenta el efecto del plano de separación tierra-aire. Este efecto se comprende más fácilmente pasando al caso electrostático (apartado III.13). Entonces el campo E_0 es un campo electrostático que induce una distribución de cargas, simétrica respecto del eje x sobre la superficie de la esfera o del cilindro. Tal simetría desaparece en cuanto se introduce la interfaz tierra-aire, pues en ella el cuerpo inducirá nuevas cargas que a su vez modificarán la distribución en la superficie de aquél. Por lo tanto, las soluciones dadas más arriba sólo son aproximadas.

Para encontrar soluciones exactas, por separación de variables, es necesario utilizar en cada caso un sistema de coordenadas en las que

todas las superficies límites (incluso la del suelo) lo sean de nivel (esto es, tengan constantes una de sus coordenadas). Esto puede conseguirse simplemente, en el caso de superficies planas paralelas o perpendiculares, recurriendo a coordenadas cartesianas, pero en los demás no es fácil, y hay que utilizar sistemas de coordenadas poco comunes, como las elípticas, parabólicas, dipolares, etc. Sobre estos sistemas pueden consultarse GRANT y WEST (1965) y STRATTON (1941).

El caso de la esfera requiere el empleo de coordenadas bipolares (también llamadas biesféricas). Si se compara la solución exacta hallada por este camino con la encontrada más arriba, resulta que el error de ésta crece, como es lógico, con la proximidad de la esfera al suelo, y es inferior al 10 % si $z_0 < 1{,}3\,R$. No siempre, por no decir en muy pocos casos, puede encontrarse un sistema de coordenadas adecuado para el problema propuesto, máxime si los electrodos de emisión se encuentran a distancia finita del cuerpo.

SCURTU (1972) ha estudiado el caso de la esfera de resistividad nula sumergida en medio homogéneo, considerando las fuentes ficticias creadas por la interfaz tierra-aire, infinitas en número. Dentro de una aproximación suficiente, ha calculado las resistividades aparentes que se obtendrían para diversas profundidades y radios de la esfera y diferentes dispositivos electródicos.

VII.4.7 Efectos topográficos

Cuando la superficie del terreno no es plana, la distribución del potencial se perturba, con lo que aparecen anomalías que pueden atribuirse erróneamente a estructuras del subsuelo, o bien deformar u ocultar las que tengan realmente este origen.

El cálculo de estos efectos y su corrección, presenta las mismas dificultades que el de las anomalías producidas por heterogeneidades del subsuelo. Las depresiones del terreno pueden considerarse como inclusiones aislantes; las elevaciones, como zonas conductoras suplementarias. La ortogonalidad de las equipotenciales a la superficie del terreno, hace que las líneas de corriente coincidan con ésta, condensándose bajo las depresiones y enrareciéndose en las elevaciones del terreno. Grant y West sugieren el empleo del método de relajación para el cálculo de estos efectos topográficos. Dicho método consiste en esencia, como es sabido, en determinar la solución de la ecuación diferencial planteada, en este caso la de Laplace, en un número finito de puntos que forman una red regular.

VII.4.8 Ensayos sobre modelos reducidos

Las dificultades que presenta el cálculo numérico de las anomalías producidas por heterogeneidades del subsuelo, incluso de forma regular, llevaron a diversos investigadores a su estudio experimental por medio de ensayos sobre modelos reducidos. Hasta ahora se han empleado tres clases de estos modelos.

a) *Ensayos efectuados en el terreno,* excavando una zanja y rellenándola con materiales sólidos (arcilla, cemento, arena, etc.), dispuestos de forma que reproduzcan, en proporciones reducidas, el corte que se desea estudiar. El inconveniente principal de este método, utilizado en la Unión Soviética, es la dificultad de conseguir la homogeneidad eléctrica de cada capa o zona.

b) *Ensayos en la cuba electrolítica,* la cual consiste en un recipiente grande, del orden de un metro en su dimensión mínima, lleno de agua con algo de sal común u otro líquido débilmente conductor. La superficie límite de éste representa la del terreno. Dentro del líquido se colocan cuerpos de la forma deseada, que representan, a escala conveniente, heterogeneidades perfectamente conductoras si son de metal, o aislantes, si son de bakelita, plexiglás, etc. Las heterogeneidades de resistividad no nula ni infinita son más difíciles de conseguir. Un modo de lograrlos sería la utilización de electrólitos de diferente concentración, cuya conductividad podría ajustarse al valor deseado, pero en estas circunstancias surge el problema de separar unos de otros. Si esto se hiciera por medio de tabiques aislantes o muy conductores se introduciría un nuevo elemento que perturbaría las condiciones previstas. Por otra parte, es muy difícil conseguir tabiques de resistividad intermedia entre las dos que se trata de separar, y aún así, la perturbación, aunque menor, podría no ser despreciable. Al'pin ha utilizado a este efecto láminas aislantes con perforaciones, que forman una red regular, en cada una de las cuales se introduce un remache o tapón metálico. De este modo, el tabique actúa como elemento neutro, porque tanto su conductancia longitudinal, como su resistencia transversal, son nulas.

Aunque las mediciones pueden efectuarse con corriente continua y micro-electrodos impolarizables, es preferible utilizar electrodos metálicos y corriente alterna, de frecuencia tal que no produzca polarización y al mismo tiempo sea lo suficientemente baja para que sus efectos sean prácticamente iguales a los de corriente continua.

Los valores de potencial medidos se aplican al caso real por simple relación de semejanza geométrica.

c) *Ensayos con papel conductor.* Este método, de mayor sencillez experimental que los dos anteriores, es válida para el estudio de cortes bidimensionales, esto es, de heterogeneidades de extensión indefinida en

dirección perpendicular al perfil sobre el que se hacen las mediciones. El modelo se construye cortando y pegando trozos de papel conductor, como el "Teledeltos", para formar una reducción a escala del corte que desea estudiarse. Las heterogeneidades perfectamente conductoras pueden representarse por papel de estaño o aluminio, o pintando sobre el papel conductor con amalgama de plata. Hay que tener en cuenta la resistividad del pegamento empleado. Blokh recomienda para este uso la tinta china incongelable cuando las resistividades son pequeñas, y la cola de Filchakov * para resistividades grandes.

En los modelos de papel conductor no puede aplicarse directamente la semejanza geoeléctrica, puesto que el potencial V_t en el terreno (semiespacio) decrece en proporción inversa con la distancia, mientras que en el modelo (semiplano) el potencial V_m es logarítmico. Puede demostrarse que

$$V_s = V_m \cdot 2\, r \ln r \qquad \text{(VII,59)}$$

donde r es la distancia del punto donde se mide el potencial al electrodo de corriente A. Cuando se mide la diferencia de potencial ΔV entre dos electrodos M y N, separados por la distancia $2a$ y es r la que existe entre A y el centro O del segmento MN, el factor de semejanza para la diferencia de potencial es

$$f = \frac{r^2 - a^2}{a} \ln \frac{r - a}{r + a} \qquad \text{(VII,60)}$$

Si lo que desea obtener es la anomalía correspondiente a algún tipo de calicata en la que todos los electrodos se mueven conjuntamente, puede prescindirse del coeficiente f, pues éste será constante al ser invariables las distancias entre electrodos.

En este tipo de modelos puede emplearse corriente continua, ya que la conductividad de los papeles conductores es electrónica.

En los tres tipos de modelos descritos es preciso tener en cuenta el efecto perturbador de los límites del modelo (paredes de la cuba, etc.), que actúan como medios aislantes sin homólogos en la realidad, por lo general.

---

* La composición de esta cola, según el autor citado, es la siguiente: gelatina fotográfica, 5-10 %; glicerina, 0,5-1 % alcohol de 96°, 15-20 % negro de humo, 0,5-5 %; agua, 64-79 %. Su resistividad varía dentro de amplios límites en función de su composición.

VII.5 DISPOSICION Y MOVIMIENTO DE LOS ELECTRODOS EN DIVERSOS TIPOS DE CALICATAS

A continuación se enumeran los distintos tipos de dispositivos electródicos y el movimiento de los electrodos para los diversos tipos de calicatas enumerados en el apartado VII.2.

a) *Método de gradientes.*

Corresponde al primer ejemplo del apartado VII.3. El electrodo de corriente *A* permanece fijo (fig. VII-8) mientras que el *B* está situado en el "infinito". Los electrodos de potencial *M* y *N* se desplazan conjuntamente, manteniéndose alineados con el *A,* y poco separados entre sí.

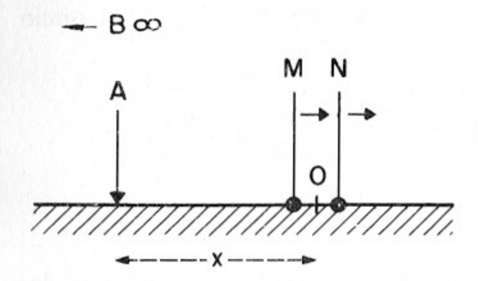


FIG. VII-8. Movimiento de los electrodos en las calicatas por el método de gradientes.

Este dispositivo es realmente un medio Schlumberger, en el que se mueven los electrodos *M* y *N* en vez del *A*. Por esta causa, la penetración va aumentando con la distancia de *A* al centro de los otros dos, lo que constituye un inconveniente de este método, pues en las calicatas se intenta conseguir penetración constante.

b) *Método "Racom".*

También se le denomina método de relaciones de caída de potencial (en inglés Potencial Drop Ratio = P. D.R.). Deriva del anterior por adición de un tercer electrodo de potencial *P* colocado entre el *M* y el *N*. (Fig. VII-9.) Lo que se mide es el cociente entre la d.d.p. entre *M* y *P*

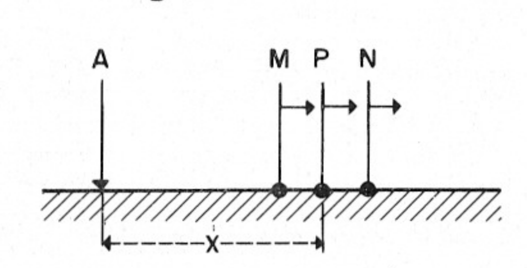


FIG. VII-9. Disposición y movimiento de los electrodos en el método Racom.

y la existente entre *P* y *N*. Esta relación, que es independiente de la intensidad *I* se determina directamente por medio de un circuito puente especial denominado "puente de relaciones" (en inglés "Ratio compensator" y abreviadamente "Racom", lo que ha dado a este procedimiento uno de sus nombres). Este método, muy empleado en tiempos por los geofísicos suecos, tiene el mismo inconveniente que el sistema anterior. Suele utlizarse con corriente alterna de baja frecuencia.

c) *Calicata "Schlumberger"*.

No debe confundirse con las calicatas de dispositivos Schlumberger con cuatro electrodos móviles (párrafo g). Es también una modificación del método de gradientes, con el electrodo *B* a distancia finita, alineado con los *A, M* y *N* y situado al lado opuesto del primero respecto de los otros dos (fig. VII-10). Los electrodos *M* y *N* se mueven sobre el tercio

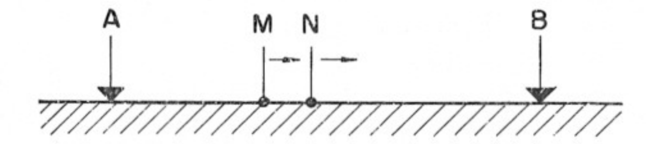


FIG. VII-10. Calicata "Schlumberger" de dos electrodos de potencial móviles.

central del segmento *AB*, donde el campo es más uniforme y pueden detectarse más fácilmente los cambios laterales de resistividad. La penetración tampoco es constante, siendo máxima cuando los electrodos *M* y *N* se hallan en el centro del segmento *AB*, pero varía de modo mucho más tolerable que en los dos casos anteriores.

d) *Método de bloques.*

Se le conoce también por los nombres de *rectángulo de resistividad* y de *método del gradiente medio*. Resulta de extender las mediciones de una "calicata Schlumberger" a perfiles paralelos al principal, esto es al que pasa por los electrodos *A* y *B*, a ambos lados de éste (fig. VII-11). Se investiga así una zona cuadrada o rectangular de terreno.



FIG. VII-11. Electrodos de emisión y perfiles (líneas gruesas) en el método de bloques (en planta).

Los tipos de calicatas que acaban de describirse, corresponden a los métodos de campo fijo, esto es, con los electrodos de corriente inmóviles. Los que siguen se caracterizan por el desplazamiento simultáneo de todos los electrodos, por lo que las distancias entre ellos son constantes en toda la investigación.

e) *Calicatas dipolares.*

En ellas se desplaza sobre el terreno, a lo largo de un perfil rectilíneo, un dispositivo dipolar axil (apartado III.8 f) mateniendo constantes las separaciones interelectródicas (fig. VII-12).

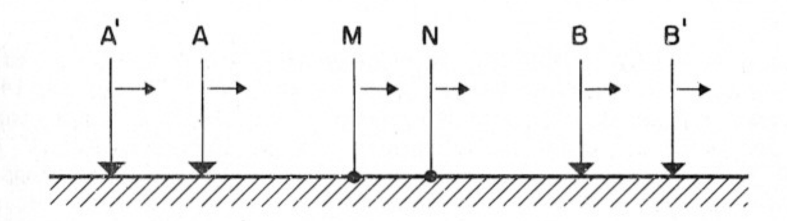


FIG. VII-12. Dispositivo electródico en las calicatas dipolares bilaterales (CED).

Es muy frecuente el uso de calicatas dipolares bilaterales (fig. VII-12) en los que se emplean dos dipolos de emisión *A'A* y *BB'* situados simétricamente respecto del dipolo *MN*. Para cada posición del conjunto, se efectúan dos mediciones de resistividad aparente, una con el dipolo de emisión *A'A* * y el otro con el *BB'*, ambas con el mismo dipolo de recepción *MN*. Se obtienen así dos curvas de resistividad aparente, una para cada dipolo de corriente, lo que facilita grandemente la interpretación.

f) *Calicatas trielectródicas.*

Se emplea en ellas un dispositivo trielectródico o semi-Schlumberger, que es desplazado a lo largo de cada perfil sin modificación de sus separaciones mutuas.

También aquí es frecuente, casi se diría que obligado, el empleo de la modalidad bilateral (fig. VII-13). En ella se emplean dos electrodos de emisión *A* y *B*, colocados simétricamente respecto del centro del dipolo *MN* y un tercer electrodo *C* situado en el infinito. Para cada colocación del dispositivo se toman dos valores de resistividad aparente, el primero con los electrodos *AMNC* y el segundo con los *BMNC*. Como en el caso anterior, se obtienen dos curvas, con las mismas ventajas.

* Parece más lógico denominar respectivamente, *AB* y *A'B'* a los dipolos de emisión, pero aquí se sigue el uso de Blokh, empleado en su colección de curvas patrón.

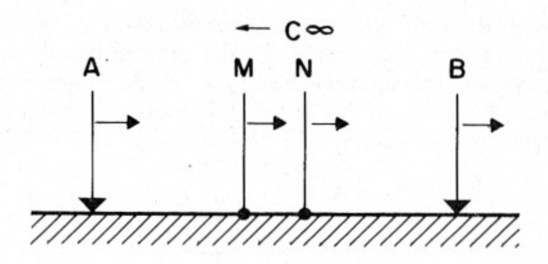


FIG. VII-13. Dispositivo electródico en las calicatas trielectródicas combinadas.

Aún es posible conseguir mayor información con este tipo de calicata si se añaden dos nuevos electrodos de emisión *A′* y *B′* (fig. VII-14). En tal caso, resultan de cada estación cuatro valores de resistividad aparente, los dos indicados y los correspondientes a las combinaciones *A′ MNC* y. *B′ MNC,* las cuales en general estarán influidas por capas más profundas del terreno. Pueden incluso efectuarse calicatas trielectródicas con tres penetraciones, introduciendo dos nuevos electrodos de emisión *A″* y *B″* pero ello vuelve al dispositivo muy complicado.

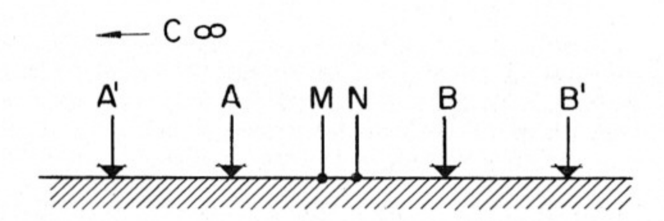


FIG. VII-14. Dispositivo electródico en las calicatas trielectródicas combinadas, con dos distancias.

Como la penetración, según se ha visto en el caso del SEV, no está relacionada de modo sencillo con la distancia entre electrodos, es preferible hablar de calicatas con dos distancias (o dos separaciones) en vez de calicatas con dos penetraciones.

Las calicatas trielectródicas bilaterales suelen llamarse también *trielectródicas combinadas,* denominación que se utilizará en lo sucesivo.

g) *Calicatas de dispostivo simétrico.*

La investigación por este método consiste en una serie de determinaciones de resistividad aparente por medio de un dispositivo simétrico de cuatro electrodos de separación constante. Se usan generalmente el de Wenner, o el de Schlumberger. El primero es el más extendido en los

países anglo-sajones o de tradición científica anglosajona, pero en la mayoría de los casos es mucho más ventajoso el empleo del dispositivo Schlumberger, según se probará más adelante.

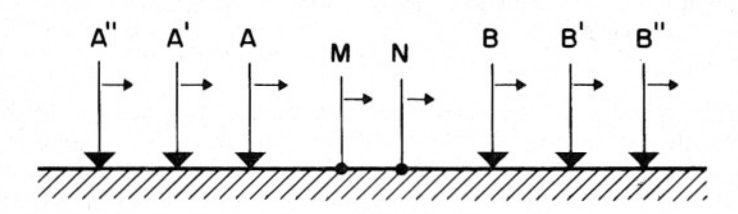


FIG. VII-15. Dispositivo electródico en las calicatas simétricas (CES) con tres distancias.

Estas calicatas pueden hacerse con dos o tres distancias para efectuar el estudio con otras tantas penetraciones (fig. VII-15). Una ventaja de este método frente al de calicatas trielectródicas combinadas es la de no requerir la colocación de un electrodo de "infinito".

Una modalidad de este tipo de investigación consiste en la adición de un tercer electrodo de potencial, colocado en el centro 0 del dipolo *MN* (fig. VII-16). Para cada estación se efectúan dos lecturas de resistividades correspondientes a los dispositivos *AMOB* y *AONB,* con objeto de obtener información sobre la inhomogeneidad del terreno en la zona donde se encuentran los electrodos de potencial. Cuando el dispositivo inicial *AMNB* es un Wenner, recibe el nombre de *dispositivo de Lee.* Este tipo de calicatas, a veces denominado "de repetición", no presenta ventajas apreciables en el estado actual de la técnica.

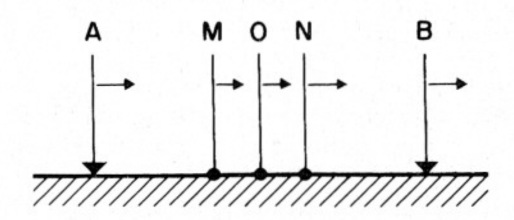


FIG. VII-16. Dispositivo electródico "de repetición" en calicatas simétricas.

h) *Calicatas con dispositivos apantallados y de cero.*

Se emplea en este tipo de investigación alguno de los dispositivos compuestos descritos en el apartado III,11 bien del tipo cero, bien apantallado. Como los casos anteriores, se efectúa una serie de determinaciones

de resistividad aparente, a lo largo de un perfil rectilíneo, sin modificar las separaciones interelectródicas.

En vista del gran número de variedades de dispositivo posibles, y de su hasta ahora escasa difusión, no se tratará este asunto más detalladamente en este apartado.

i) *Calicatas circulares.*

En este método, el dispositivo no se traslada, sino que gira alrededor de un punto fijo que puede ser el centro del dipolo de recepción *MN*. La variable independiente no es, pues, la distancia a un origen, sino el azimut del dispositivo. Este suele ser un semi-Schlumberger, pero puede utilizarse cualquier dispositivo rectilíneo, por ejemplo, de tipo apantallado, o dipolar.

Los resultados se expresan en coordenadas polares, en forma de diagramas resistividad aparente-azimut. Las mediciones pueden repetirse con diferente distancia entre electrodos.

Este procedimiento se emplea para determinar rumbos y buzamientos de filones, capas conductoras, fallas o diaclasas, etc.

j) *Otros tipos de calicatas.*

La diversidad de tipos posibles de calicatas es inagotable, pero no obstante, los enumerados más arriba son los más difundidos en la práctica. A título de ejemplo, se mencionan dos modalidades originarias de Inglaterra.

En el método denominado *Tripotencial,* propuesto por CARPENTER y HABBERJAM (1956) se utiliza un dispositivo de cuatro electrodos igualmente espaciados, como en el dispositivo Wenner. En cada estación se efectúan tres determinaciones de resistividad aparente, en las que se altera el carácter de emisión o recepción de los electrodos que corresponden respectivamente, para el mismo orden geométrico de estos, a las combinaciones *AMNB, ABMN* y *AMBN*.

En el *dispositivo cuadrado,* debido a HABBERJAM y WATKINS (1967) se toman también tres valores de resistividad aparente en cada estación, correspondientes a las tres combinaciones que acaban de citarse, pero los electrodos están ubicados en los vértices de un cuadrado. Al pasar a la estación siguiente, el cuadrado puede desplazarse bien en la dirección de dos de sus lados, bien en la de una de las diagonales.

KELLER y FRISCHKNECHT (1966) describen un dispositivo que denomina semi-Wenner, el cual consta de sólo dos electrodos *A* y *M*, estando en el infinito los *B* y *N*. Este dispositivo, descrito por los autores soviéticos como "bielectródico" con fines puramente pedagógicos, no creemos que se haya usado nunca en la práctica.

Conviene mencionar también que, a veces, las mediciones de algunos

de los tipos descritos en los párrafos anteriores, se efectúan simultáneamente sobre varios perfiles, con los mismos electrodos de emisión. Así, si se trata de una calicata de dispositivo simétrico, pueden emplearse dos dipolos de recepción supletorios M_1N_1, M_2N_2 que se desplazan sobre perfiles paralelos al principal, conservándose siempre sus centros en la mediatriz del segmento AB (fig. VII-17).

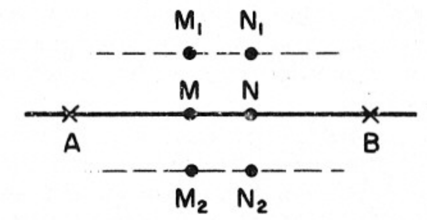


FIG. VII-17. Ejecución simultánea de CES sobre varios perfiles.

VII.6 REPRESENTACION GRAFICA DE LAS RESISTIVIDADES APARENTES. NOTACION Y NOMENCLATURA

Las observaciones efectuadas en las diferentes modalidades de calicatas eléctricas se traducen en resistividades aparentes del modo acostumbrado, esto es, por aplicación de la fórmula (III,21), cuyo coeficiente de dispositivo K se calcula por medio de la (III,23).

Los valores de ρ_a así obtenidos se representan gráficamente (salvo para calicatas circulares) en función de la distancia del origen del perfil a alguno de los electrodos, que puede elegirse arbitrariamente. No obstante, en evitación de errores y confusiones, es conveniente tomar como electrodo de referencia el mismo utilizado en las curvas maestras que se empleen en la interpretación. Por esta causa, y de acuerdo con el uso más general se atribuirá en esta obra cada valor de ρ_a a la posición ocupada en la estación correspondiente por el centro 0 del dipolo MN.

La escala horizontal del gráfico puede ser cualquiera lineal. Resulta cómodo en la práctica el empleo de una escala tal que la distancia entre cada dos estaciones sucesivas (llamada *paso*) quede representada por 5 mm de longitud, salvo en perfiles muy largos o muy cortos. La orientación del dibujo debe coincidir con la habitual en los mapas, esto es, deben colocarse en la parte izquierda del dibujo las estaciones situadas más al Oeste. Si la orientación del perfil fuese N-S se colocará el Sur a la izquierda.

Cuando las calicatas sean de medición múltiple (calicatas con dos distancias, trielectródicas combinadas, etc.), las curvas correspondientes deben trazarse en el mismo gráfico, a fin de facilitar su comparación e interpretación, distinguiéndolas por colores diferentes o por la clase de

línea (continua, de trazos, etc.). En el caso de calicatas combinadas o bilaterales es conveniente distinguir de algún modo los dos dispositivos utilizados. El autor recomienda utilizar las denominaciones propuestas por Blokh: se llama *dispositivo directo* a aquel cuyo electrodo (o electrodos) de emisión se encuentren, en la orientación del gráfico, a la izquierda (es decir, al Oeste o Sur) de los de potencial, y *dispositivo inverso* al que cumple la condición opuesta. Es conveniente el empleo de línea continua para la curva del dispositivo directo y de trazos para el inverso; de este modo pueden compararse directamente con las curvas patrón del autor citado.

En el gráfico debe dibujarse también a la misma escala horizontal, el dispositivo o dispositivos empleados, lo que resulta muy útil en la interpretación. Para expresar por escrito las características del dispositivo puede adoptarse el siguiente convenio: se colocan, por su orden, de Oeste a Este, las letras representativas de los electrodos, y entre ellas, los números que expresan las distancias de metros entre cada dos electrodos contiguos. Así, un dispositivo simétrico con $AB = 60$ m y $MN = 5$ m se expresará $A27{,}5M5N27{,}5B$.

En cuanto a la escala vertical, es decir, la de resistividades aparentes, está muy extendida la equivocada costumbre de utilizar la lineal cuando el uso correcto exige que sea logarítmica, como en los SEV. Es fácil ver la razón de esto: si entre las ρ_a de dos estaciones sucesivas existe la diferencia de 50 Ω-m ésta será significativa si el valor medio en el perfil es de 100 Ω-m, pero irrevelante por completo si dicho valor medio es de 2000 Ω-m. Sin embargo, en ambos casos la curva refleja la misma variación en la resistividad aparente si la escala empleada es lineal. La representación logarítmica está exenta de este inconveniente, puesto que en realidad es una representación de relaciones. Por otra parte, las dos únicas colecciones de curvas patrón para calicatas eléctricas publicadas hasta ahora emplean escala logarítmica para las resistividades. Por consiguiente, las curvas de calicatas eléctricas deben trazarse sobre papel semilogarítmico. El de 62,5 mm de módulo resulta de tamaño muy adecuado.

Los diagramas polares de las calicatas circulares deben trazarse también en escala logarítmica. El módulo indicado es también aconsejable en este caso. Al origen de coordenadas se atribuye un valor de resistividad aparente algo inferior a todos los observados, ya que en la representación logarítmica no existe el cero.

VII.7 PUNTOS CARACTERISTICOS

En terreno homogéneo, la curva de resistividades aparentes es una recta paralela al eje de abcisas. En los métodos de calicatas de campo

móvil (grupo B del apartado VII.2), basta la condición de homogeneidad lateral. La presencia de cambios laterales en la resistividad se manifiesta en la curva de ρ_a por desviaciones respecto de la línea horizontal indicada. Las desviaciones producidas por una sola heterogeneidad constituyen una *anomalía*. La forma de estas anomalías suele ser complicada, y presenta varios *puntos característicos* tales como máximos, mínimos, etc., de diferentes clases.

A fin de poder describir e interpretar los diversos tipos de anomalías que aparecen tanto en las curvas teóricas como en las de campo, BLOKH (1957), ha introducido un sistema de notación y nomenclatura que se expone a continuación, convenientemente adaptada la primera al alfabeto latino. El símbolo para cada clase de punto característico o discontinuidad se indica entre paréntesis, y el nombre en letra cursiva.

a) Máximo cuspidal, que se denominará *punta* o *pico* (*P*).
b) *Máximo* normal, es decir, sin discontinuidad en la derivada (*M*).
c) Mínimo cuspidal o *sima* (*S*).
d) *Mínimo* normal, sin discontinuidad en la derivada (*m*).
e) Punto de *inflexión* (I).
f) Discontinuidad vertical o *escalón* (*E*).

El significado de estos términos se ilustra en la figura VII-18.

La presencia de dos curvas en los gráficos de calicatas trielectródicas combinadas y dipolares bilaterales, da lugar a dos nuevos rasgos característicos (fig. VII-19).

g) Zonas en las que los valores de resistividad aparente de las dos curvas son sensiblemente diferentes entre sí. Cada una de estas zonas se llama de *divergencia* (D).
h) Puntos donde las dos curvas se cortan, o *cruces* (C).

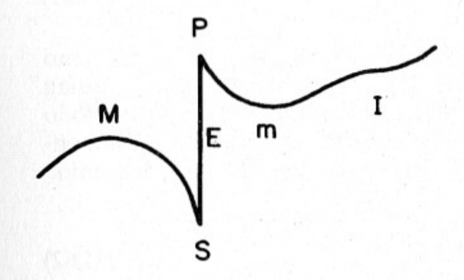


FIG. VII-18. Puntos característicos y sus símbolos en las curvas de calicata eléctrica.

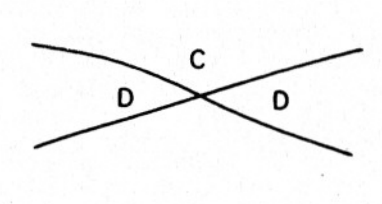


FIG. VII-19. Cruces (C) y divergencias (D) en las calicatas de dos curvas.

Los cruces son de gran importancia en la interpretación. Se denominan *directos* cuando a la izquierda del punto de intersección de las dos curvas, los mayores valores de la resistividad aparente son los que corresponden al dispositivo directo, e *inversos* en el caso contrario.

Cada uno de los puntos característicos suele deberse al paso de algún electrodo sobre una superficie de discontinuidad eléctrica. Por ello, pueden distinguirse por un subíndice que indique qué electrodo es el que produce el punto considerado. Si por ejemplo, aparece en la curva una punta debido al paso del electrodo B sobre un contacto, se utilizará el símbolo P_B. Cuando hay dos superficies de discontinuidad, como ocurre cuando la heterogeneidad es una capa estrecha, puede añadirse un segundo subíndice, que indica cuál de las dos interfases que limitan la capa es causa del punto característico. Este nuevo subíndice suele ser i o d aludiendo a la posición en el gráfico a la izquierda o la derecha, de la interfaz correspondiente.

VII.8 VALORACION DE LAS ANOMALIAS

Es conveniente disponer de un índice o medida de la intensidad con que una anomalía determinada aparece en la curva, a fin de poder compararla con otras, o para separar las más destacadas de un perfil o zona.

Dicha valoración ha de basarse en comparar la resistividad máxima ρ_M observada en la anomalía, con la mínima ρ_m de las misma. Esta comparación no puede hacerse obteniendo la diferencia $\rho_M - \rho_m$ por las razones expuestas en el apartado VII.6. Esta diferencia puede normalizarse dividiendo por el valor medio ρ_0 de la resistividad aparente en la parte de la curva exterior a la zona de anomalía. Se tiene así una medida I_1 de la intensidad de la anomalía

$$I_1 = \frac{\rho_M - \rho_m}{\rho_0} \qquad \text{(VII,61)}$$

Esta medida ha alcanzado bastante difusión, tanto en Occidente como en la Unión Soviética, pero ha merecido las objeciones de Blokh, quien indica que el valor medio ρ_0 es de determinación imprecisa, sobre todo cuando la anomalía corresponde al contacto entre dos medios. En consecuencia, Blokh propone el empleo de un nuevo índice, que denomina *amplitud de la anomalía* y cuyo valor es

$$I_2 = \frac{\rho_M}{\rho_m} \qquad \text{(VII,62)}$$

Tarkhov, por su parte, propone un tercer índice, que resulta de dividir la diferencia de resistividades entre el máximo y el mínimo, por el

promedio de éstas, y multiplicar por 2 el resultado, con lo que queda finalmente

$$I_3 = \frac{\rho_M - \rho_m}{\rho_M + \rho_m} \qquad \text{(VII,63)}$$

El autor ha empleado en algunos trabajos el índice I_3 multiplicado por 10 a fin de hacerlo más expresivo, ya que en la definición de Tarkhov el valor máximo posible es 1; entonces una anomalía muy intensa valdría por ejemplo 0,8, lo que podría ser mal interpretada por personas poco técnicas. Quizás sea preferible utilizar el índice de Tarkhov en forma de tanto por ciento:

$$I_4 = 100 \frac{\rho_M - \rho_m}{\rho_M + \rho_m} \qquad \text{(VII,64)}$$

En general, la valoración de las anomalías debe hacerse por los índices I_2 o I_4. El segundo varía desde cero (medio lateralmente homogéneo) hasta 100, que representa la máxima anomalía posible; el primero desde cero hasta cualquier valor positivo, sin límite.

VII.9 CATALOGOS DE CURVAS PATRON

Hasta ahora son muy pocas las colecciones de curvas maestras publicadas. Las más importantes entre las conocidas por el autor son las siguientes:

a) Un álbum de 21 láminas con 277 curvas publicadas por Blokh como suplemento a su obra sobre calicatas eléctricas (BLOKH, 1962 y 1971).
b) Una colección de 30 grandes láminas concernientes al dispositivo dipolar axil, pero de las que pueden deducirse datos para otros dispositivos. El total de curvas incluidas es de 296. Se publicó como suplemento a otro libro del mismo autor, éste sobre calicatas dipolares. (BLOKH, 1957.)
c) Una serie de 85 curvas referentes a las anomalías producidas por cavidades esféricas o semielipsoidales situadas en la superficie límite de un medio homogéneo, y rellenas por material de resistividad diferente. Sólo para el dispositivo Wenner y en algún caso el de Lee. Estas curvas se encuentran en dos trabajos publicados en la revista *Geophysics* (COOK y VAN NOSTRAND, 1954; COOK y GRAY, 1961).

Además, en diversos artículos se encuentran, de forma un tanto dispersa, curvas teóricas correspondientes a cortes geoeléctricos diversos.

Entre ellas, mencionaremos los siguientes trabajos: LOGN (1954), NAIDU (1966), DIETER *et al* (1969).

Las dos publicaciones de Blokh merecen descripción algo más detallada.

El catálogo de 1962 se refiere a los dispositivos dipolares axil (bilateral), trielectródico combinado y simétrico. Los tipos de corte estudiado son tres:

a) Contacto entre dos medios de resistividad diferente.
b) Heterogeneidad en forma de capa ancha, es decir, de espesor horizontal mayor que la longitud del dispositivo, pero menor que el doble o triple de ésta. *
c) Capa estrecha (dique), de espesor horizontal h inferior a la longitud del dispositivo. * Se consideran dos casos, según que $h > MN$ o que $h < MN$. Se representa el efecto de la relación MN/AB sobre la forma de la anomalía.

Las superficies que limitan las heterogeneidades son planas, con rumbo perpendicular al perfil, y forman ángulos de 30°, 60°, 90°, 120° ó 150° con la superficie del terreno. El contraste de resistividad entre los dos medios considerados es 7 ó 1/7. Se indica el efecto producido sobre las anomalías por una capa de recubrimiento más resistiva que el medio general y de espesor $l/5$, $2l/5$, ó l, siendo l la longitud del dispositivo. Las distancias horizontales se expresan en escala lineal, tomando como unidad la longitud del dispositivo, y las resistividades aparentes en escala logarítmica, de 26 mm de módulo.

La publicación de 1957 se refiere exclusivamente a dispositivos dipolares, con distancia entre centros $OQ = 22\ MN$, y para dos relaciones $P = AB/MN$, iguales respectivamente a 2 y 10. Los cortes geoeléctricos considerados corresponden a uno o dos contactos verticales entre medios de dos o tres resistividades distintas, para diversas distancias entre los contactos (ocho por lo general) y varias combinaciones entre las resistividades. También se incluyen algunas curvas para contactos inclinados. La escala horizontal de distancias es lineal, de unidad igual a la longitud del dipolo y la de resistividades aparentes es logarítmica, de 62,5 mm de módulo. Blokh indica el modo de utilizar esta colección para el cálculo aproximado de curvas para dispositivos trielectródicos y simétricos. Se basa en que el dispositivo dipolar con $P = 10$ tiene uno de los electrodos de emisión mucho más alejado que el otro respecto de los de recepción,

* Blokh denomina *longitud* de un dispositivo a la distancia AN, o sea la que existe entre un electrodo de emisión y el de potencial más alejado de él. En los dispositivos dipolares el electrodo de emisión que se considera es el interior o más próximo al dipolo MN.

por lo que predomina el campo del más próximo y el dispositivo difiere poco de uno trielectródico.

En ambos catálogos de Blokh, las curvas se dan tanto para el dispositivo directo como para el inverso; en láminas separadas en la publicación de 1957, y en el mismo gráfico en la de 1962.

En la edición de 1971, Blokh añade curvas para perfiles que cortan oblicuamente (20°) a las diversas heterogeneidades, tanto para dispositivos dipolares lineales como para el caso en que un dipolo de recepción se mueve sobre un perfil paralelo al del dispositivo principal.

VII.10 ELECCION DEL TIPO DE CALICATA MAS ADECUADO

En general, y como suele ocurrir en Prospección Geofísica, no puede afirmarse que tal o cual tipo de calicata eléctrica sea superior a los demás. Para cada problema concreto, cada uno de estos tipos presenta ventajas e inconvenientes, y una de las tareas del geofísico es la de elegir el más adecuado.

Dicha elección debe tener en cuenta muchos factores, tales como el corte geoeléctrico esperado (anchura de las heterogeneidades, contrastes de resistividad, espesor y grado de homogeneidad del recubrimiento) las características de la zona de trabajo en lo que respecta a su relieve, vegetación, presencia de perturbaciones eléctricas, la clase de prospección (estudio general o de detalle, escala, etc.), así como las consideraciones económicas.

Existen tres tipos de calicata eléctrica que, por sus características, deben considerarse básicas y tenerse en cuenta en primer lugar. Son respectivamente las de dispositivo dipolar axil, la trielectródica combinada y la simétrica. Como las mencionaremos muy frecuentemente, será ventajoso representarlas por siglas, que respectivamente serán CED, CETC y CES, mientras que CE aludirá a cualquier tipo de calicata eléctrica.

Antes de determinar en qué casos debe emplearse cada uno de estos tipos es necesario resolver una cuestión previa. Se trata de que hay dos modalidades muy difundidas de CES, en las que se emplean respectivamente el dispositivo de Wenner y el de Schlumberger. En algunos países se aplica casi exclusivamente el primero, y en otros ocurre lo propio con el segundo. La cuestión previa aludida es la de determinar si estos dispositivos dan resultados análogos, o debe darse preferencia a uno de ellos.

Como es sabido, en el dispositivo Wenner es $AB = MN = NB$. Si se toma el paso o distancia entre estaciones igual a estas tres distancias, el movimiento de los electrodos sobre el terreno se simplifica notablemente,

pues en el traslado del dispositivo a la estación siguiente, cada electrodo pasa a ocupar la posición del anterior (excepto el primero, como es obvio). Esta ventaja práctica no compensa, sin embargo, las ventajas del dispositivo Wenner si se le compara con el Schlumberger en lo que respecta a la intensidad y nitidez de las anomalías.

En la curva de resistividades aparentes se produce alguna discontinuidad, extremo o inflexión cada vez que un electrodo pasa sobre un cambio lateral de resistividad, con lo que resulta que cuanto mayor sea el número de electrodos, tanto más ancha y complicada será la anomalía. La complejidad hace más difícil la interpretación, y el aumento en anchura incrementa el peligro de solape entre dos anomalías próximas, lo que también redunda en dificultades interpretativas. En el dispositivo Wenner, cada uno de los electrodos de potencial produce su correspondiente anomalía dada la separación entre ellos, mientras que en el Schlumberger estos electrodos están muy próximos y sus anomalías respectivas se superponen, originando una anomalía más sencilla.

Por otra parte, la d.d.p. entre los electrodos M y N representa una integral del gradiente del potencial entre ellos. Cuanto más separados estén los electrodos, tanto más suavizado o promediado estará dicho gradiente, diluyéndose más los máximos o mínimos en el valor medio. Por esta causa, las anomalías obtenidas con el dispositivo Wenner son mucho menos intensas que las proporcionadas sobre el mismo corte por un dispositivo Schlumberger de la misma distancia AB.

Así, para capas resistivas muy delgadas, la intensidad de la anomalía dada por un dispositivo Wenner es sólo un 67 % de la correspondiente a un Schlumberger de la misma AB, según se deduce de las curvas de Blokh. Cuando la capa es conductora, la anomalía Schlumberger es unas 8 veces más intensa que la Wenner. Estas intensidades se han medido según el criterio I_2 (ecuación VII,62).

La figura VII-20 ilustra otro ejemplo, que corresponde a la anomalía producida por un contacto vertical entre dos medios. Como puede verse, la curva del dispositivo Wenner es más ancha y complicada, y de menor amplitud que la del Schlumberger. *

Otro inconveniente del dispositivo Wenner, es que una capa subvertical conductora y muy delgada puede producir un máximo en vez del mínimo esperado en la curva de resistividades aparentes.

---

* KUMAR (1973), que en apariencia desconoce los resultados de Blokh, confirma independientemente la mayor sencillez y amplitud de las anomalías de los dispositivos tipo Schlumberger respecto del Wenner. Los cálculos de SCURTU (1972) confirman este mismo hecho para el caso de una heterogeneidad esférica perfectamente conductora.

Resalta, pues, la superioridad general del dispositivo Schlumberger sobre el Wenner en lo que respecta al calicateo eléctrico. La preferencia que se da en algunos países al segundo de éstos ha de obedecer, pues, a motivos de costumbre y tradición y no a razones objetivas.

No obstante, y confirmando lo dicho al principio de este apartado, hay casos en que debe aplicarse el dispositivo Wenner, y no el de Schlumberger. Esto ocurre, por ejemplo, en las prospecciones muy someras que se efectúan a veces como ayuda de las investigaciones arqueológicas, por las mismas razones expuestas en el apartado V.10. En tales casos se utilizan dispositivos Wenner con separaciones *a* del orden de varios decímetros a 1 metro, por lo que el conjunto de electrodos puede montarse permanentemente sobre un soporte de madera o material análogo, el cual se traslada desde cada estación a la siguiente (HESSE, 1966).

En lo que sigue, se supondrá, por las razones expuestas más arriba, que cuando se habla de CES, el dispositivo empleado es del tipo Schlumberger.

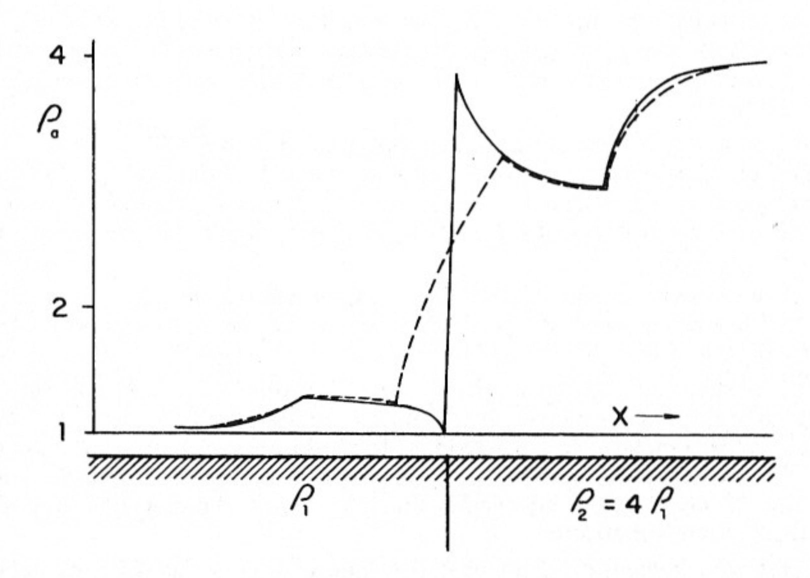


FIG. VII-20. Comparación entre las curvas Wenner y Schlumberger correspondientes al contacto vertical entre dos medios. (Según datos de Mahboub Al-Chalabi.) Línea continua, Schlumberger. Línea de trazos, Wenner.

De la comparación entre las anomalías obtenidas por CE de diversos tipos y sus técnicas de campo resultan las siguientes conclusiones.

a) Entre los tres tipos básicos de calicatas, las CED y CETC suministran, en igualdad de condiciones, anomalías de intensidad poco diferente entre sí, algo mayores las del primero, pero muy superiores a las que proporcionaría una CES, del orden de unas cuatro o más veces mayor para contactos verticales o inclinados y de una vez y media para capas delgadas.

b) En cuanto al trabajo de campo, el más sencillo corresponde a las CES, mientras que las CETC y CED son más complicadas, puesto que la primera de ellas exige el tendido de una línea "de infinito" y las segundas exigen mayor número de operaciones en la medida de las distancias que avanzan los electrodos.

c) Entre todos los tipos de CE son los de campo fijo los de mayor sencillez en el trabajo de campo, una vez establecida la línea *AB,* pues sólo hay que mover los electrodos *M* y *N,* y los de empleo más complejo, por lo general, los dispositivos compuestos (apantallados y de cero). Los tipos básicos son de dificultad intermedia.

La elección del tipo de CE más adecuado para cada problema concreto puede hacerse siguiendo las recomendaciones que se exponen a continuación, basadas tanto en las ideas de Blokh como en la experiencia del autor.

En el caso general debe darse preferencia a las CETC que, si bien tienen el inconveniente de necesitar una línea de "infinito", se aplican en el campo con más facilidad que las dipolares, y dan anomalías cuya amplitud es comparable a las de éstas, y mucho mayor que las que proporcionan las CES.

Otra ventaja de las CETC es la mejor separación de las anomalías cuando éstas abundan y distan poco entre sí; en este aspecto, superan a las dipolares.

Sin embargo, tanto las CETC como las dipolares son más sensibles que las simétricas respecto de los efectos topográficos; aunque se pueden elegir las distancias entre electrodos de modo que se atenúen dichos efectos (véase el apartado VII.13.5), no siempre es posible hacerlo manteniendo la penetración adecuada. En tales circunstancias hay que pasar al dispositivo simétrico.

Hay que hacer notar, no obstante, que el uso de las CES es delicado cuando los objetivos son capas delgadas conductoras. Si el buzamiento de ésas es menor que 70° puede emplearse este tipo de calicata, con la relación *MN*/*AB* lo más pequeña posible, a fin de aumentar la amplitud de las anomalías. Cuando las capas son subverticales y de espesor probable inferior a la menor distancia *MN* que puede utilizarse, debe excluirse el empleo de las CES y trabajar con CETC, eliminando como se pueda los efectos topográficos.

El motivo de esta exclusión es que, según se indica al final del apartado VII.13.3, cuando se cumplen las condiciones señaladas más arriba, las anomalías son débiles, y espesores pequeños de recubrimiento las anulan e incluso las invierten, engañando al interpretador, que las puede tomar como causadas por capas resistivas.

Por el contrario, cuando el objetivo lo constituyen capas delgadas resistivas y subverticales, la detección es fácil, y las CETC pueden sustituirse por las calicatas "Schlumberger" descritas en el apartado VII.5.6 o por el método de bloques.

Frente a la creencia generalizada de que el calicateo debe hacerse a varias "profundidades" (distancias) por lo común basta con una bien elegida (apartado siguiente), y sólo cuando las variaciones del recubrimiento puedan afectar los resultados, debe emplearse una segunda separación, generalmente mucho más corta que la principal, para el estudio de dichas variaciones.

VII.11 PROGRAMACION DEL TRABAJO

Al establecer el programa de trabajo, debe comenzarse por fijar la posición y longitud de los perfiles, y la distancia entre éstos; luego se determina la densidad de las observaciones que se efectuarán sobre ellos. Esta densidad se expresa por la distancia entre cada dos estaciones contiguas o *paso*. Finalmente, deben escogerse las separaciones entre electrodos.

La orientación de los perfiles debe ser perpendicular al rumbo supuesto para las estructuras o cuerpos buscados; por otra parte, el relieve debe ser mínimo, por lo que los perfiles pueden situarse a lo largo de valles, depresiones, lomas alargadas, etc., esto es, siguiendo en lo posible una curva de nivel. Ambas condiciones pueden resultar contradictorias, y entonces puede variarse un tanto la condición de perpendicularidad, sobre todo si los contactos tienen buzamiento suave; si son subverticales no es conveniente desviarse más de 30° (Blokh).

La longitud de los perfiles debe ser tal que cubra, con ligero exceso, la zona que se estudia. El sobrepasarla un poco tiene por objeto evitar que alguna anomalía quede registrada de modo incompleto, y no pueda interpretarse debidamente.

La distancia entre cada dos perfiles contiguos depende del grado de detalle requerido y de la complejidad de las circunstancias geológicas; nunca debe ser tan grande que dificulte la correlación de unos perfiles con otros. Cuando los resultados hayan de representarse en un mapa de

escala determinada, puede utilizarse la siguiente regla práctica para la determinación de la distancia máxima admisible entre perfiles. Se divide por 20 el número que expresa la escala del mapa y el resultado es la separación en metros entre perfiles. Así, si el mapa es de escala 1:10000, la distancia máxima entre perfiles será de 500 m. El fundamento de esta regla es que cuanto menor sea el número que expresa la escala del mapa más detallada habrá de ser la investigación. La cifra 20 se ha establecido empíricamente. Esta distancia habrá de disminuirse en el grado requerido por el problema propuesto y sus circunstancias, pero nunca hasta el extremo de que las curvas correspondientes difieran muy poco entre sí, de modo que la investigación se encarezca sin la contrapartida de aumento de información.

En algunos casos en que el ruido geológico es muy intenso, puede resultar difícil la correlación entre perfiles. En estas circunstancias puede resultar el *calicateo en zig-zag.* Siempre que se conozca —por labor mecánica o afloramiento— la existencia, en un punto determinado, de la capa o estructura que desea cartografiarse, se realiza del modo siguiente: Se efectúa una calicata que pase sobre dicho punto, y se anota la anomalía producida por el objeto problema. Sobrepasado éste, se da al perfil un giro de más de 90° de modo que vuelva a cruzar sobre el objetivo. Una vez que la presencia de éste haya sido registrada por la anomalía correspondiente, vuelve a darse otro quiebro al perfil, y así sucesivamente, hasta localizar el objetivo en toda su extensión.

El paso o distancia entre cada dos estaciones depende sobre todo del tamaño de los objetos buscados, o más exactamente, de la anchura de la anomalía que éstos produzcan, pues por ejemplo, las capas delgadas con buzamiento suave, dan anomalías anchas. Un valor para el paso, en primera aproximación, puede obtenerse tomando la tercera parte de la anchura de la anomalía; la cifra resultante se redondea luego, transformándola en longitud de fácil medida, por ejemplo, un número entero de decenas de metros. Los pasos más cortos dan con mayor detalle las anomalías, pero aumentan la duración del trabajo; por ello debe elegirse el paso más largo compatible con la adecuada representación de las anomalías. Por otra parte, la comodidad y rapidez de las operaciones de campo exige que el paso guarde relación con las distancias *MN* y *AB,* pues debe ser divisor exacto de $\overline{AB}$ y no menor que $\overline{MN}$, salvo cuando interese separar capas muy delgadas próximas entre sí. En este caso, puede elegirse como paso la mitad de $\overline{MN}$. En general, lo más conveniente, es tomar el paso igual a $\overline{MN}$, pues entonces el perfil queda cubierto en su totalidad, y el electrodo *N* pasa a ocupar el mismo punto donde se encontraba el *M* en la estación anterior. Esto representa, en algunos casos, la medición de un número excesivo de estaciones: de ser así puede tomarse como longitud del paso un múltiplo pequeño de $\overline{MN}$.

La elección de la longitud del dispositivo está relacionada con la profundidad de investigación. Esta depende, para un corte dado, de la distancia $\overline{AB}$ para las *CES,* de la $\overline{OA} = \overline{OB}$ para las *CETC,* y de $\overline{OQ}$ para las *CED.* Llamaremos a cada una de estas distancias *tamaño* del dispositivo correspondiente. Este tamaño debe ser tal, que las resistividades aparentes leídas estén influidas, de modo decisivo, por la roca donde encajan las heterogeneidades buscadas, y no por el recubrimiento.

Desgraciadamente, no existe ninguna regla, de base teórica, o de resultados prácticos, que permita deducir el tamaño del dispositivo multiplicando la penetración deseada por un factor constante. Esta cuestión se ha tratado, desde un punto de vista general, en el apartado V.2. La causa de que no exista tal factor constante, es que además del tamaño del dispositivo influye el contraste de resistividades entre el recubrimiento y la roca de caja.

Consideremos un ejemplo. Se supone que se intenta la localización de diques que arman en una roca de resistividad $\rho_2 = 10$ en unidades arbitrarias y recubierta por un suelo y capa de alteración de la resistividad $\rho_1 = 1$ y espesor E. Parece suficiente el empleo de un dispositivo tal que dé, en ausencia de diques, una resistividad aparente $\rho_a = 5$, mitad de la real de la roca, y por lo tanto, suficientemente afectada por ella. Las curvas maestras de dos capas o las tablas de Orellana y Mooney indican que habrá que tomar $\overline{AB} = 18\ E$ si van a emplearse *CES.* Se deduce directamente que para las *CETC* habrá de ser $\overline{OA} = 9\ E$. Si el método elegido es el de *CED,* habrá que utilizar curvas o tablas para el dispositivo dipolar axil. El resultado que se obtiene es aproximadamente $\overline{OQ} = 15\ E$. Los valores obtenidos son notablemente superiores a los que resultan de la vieja regla "de dedo" de $\overline{AB}/4$. Si el espesor del recubrimiento es 10 m, $\overline{AB}$ tendrá que ser de 180 m. Esta separación parece excesiva, pero no es así. Lo que ocurre es que por ser el recubrimiento mucho más conductor que la roca subyacente, absorbe casi toda la corriente.

Si el recubrimiento fuese más resistivo que la roca, el tamaño del dispositivo puede ser mucho menor. Consideremos el mismo caso anterior, pero con relación de resistividades inversa, o sea $\rho_1 = 10$; $\rho_2 = 2$. Entonces, por aplicación del mismo procedimiento, resulta que si se desea una resistividad aparente $\rho_a \simeq 2$, poco influida por la del recubrimiento, habrá de ser $\overline{AB} = 7\ E$; $\overline{OA} = 3{,}5\ E$, y $\overline{OQ} = 5\ E$. En este caso, por ser la roca más conductora que el recubrimiento, la corriente tiende a circular a través de ella, y los dispositivos necesarios son más cortos.

En virtud de la "paradoja de los suelos" (apartado II.10), resulta que en condiciones geológicas análogas, el tamaño de los dispositivos habrá de ser mayor en las regiones secas que en las de clima húmedo.

El procedimiento indicado más arriba, es de aplicación general, pero requiere conocer previamente el espesor y resistividad del recubrimiento, así como la resistividad de las rocas. Si no se dispone de estos datos, deben efectuarse varios SEV esparcidos sobre la zona de investigación, y aplicar el procedimiento descrito, a las curvas de estos SEV. Si el dispositivo que va a emplearse es el dipolar, su tamaño $\overline{OQ}$ puede tomarse como 0,75 $\overline{AB}$, aunque Blokh da la relación $\overline{OQ} = 0{,}67\ AB$.

Debe procurarse además que el tamaño del dispositivo no sea semejante a la anchura de los accidentes topográficos, a fin de minimizar la perturbación producida por éstos.

En los métodos de calicateo por campo constante (grupo *A* del apartado VI.2), la separación $\overline{AB}$ depende más bien de la longitud del perfil que va a estudiarse, y suele ser suficiente para la profundidad de investigación requerida en la práctica. En todo caso, puede aplicarse el procedimiento descrito al centro del perfil, con un margen de seguridad para los bordes del tercio central. Si uno de los electrodos de corriente está en el "infinito", la penetración práctica crece con el alejamiento del dipolo *MN* al electrodo próximo.

En los dispositivos dipolares, además de la distancia $R = \overline{OQ}$ hay que determinar la separación *AB*. Esta ha de ser muy corta, y su tamaño ideal es $\overline{AB} = \overline{MN}$. Entonces el dispositivo se llama *isodipolar* por causa de la igualdad de los dos dipolos, y resulta muy ventajoso para la interpretación. Pero al ser muy corto $\overline{AB}$, el ΔV leído entre *M* y *N* es muy pequeño, y la medición puede hacerse difícil e imprecisa. Por esta causa, la distancia $\overline{AB}$ ha de aumentarse en muchos casos respecto del valor ideal indicado. El valor práctico de $\overline{AB}$ puede determinarse calculando la distancia mínima $\overline{AB}$ para la cual, dentro del margen de resistividades aparentes esperado, la d.d.p. ΔV es lo suficientemente grande para ser leída en el instrumento que vaya a utilizarse, habida cuenta del nivel de ruidos presente.

La distancia $\overline{MN}$ debe ser la menor compatible con valores lo suficientemente grandes para ser leídas con exactitud, y nunca mayor que la anchura horizontal supuesta de los cuerpos o estructuras buscadas. En general puede tomarse $\overline{MN} = \overline{AB}/10$, procurando que el valor elegido sea igual al paso o divisor de él y también divisor de *AB*, para lo que deben acomodarse entre sí estas tres longitudes. Si se cumplen estas condiciones, los diferentes electrodos caen siempre en los mismos puntos, con notable simplificación del trabajo topográfico y geofísico.

Es muy conveniente que sobre cada perfil de calicata se efectúen uno o varios SEV, lo que ayuda mucho en la interpretación.

VII.12 INSTRUMENTAL Y TRABAJO DE CAMPO

La técnica de campo de las calicatas eléctricas es semejante a la del SEV, por lo que vale en líneas generales todo lo dicho a este respecto en el capítulo V. Lo mismo puede decirse del instrumental.

La principal diferencia respecto del SEV radica en que los electrodos *M* y *N* han de desplazarse después de efectuada cada estación. Por este motivo es conveniente que los electrodos impolarizables vayan provistos de un mango largo y liviano que facilite su manejo. Si las circunstancias son favorables (distancia $\overline{MN}$ pequeña, etc.), deben emplearse electrodos metálicos, cuyo uso es más fácil y rápido que el de los impolarizables.

En relación con esto, las operaciones se simplifican con el empleo de corriente alterna de baja frecuencia, que no requiere la utilización de electrodos impolarizables y operaciones de compensación. Esta clase de corriente puede utilizarse si las calicatas se efectúan en terrenos de resistividad elevada o si la profundidad de investigación es relativamente pequeña. Es necesario que el milivoltímetro esté sintonizado a la frecuencia del generador, o que al menos disponga de filtros que eliminen prácticamente los parásitos industriales de 50 Hz. Deben tomarse precauciones para evitar el acoplo inductivo entre los circuitos de emisión y de recepción, pero éstas no son necesarias para el dispositivo dipolar axil. Blokh describe un equipo de corriente alterna proyectado especialmente para calicatas, denominado ANCH-1, cuya frecuencia de trabajo es de 20 Hz. La potencia de salida del generador es de 30-40 *watios* y el margen más sensible del milivoltímetro es de 0,3 mV a fondo de escala. Este aparato utiliza válvulas electrónicas tanto en el generador como en el milivoltímetro, por lo que resulta un tanto pesado (unos 12,5 Kgs sin los trípodes). Es evidente que en el estado actual de la técnica electrónica podría construirse un equipo semejante de estado sólido con posibilidades parecidas o más amplias y al mismo tiempo, más robusto y mucho más liviano.

En algunos tipos de calicatas como los de campo fijo, o con electrodo de infinito, el generador puede quedar en el mismo sitio durante las mediciones, y sólo hay que desplazar el milivoltímetro. Si éste es de estado sólido, puede llevarlo el operador en la mano, lo que es mucho más fácil y rápido que el empleo de aparatos pesados que exigen un trípode, como ocurre con los potenciómetros.

En otros tipos de calicatas, en que se desplazan todos los electrodos, han de transportarse simultáneamente tanto la fuente de alimentación como el milivoltímetro, por lo que conviene que tanto uno como la otra sean lo más liviano y pequeños que sea posible. Cuando el paso es pequeño pueden hacerse varias estaciones sin cambiar la ubicación de los instrumentos, colocando éstos junto al centro del tramo correspondiente

del perfil y recogiendo o desenrollando cable conforme los electrodos van acercándose o alejándose de dicho centro.

El mejor modo de establecer la posición de las estaciones sobre el terreno es el estacado previo. Para evitar confusiones es conveniente colocar estacas sólo en las posiciones correspondientes al centro del dispositivo, y mantener las distancias mutuas entre los electrodos uniendo éstos con cuerdas, o utilizando los mismos cables.

Cuando los perfiles son cortos puede suprimirse el estacado previo, bastando unir entre sí los electrodos del modo indicado para conservar las distancias y midiendo con la cuerda o cinta métrica el avance que debe experimentar uno de los electrodos para pasar a la estación siguiente.

En las hojas de campo deben anotarse los valores de ΔV e I observados para cada estación, al lado del número correspondiente a ella. Es importante anotar en la columna de observaciones el paso por accidentes topográficos, caminos y otras referencias, en especial cuando no se ha hecho estacado previo. Más importante aún es anotar correctamente las características del dispositivo, y el paso o intervalo entre estaciones, y sobre todo la orientación relativa de los puntos inicial o final del perfil, y cuándo la calicata es combinada o bilateral, la orientación del electrodo activo respecto del centro a que corresponde cada lectura. El autor ha perdido a veces bastante tiempo tratando de averiguar estos extremos en hojas de campo donde constaban todo los demás datos, salvo estos tan importantes, de conocimiento necesario para saber a qué punto del perfil corresponde cada anomalía, o hacia qué lado buzan las heterogeneidades detectadas.

VII.13 ANOMALIAS TIPICAS

A continuación se describen los rasgos principales de las anomalías correspondientes a los cortes geoeléctricos más importantes, siguiendo las curvas teóricas e investigaciones de I. M. Blokh. Los primeros párrafos se refieren a los tres tipos fundamentales de calicata.

VII.13.1 Contacto entre dos medios

La figura VII-21 reproduce la curva teórica de Blokh para el contacto vertical entre dos medios, más resistivo el de la derecha ($\rho_2 = 7\ \rho_1$). El gráfico corresponde al dispositivo simétrico.

Como puede verse, las resistividades aparentes pasan del valor ρ_1 al ρ_2 a través de una serie de puntos característicos, que incluyen simas,

puntas, escalones, etc., de modo que la anomalía ocupa una zona relativamente ancha. En el caso de dispositivo dipolar las curvas correspondientes respectivamente al dispositivo directo y al inverso, son iguales, salvo un desplazamiento lateral. Si los dos dipolos son de diferente longitud, las dos curvas dejan de ser iguales, y su diferencia aumenta con la desigualdad de los dipolos.

Las curvas de CETC presentan dos divergencias y cuatro escalones; la sima y la punta se deben al paso sobre el contacto del electrodo *M* o del *N*, mientras que el del *A* o el *B* produce un máximo, mínimo o punto de inflexión. En total hay tres puntos característicos por curva y lo mismo ocurre con las *CED*; éstas presentan, además, dos divergencias adicionales. Si el contacto no es vertical, las curvas se modifican algún tanto. Cuando el diedro obtuso formado por el contacto y la superficie del terreno corresponde al medio más resistivo, se acentúan las puntas, lo que puede utilizarse para diagnosticar la dirección del buzamiento. Además, en el primer caso, las zonas de divergencia presentan áreas relativamente iguales mientras que difieren sensiblemente en el segundo. Esto vale tanto para las *CED* como para las *CETC*.

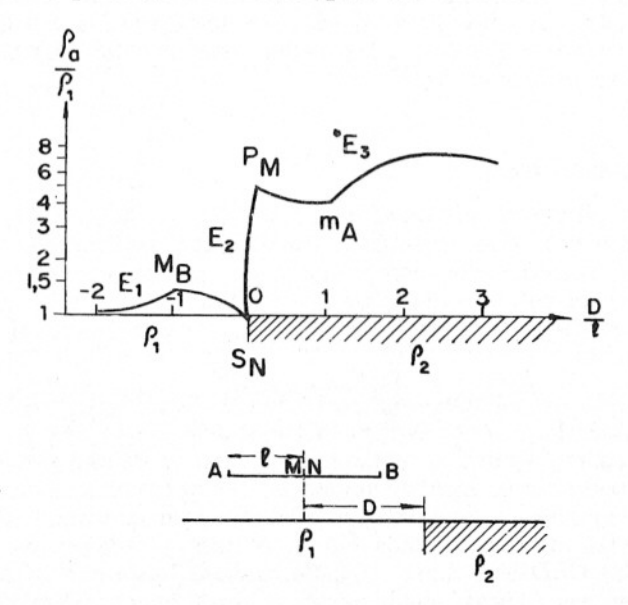


FIG. VII-21. Curva de resistividades aparentes (en escala logarítmica) obtenida en una CES sobre un contacto vertical entre dos medios (según Blokh).

La curva para *CES* es la media aritmética de las dos correspondientes a las *CETC*, por lo que resulta menos expresiva que éstas. Tiene tres

escalones, el más grande de los cuales corresponde al paso del dipolo *MN* sobre el contacto. Si se aumenta la longitud *MN* se hacen menos marcadas las anomalías (dispositivo Wenner). Si el contacto no es vertical la curva se modifica del modo indicado más arriba, pero en menor proporción que en los otros dos tipos básicos.

La presencia de recubrimiento suaviza las curvas, y hace menos claros los puntos característicos; las puntas pueden transformarse en máximos, las simas en mínimos. Esta atenuación es tanto más intensa cuanto mayor sea el espesor del recubrimiento, y cuando éste es aproximadamente igual a la longitud del dispositivo, la anomalía se reduce a una zona de divergencia muy extendida lateralmente, que no permite localizar la situación exacta del contacto. En las *CES,* por haber una sola curva, la misma presencia del contacto resulta prácticamente inobservable en tales condiciones.

Las curvas *CE* obtenidas en la práctica son semejantes a las teóricas, si bien el ruido geológico, topografía, y el hecho de que el trazado de las curvas se hagan por puntos, y no continuo, hacen que se suavicen las puntas y simas y se modifique el salto en los escalones. Estos, sin embargo, y las zonas de divergencia, suelen aparecer con claridad, incluso con contrastes pequeños.

VII.13.2 Capas anchas

Según se dijo más arriba, cuando la distancia entre dos contactos sucesivos es menor que el doble o triple de la longitud del dispositivo, es preferible considerarlos como una sola heterogeneidad, ya que sus anomalías se solapan. Se tiene así la "capa ancha", que se denominará *resistiva* o *conductora* según sea de mayor o menor resistividad que el medio encajante.

La anomalía correspondiente, para *CETC* o *CED* (figs. VII-22 y VII-23) es extensa (más larga que el dispositivo) y asimétrica, con un punto característico central (punta o máximo para capa resistiva; sima o mínimo para capa conductora). Es muy importante la presencia de un cruce, directo si la capa es conductora e inverso en caso contrario. En general, para las *CETC* existen, en cada curva, de tres a seis puntos característicos, y en las *CED* este número puede elevarse hasta ocho. Tales puntos se indican en las figuras, añadiendo a la letra que caracteriza su clase, dos subíndices que aluden al electrodo y contacto (izquierdo o derecho) que los causen.

Las distancias sobre el perfil de los puntos característicos, está relacionada con la anchura horizontal *h* de la capa y la distancia $\overline{MN}$. Blokh

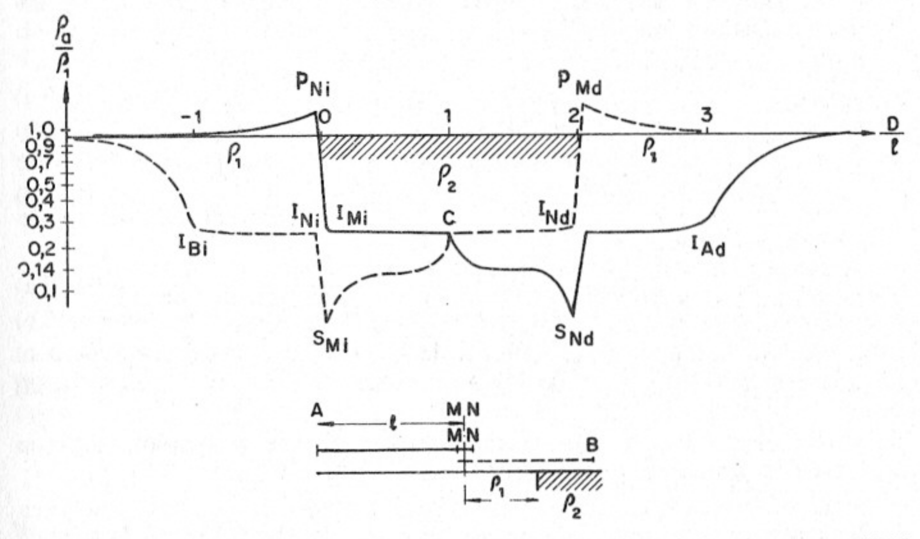


FIG. VII-22. Curva de resistividades aparentes (en escala logarítmica) obtenida en una CETC sobre una capa gruesa conductora (según Blokh).

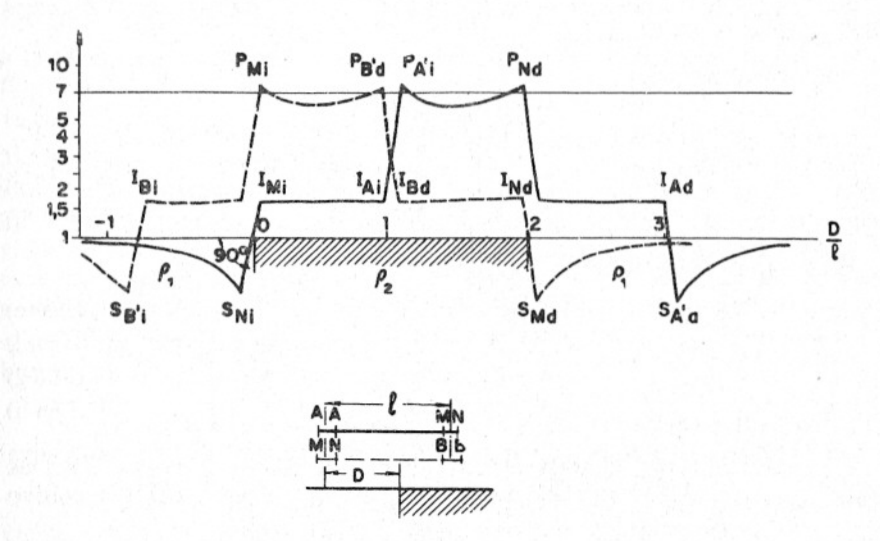


FIG. VII-23. Curva de resistividades aparentes (en escala logarítmica) obtenida en una CED isodipolar sobre una capa gruesa resistiva (según Blokh).

establece para ello una serie de ecuaciones, las más importantes de las cuales son las siguientes: *

Para capa resistiva:

$$S_{Ni}\,P_{Nd} = h \qquad \text{(VII,65 a)}$$
$$S_{Md}\,P_{Mi} = h \qquad \text{(VII,65 b)}$$
$$S_{Ni}\,P_{Mi} = MN \qquad \text{(VII,65 c)}$$
$$P_{Mi}\,P_{Nd} = h - MN \qquad \text{(VII,65 d)}$$

Para capas conductoras

$$P_{Ni}\,S_{Nd} = h \qquad \text{(VII,66 a)}$$
$$S_{Mi}\,P_{Md} = h \qquad \text{(VII,66 b)}$$
$$P_{Ni}\,S_{Mi} = \overline{MN} \qquad \text{(VII,66 c)}$$
$$S_{Mi}\,S_{Nd} = h - \overline{MN} \qquad \text{(VII,66 d)}$$

Puede observarse que las ecuaciones del primer grupo sólo difieren de las del segundo en que están trocadas las S con las P.

Si el buzamiento es suave, las puntas y simas se conservan sólo en el dispositivo denominado *de techo,* que es, de los dos que componen la calicata bilateral, aquel en que los electrodos de potencial están situados, respecto del de emisión, en el mismo lado hacia el que buza la capa. El otro se denomina dispositivo *de muro.*

Para las *CED*, valen las mismas ecuaciones, y además son aplicables otras varias, entre ellas:

Para capa resistiva:

$$S_{Md}\,S_{A'd} = \overline{A'M} \qquad \text{(VII,65 e)}$$
$$S_{B'i}\,P_{B'd} = h \qquad \text{(VII,65 f)}$$
$$P_{A'i}\,S_{A'd} = h \qquad \text{(VII,65 g)}$$
$$P_{Nd}\,P_{B'd} = \overline{NB'} \qquad \text{(VII,65 h)}$$

Para capa conductora:

$$P_{Md}\,P_{A'd} = \overline{A'M} \qquad \text{(VII,66 e)}$$
$$P_{B'i}\,S_{B'd} = h \qquad \text{(VII,66 f)}$$
$$S_{A'i}\,P_{A'd} = h \qquad \text{(VII,66 g)}$$
$$S_{Nd}\,S_{B'd} = \overline{NB'} \qquad \text{(VII,66 h)}$$

En estas calicatas, cuando el buzamiento es suave, destacan más las puntas y simas debidas al electrodo de medida extremo del dispositivo

* Tales ecuaciones, y otras semejantes, pueden deducirse fácilmente de consideraciones geométricas muy sencillas.

de techo, y las producidas por electrodos de emisión extremos en el de muro. La distancia entre punta y sima es igual a la anchura horizontal de la capa.

Los efectos de la presencia de recubrimiento son los mismos que en el caso de contacto, y serán tanto más intensos cuanto más grueso y conductor sea el recubrimiento. Los puntos característicos que mejor se conservan son los producidos por el paso sobre los contactos de los electrodos de potencial, así como los cruces.

Para las *CES,* y en ausencia de recubrimiento valen las mismas ecuaciones que para las *CETC.* Cuando existe recubrimiento y el buzamiento es fuerte, sólo son válidas las (VII,65 d) y (VII,66 j) y si el buzamiento es suave pueden aplicarse además las (VII,65 a) y (VII,66 a) cuando el buzamiento es hacia la derecha o las (VII,65 b) y (VII,66 b) en el caso opuesto.

VII.13.3 Capas delgadas

Debe recordarse que, en la nomenclatura de Blokh, se llama capa delgada a cada heterogeneidad lateral cuya anchura es inferior a la longitud del dispositivo (apartado VII,9, nota). Estas capas se clasifican en dos subtipos según que su anchura h (medida siempre en dirección paralela a la superficie del terreno) sea $h > \overline{MN}$ (subtipo *A*) o bien $h < \overline{MN}$ (subtipo *B*).

En las *CETC,* si la capa es resistiva, la anomalía consiste en dos zonas de resistividad alta, superpuestas más o menos en función del buzamiento, limitadas por puntos de inflexión o puntas que, a veces y también en relación con el buzamiento, se funden en una sola punta o máximo. Si la capa es conductora, la anomalía es correlativa de la anterior, esto es, con resistividad baja en vez de alta, simas en lugar de puntas, y mínimo en lugar de máximo (fig. VII-24), pero las anomalías sólo se superponen parcialmente cuando $h < \overline{MN}$ y tienen un cruce directo sobre el centro de la capa.

Además existen dos máximos laterales (capa resistiva) o dos mínimos (capa conductora) debidos al paso por la capa de los electrodos de emisión.

El número de puntos característicos puede llegar hasta seis por cada curva (sin recubrimiento y con capa vertical). La distancia entre estos puntos obedece a una serie de ecuaciones, las más importantes de las cuales parecen ser las siguientes:

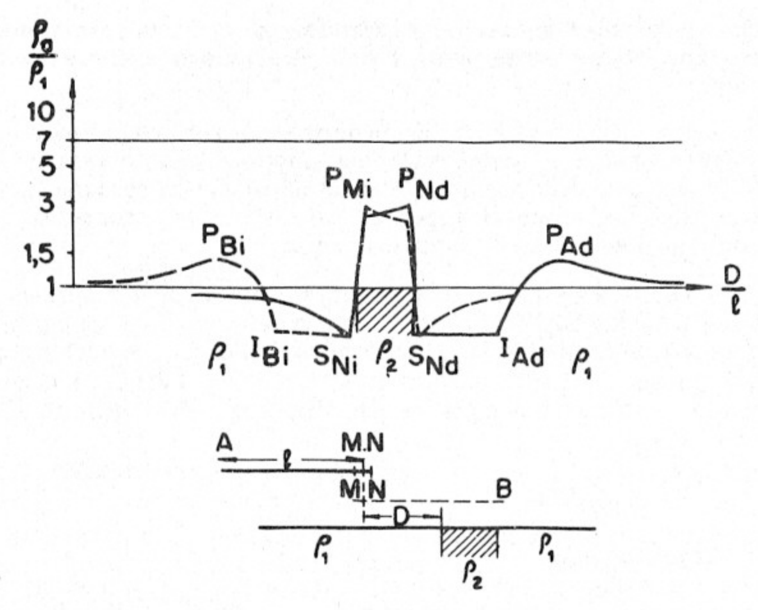


FIG. VII-24. Curva de resistividades aparentes (en escala logarítmica) obtenida en una CETC sobre una capa delgada resistiva (según Blokh).

Para capa resistiva:

$$S_N P_N = h \qquad \text{(VII,67 a)}$$

$$P_M S_M = h \qquad \text{(VII,67 b)}$$

$$S_N S_M = h + \overline{MN} \qquad \text{(VII,67 c)}$$

$$P_M P_N = h - \overline{MN} \qquad \text{(VII,67 d)}$$

$$S_M S_N = \overline{MN} - h \qquad \text{(VII,67 e)}$$

Para capa conductora:

$$P_N S_N = h \qquad \text{(VII,68 a)}$$

$$P_M S_M = h \qquad \text{(VII,68 b)}$$

$$P_M P_N = h + \overline{MN} \qquad \text{(VII,68 c)}$$

$$S_M S_N = h - \overline{MN} \qquad \text{(VII,68 d)}$$

$$S_M S_N = \overline{MN} - h \qquad \text{(VII,68 e)}$$

De estas ecuaciones, las tres primeras de cada grupo tienen validez general, siempre que la capa sea delgada, mientras que las *d* y *e* sólo son aplicables respectivamente a los subtipos *A* y *B*. Las letras *S* y *P* pueden representar también puntos de inflexión *I*.

En cuanto a la distancia entre los puntos característicos debidos a los electrodos A y B es siempre igual a h cuando se consideran la sima y la punta producidas por el mismo electrodo.

Si la capa es vertical, las dos curvas de la *CETC,* tienen la misma amplitud de anomalía, y son simétricas, pero esto deja de ocurrir cuando la capa está inclinada. En este caso, el dispositivo de muro es el que da mayor anomalía, salvo cuando la capa es conductora con $h < MN$, pues entonces la mayor amplitud corresponde al dispositivo de techo. Conforme la capa se acerca a la horizontal, aumenta la disparidad entre ambas curvas.

En las anomalías producidas por las capas conductoras muy estrechas influye mucho la relación h/MN. A medida que decrece ésta, con la misma distancia $OA = OB$, disminuye la amplitud de la anomalía y las zonas de resistividad mínima de las curvas se separan y originan un cruce directo. Así, si se pasa de un dispositivo Schlumberger a otro Wenner, con la misma distancia entre electrodos de corriente, la amplitud de la anomalía se reduce a menos de la mitad, para una misma anchura h igual a la distancia del dispositivo Schlumberger.

Las curvas de *CED* sobre capas delgadas presentan en principio los mismos puntos característicos que las de *CETC,* más los debidos al paso sobre la capa del segundo electrodo de emisión.

Las anomalías producidas por ambos dipolos (de emisión y de recepción) son semejantes, y exactamente iguales cuando el dispositivo es isodipolar y la capa es vertical.

Las igualdades (VII,67 y 68), conservan su validez para las *CED,* y además aparecen otras nuevas debidas al dipolo de emisión; entre ellas las siguientes:

Para capas resistivas:

$$S_{B'} P_{B'} = h \qquad \text{(VII,67 f)}$$

$$S_{A'} P_{A'} = h \qquad \text{(VII,67 g)}$$

$$S_{B} P_{B'} = \overline{BB'} \qquad \text{(VII,67 h)}$$

$$S_{A'} P_{A} = \overline{A'A} \qquad \text{(VII,67 i)}$$

Para capas conductoras:

$$P_{B'} S_{B'} = h \qquad \text{(VII,68 f)}$$

$$P_{A'} S_{A'} = h \qquad \text{(VII,68 g)}$$

$$P_{B} S_{B'} = \overline{BB'} \qquad \text{(VII,68 h)}$$

$$P_{A'} S_{A} = \overline{A'A} \qquad \text{(VII,68 i)}$$

Las anomalías de *CES* sobre capas delgadas constan de tres partes separadas de resistividad alta si la capa es resistiva, y baja si es con-

ductora, que se deben respectivamente al paso sobre ella del electrodo A, del dipolo MN y del electrodo B, siendo la central la de mayor amplitud. En conjunto la anomalía es simétrica cuando la capa es subvertical. Pueden aplicarse a ella las ecuaciones (VII,67 a-d) y (VII,68 a-d). Cuando el espesor de la capa es menor que la distancia *MN*, éste no puede determinarse partiendo de la anomalía de *CES*.

Como en los casos anteriores, la presencia de recubrimiento atenúa las anomalías y difumina los puntos característicos, siendo el rasgo más estable y el último en borrarse con el aumento del espesor del recubrimiento, la presencia de un cruce directo o inverso según que la capa sea conductora o resistiva.

Las capas delgadas no pueden detectarse cuando su espesor es inferior a una fracción determinada del espesor del recubrimiento, fracción muy difícil de calcular teóricamente, pero que es tanto más pequeña cuanto mayor sea el contraste de resistividades entre la capa y el medio encajante. Las condiciones de detectabilidad empeoran cuando el recubrimiento es más conductor que los medios subyacentes. En general las capas conductoras se detectan con más facilidad que las resistivas.

De los tres tipos básicos de calicatas, la *CES* es la de anomalías de menor amplitud. En el caso de capa conductora con $h < MN$, las *CES* presentan el grave inconveniente de que en presencia de recubrimiento, la anomalía puede reducirse a un máximo suave, que puede atribuirse erróneamente a una capa resistiva.

VII.13.4 Heterogeneidades de tamaño finito

Las heterogeneidades del subsuelo consideradas en los párrafos anteriores se suponían extendidas indefinidamente en dirección normal al perfil, pero en la práctica aparecen muchas veces, e incluso puede constituir el objetivo de la investigación, heterogeneidades limitadas tanto en profundidad como en corrida (filones, bolsadas).

Las anomalías producidas sobre tales cuerpos por los tres tipos básicos de calicata poseen la misma forma y el mismo número y distribución de puntos característicos que las heterogeneidades subverticales de extensión lateral indefinida, pero la amplitud es menor, y más intensa la atenuación debida al recubrimiento.

Existe, sin embargo, una diferencia importante entre las anomalías de cuerpos finitos respecto de las correspondientes a heterogeneidades lateralmente indefinidas y es la inversión del carácter de los cruces. Por ejemplo, sobre una semiesfera conductora, el cruce es inverso, y directo si es resistiva. Sin embargo, la interpretación errónea puede evitarse porque, en conjunto, la anomalía es de resistividades bajas en el primer caso y altas en el segundo.

Como es natural, en el caso de cuerpos de extensión limitada es necesario que el perfil pase sobre él, puesto que la amplitud de la anomalía varía poco si el perfil en vez de pasar por su centro pasa por su borde, pero disminuye rápidamente fuera de éste, de modo que es casi inapreciable a distancias del borde superiores a la longitud del dispositivo.

VII.13.5 Anomalías producidas por el relieve del terreno

Además de las anomalías producidas por los cambios laterales de resistividad, pueden aparecer otras debidas a que la superficie del terreno no es plana. Cuando esta superficie es plana, pero no horizontal, no se originan anomalías topográficas y las curvas de *CE* pueden interpretarse del modo usual, sin más modificación que las distancias laterales y buzamientos han de medirse sobre o con respecto al plano inclinado que constituye la superficie del terreno.

En general, los valles y depresiones producen anomalías "positivas", esto es, de valores altos de la resistividad, pero con cruce directo, y las lomas y elevaciones del terreno producen anomalías "negativas" o sea de resistividad baja, aunque con cruce inverso. Las lomas producen anomalías de mayor amplitud que los valles. Las perturbaciones topográficas son más intensas en los dispositivos trielectródicos y dipolares que en los simétricos, en razón de la mayor sensibilidad de los primeros.

Las lomas y valles pueden ser estilizados considerándolos como diedros limitados por otros dos que representan el paso a la superficie horizontal. El efecto de tales accidentes sobre las curvas de *CE* depende en gran medida de la relación entre la longitud del dispositivo y la de la ladera, supuesto que el perfil sea perpendicular a la arista de los diedros.

Cuando la longitud de la ladera es más de tres o cuatro veces mayor que la longitud del dispositivo, la anomalía producida por la cresta o la vaguada queda separada de la debida al paso de la llanura a la ladera. Entonces la anomalía de una cuesta se compone de un mínimo con dos máximos laterales debidos a los electrodos de emisión y la de una vaguada es de características opuestas. Si se trata de *CETC* o de *CED*, el mínimo de la cresta va acompañado por un cruce inverso, y el máximo de la vaguada por un cruce directo.

Cuando el tamaño del dispositivo es semejante al de la ladera, las anomalías de los bordes del accidente se superponen a la producida por el centro de éste, originando una anomalía más complicada. Este caso es el de mayor perturbación.

Por último, cuando la anchura del accidente topográfico es menor que la longitud del dispositivo, la anomalía es menor que en los otros casos

y tiene poca importancia cuando la longitud del dispositivo es de más de tres veces la anchura de la ladera. Si los accidentes topográficos son de muy pequeña extensión, sus anomalías dependen de la longitud $\overline{MN}$ y disminuye con el aumento de éste (pues el dispositivo se vuelve menos sensible, de modo que, cuando la anchura del accidente es menor que la tercera parte de $\overline{MN}$, la perturbación es casi inapreciable.

En algunos casos puede ocurrir que el objeto buscado se encuentre precisamente en la cresta o la vaguada, lo que puede dificultar e incluso impedir su detección. La anomalía topográfica puede atenuar la debida al objeto, o sumarse a ella, con el peligro, en este último caso, de ser atribuida exclusivamente a la topografía. Esto ocurre para las capas resistivas situadas en valles o las conductoras en crestas.

Cuando el accidente es de forma geométrica relativamente regular pueden corregirse las curvas de campo de *CE* mediante ábacos obtenidos teóricamente o por medio de ensayos sobre modelos reducidos.

VII.13.6 Anomalías en las mediciones simultáneas sobre perfiles paralelos

En el apartado VII.5 j, se indicó que, a veces, con los mismos electrodos de emisión, se efectúan calicatas eléctricas sobre varios perfiles paralelos. Esto se hace esencialmente por el aumento de productividad que representa.

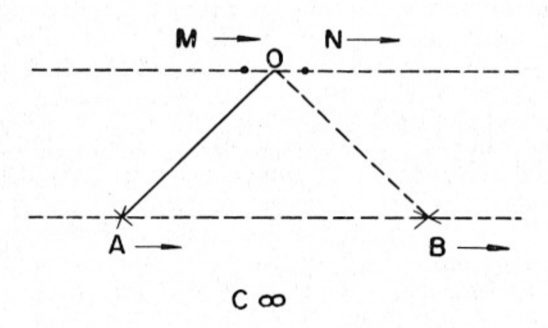


FIG. VII-25. Disposición de los electrodos en la ejecución CETC sobre dos perfiles.

En el caso de dispositivo simétrico (fig. VII-17), las curvas obtenidas de este modo representan la misma forma y puntos característicos que las de dispositivos rectilíneos. Lo mismo ocurre con el dispositivo trielectródico paralelo (fig. VII-25) y con el dipolar (fig. VII-26), por lo que

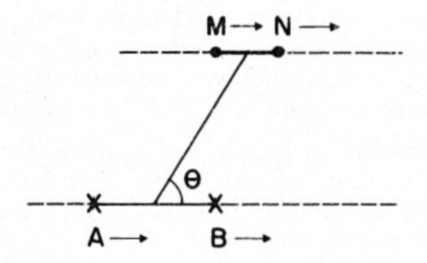


FIG. VII-26. Disposición de los electrodos en la ejecución de CED sobre dos perfiles.

pueden interpretarse sus curvas por las mismas reglas y curvas patrón que los dispositivos rectilíneos, siempre que los perfiles sean ortogonales a las heterogeneidades. No obstante, en el dispositivo dipolar paralelo hay una excepción. Como ya se ha indicado (apartado III.9 e y f) cuando el ángulo θ tiene un valor crítico determinado ($tg^{-1} \sqrt{2}$) el campo normal es perpendicular a la línea *AB*, por lo que en medio homogéneo el potencial observado en *MN* será nulo y el coeficiente *K* del dispositivo será infinito, por lo que el conjunto de electrodos se comporta como un dispositivo de cero (apartado III.11.2 y VII.17).

BLOKH (1971) da curvas para dispositivos dipolares sobre perfiles paralelos oblicuos a las heterogeneidades. Dichas curvas son diferentes para el perfil central y los laterales. En estos últimos, en algunos tramos se invierte el signo de ΔV, por lo que, en ellos, la resistividad aparente resulta negativa.

VII.13.7 Anomalías en los dispositivos de gradientes

Las anomalías observadas en los métodos de gradiente son esencialmente iguales a las obtenidas por el mismo dispositivo con traslado simultáneo de todos los electrodos, si bien son algo más sencillas por la ausencia de los puntos característicos debidos al paso de los electrodos de corriente sobre las heterogeneidades. Sin embargo, en las calicatas de gradientes, la penetración varía a lo largo del perfil, puesto que aumenta con ello la separación entre los electrodos de corriente y de potencial. El resultado de esto es que las curvas sufren la influencia de los cambios verticales de resistividad, y los métodos de gradientes resultan híbridos de sondeo y calicata. Tales cambios verticales suelen producir en las curvas de *CE* una especie de gradiente regional, esto es, un aumento paulatino de la resistividad aparente si la verdadera crece con la profundi-

dad, o descenso en caso contrario, o influencias más complejas si lo es el corte geoeléctrico vertical. En todo caso, no se producen cambios bruscos, tales como puntas, simas, o escalones, por lo que la interpretación no resulta dificultada en general.

El método de gradientes se efectúa frecuentemente sobre varios perfiles paralelos al que contiene el electrodo o los electrodos de emisión. Para las anomalías observadas sobre estos perfiles vale lo que acaba de decirse.

VII.13.8 Influjo del rumbo del perfil

En lo anterior se ha supuesto, en general, que el perfil sobre el que se realiza la calicata era perpendicular al rumbo de las heterogeneidades que se trataban de detectar. Cuando no ocurre así, la curva de resistividades aparentes se suaviza, y los puntos característicos se señalan con menos claridad que en el caso de intersección normal. Este efecto es tanto más marcado cuanto más se aproximen los contactos a la posición vertical, según se indicó en el apartado VII.11 de este mismo capítulo.

La dependencia de las resistividades aparentes con el ángulo de intersección entre perfil y heterogeneidad se utiliza en las calicatas circulares, las cuales se describen más abajo.

VII.14 INTERPRETACION CUALITATIVA

Una vez efectuadas las operaciones de campo y dibujadas las curvas correspondientes en escala semilogarítmica, se procede a efectuar la primera fase de la interpretación, que tiene carácter cualitativo.

Se comienza por examinar las curvas, con objeto de identificar y separar las anomalías interesantes de origen geológico, desechando las debidas a perturbaciones eléctricas o a accidentes del terreno. Estos últimos se detectan por correlación con el mapa topográfico de la zona y teniendo en cuenta las características de las anomalías producidas por lomas o valles, ya descritas. Cuando haya motivo para suponer que una anomalía de origen geológico está deformada por algún defecto topográfico, puede corregirse éste si se dispone de los ábacos adecuados. Las perturbaciones irregulares, debidas a corrientes telúricas, parásitos industriales, ruido geológico, etc., pueden corregirse mediante la suavización de la curva de resistividad aparente.

Este suavizado se efectúa para cada estación, tomando el promedio de los valores de resistividad correspondientes a las estaciones anterior y

siguiente a la que se corrige y promediando a su vez el valor obtenido con el de la estación considerada. Debe quedar bien entendido que este procedimiento sólo debe emplearse en los tramos de curvas que se reconocen como perturbados y de difícil interpretación, y nunca debe aplicarse a mediciones de buena calidad, pues sólo se conseguiría estropearlas al hacerles perder expresividad.

Las anomalías escogidas como interesantes se comparan con el mapa geológico de la zona, así como con la información subterránea disponible (perforaciones, labores mineras), a fin de identificar sus causas. Junto con ello, debe efectuarse la clasificación de las anomalías, atribuyéndolas a contactos, capas gruesas o capas delgadas, basándose en las características correspondientes descritas en el apartado VIII.13.

La etapa siguiente consiste en establecer correlación entre las anomalías de los diferentes perfiles, lo que se efectúa comparando entre sí las correspondientes curvas. Blokh describe diversos gráficos utilizados para establecer la correlación y que consisten fundamentalmente en la reproducción, unas debajo de otras, de las curvas de resistividad aparente de los diferentes perfiles, o bien en representar estas curvas en tamaño reducido, sobre un mapa. El autor cree más sencilla la comparación directa de las curvas originales, sin necesidad de volver a dibujarlas. Las anomalías que pueden seguirse de cada perfil al siguiente se designan por medio de letras o símbolos, y su posición aproximada se lleva al mapa de trabajo. BHIMASANKARAM *et al* (1973) han dado métodos matemáticos para establecer la correlación entre perfiles.

Si la causa geológica de la anomalía ha podido ser identificada en algún perfil, la correlación permite seguir su marcha en la zona explorada por los restantes. A veces, una anomalía que ha podido seguirse sobre una serie de perfiles desaparece bruscamente al pasar al siguiente, lo que puede deberse al acuñamiento de la capa o filón que la produce, o bien a la presencia de un bloque hundido. También puede ocurrir que una anomalía o grupo de anomalías experimente un desplazamiento lateral brusco al pasar de un perfil al siguiente, lo que atestigua la presencia de una falla de movimiento horizontal o con componente en esta dirección. Tales desplazamientos laterales de las anomalías no deben confundirse con las ondulaciones debidas a la topografía, cuando las capas o contactos detectados no son verticales o con buzamiento fuerte.

A veces se observa un atenuamiento gradual de las anomalías al pasar de cada perfil al siguiente, debido al aumento de espesor del recubrimiento. Por otra parte, las heterogeneidades superficiales, sin continuación en profundidad, pueden reconocerse frecuentemente por la inversión del carácter de los cruces, señalada en el apartado 13.4 de este capítulo.

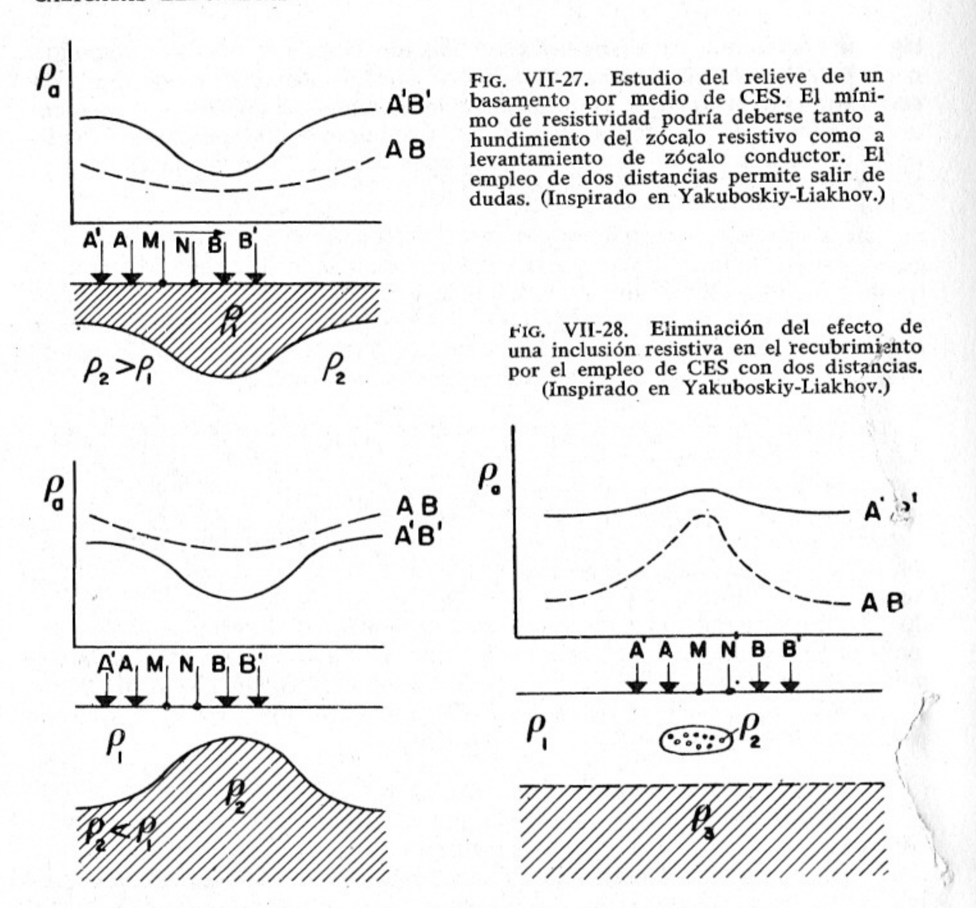


FIG. VII-27. Estudio del relieve de un basamento por medio de CES. El mínimo de resistividad podría deberse tanto a hundimiento del zócalo resistivo como a levantamiento de zócalo conductor. El empleo de dos distancias permite salir de dudas. (Inspirado en Yakuboskiy-Liakhov.)

FIG. VII-28. Eliminación del efecto de una inclusión resistiva en el recubrimiento por el empleo de CES con dos distancias. (Inspirado en Yakuboskiy-Liakhov.)

Los cambios de espesor o naturaleza del recubrimiento pueden detectarse con cierta facilidad cuando sobre cada perfil se han efectuado las *CE* con dispositivos de dos o más distancias, ya que los efectos de variación en el recubrimiento se marcan más intensamente en la distancia entre electrodos menor.

En relación con ello debe indicarse que en ciertos casos se emplean las *CE* para determinar las zonas de profundidad máxima o mínima de un zócalo con contrastes de resistividad con los materiales que lo recubren. Esta aplicación no corresponde realmente a calicatas eléctricas, pues lo que se trata de detectar son variaciones de profundidad de cambios verticales de resistividad, y constituye en realidad un modo de ahorrar SEV cuando sólo interesan resultados cualitativos. En estas investigaciones se utilizan dispositivos simétricos con dos distancias. Las figu-

ras adjuntas (fig. VII-27 y VII-28) basadas en Yakuboskiy-Liakhov, son muy instructivas. Las dos primeras indican claramente que una zona de mínima resistividad puede deberse tanto a un hundimiento del zócalo, si éste es resistivo, como a un levantamiento del mismo, si es conductor. La curva con menor separación *AB* permite salir de dudas. La presencia de un máximo de resistividad produciría la ambigüedad contraria. La figura VII-28 señala cómo el uso de dos separaciones permite eliminar un cambio de resistividad en el recubrimiento, que en caso contrario sería atribuido a cambio de profundidad en el zócalo.

Otra modalidad de interpretación cualitativa es el trazado de mapas de resistividad aparente. Estos se dibujan del mismo modo que en el método SEV (apartado V.11.3) al cual remitimos. Las calicatas que más se prestan al trazado de tales mapas suelen ser las de dispositivos simétrico, por ser sus anomalías las más suaves. Respecto de su interpretación, vale lo dicho en el referido apartado.

VII.15 INTERPRETACION CUANTITATIVA

Terminada la interpretación cualitativa puede pasarse a la cuantitativa, cuya finalidad es determinar la posición exacta, anchura y buzamiento aproximado de las heterogeneidades detectadas.

La riqueza y precisión de los datos obtenidos en esta etapa de la interpretación depende de la calidad de las mediciones, así como del espesor del recubrimiento, ya que es preciso que los puntos característicos aparezcan claramente visibles en las curvas.

En algunos casos puede resultar muy conveniente, una vez efectuada la interpretación cualitativa, trazar perfiles de longitud adecuada y exactamente perpendiculares al rumbo de los objetos detectados. Sobre estos *perfiles de cálculo* se efectúan calicatas eléctricas cuyas curvas de resistividad aparente son las que se utilizan para la interpretación cuantitativa.

Se comienza por identificar y señalar los puntos característicos de las curvas, atribuyéndoles las letras y subíndices que les corresponden, de acuerdo con las curvas patrón, que deben tenerse a la vista. En esta tarea ayuda mucho el dibujo del dispositivo, que debe estar en el mismo papel de la curva, y en la misma escala horizontal, ya que, por ejemplo, la distancia entre los puntos característicos producidos por los electrodos *A* y *M* al pasar sobre un mismo contacto, debe ser igual al segmento $\overline{AM}$, y análogamente para los otros electrodos. Esta condición y otras análogas se comprueban cómodamente si se traslada el dibujo del dispositivo (con inversión izquierda-derecha) a una tira de papel.

Es conveniente comprobar al mismo tiempo si la anomalía ha sido clasificada correctamente. Para ello debe tenerse en cuenta que los contactos aislados se caracterizan por la presencia de escalones y de zonas de divergencia a ambos lados de aquellos (esto último en las calicatas bilaterales); y las anomalías de capa ancha por una zona de resistividades altas (bajas) si la capa es resistiva (conductora) acompañadas en las *CE* bilaterales por un cruce inverso (directo) con zonas de divergencia a los lados) con anchura total de la anomalía que no supera a $\overline{AN}$ o a $\overline{MB}$ en más de dos o tres veces. Las anomalías debidas a capas delgadas se reconocen por la presencia de una zona de resistividad alta o baja cuya anchura no puede superar la longitud del dispositivo ($\overline{AN}$ o $\overline{BM}$). Si la calicata es bilateral se observa además un cruce, que es directo, con dos simas a ambos lados a distancias del orden de la longitud del dispositivo, si la capa es conductora. Si es resistiva el cruce es inverso, y en vez de simas aparecen puntas.

a) *Determinación del buzamiento.*

La verticalidad de un contacto aislado se manifiesta porque la punta y la sima son igualmente claros. Si la punta es más marcada que la sima el contacto buza hacia el medio más conductor, y hacia el más resistivo en caso contrario.

La anomalía de capa ancha vertical se distingue por la simetría de la curva respecto de la sima o punta central (CES) o la simetría de las curvas respecto del cruce (*CETC* o *CED*). Si la capa es inclinada, la curva o curvas son asimétricas y a un lado se señalan simas y al otro puntas. Si la capa es conductora, buza en el sentido punta-sima, y es resistiva, en el sima-punta.

Cuando la capa detectada es del tipo delgado, y la calicata es bilateral, las amplitudes de los extremos de ambas curvas son aproximadamente iguales si la capa es vertical. Si hay diferencia clara entre estas amplitudes, el buzamiento será a la izquierda del dibujo cuando la anomalía mayor es la del dispositivo directo, y a la derecha si la anomalía más intensa es la del dispositivo inverso.

En las *CES,* la dirección del buzamiento es menos clara, porque sólo se obtiene una curva. En este caso, la capa buza hacia el lado en que el escalón que limite lateralmente la parte central de la anomalía sea más suave.

Debe tenerse en cuenta que la presencia de recubrimiento suele atenuar las puntas y simas en máximos y mínimos respectivamente, y entonces las reglas anteriores habrán de aplicarse a estos últimos.

b) *Posición exacta de los contactos o interfaces.*

El caso más sencillo es el de un solo contacto entre dos medios, en

posición vertical. Entonces, en las *CES* el contacto queda debajo del escalón vertical. Más exactamente, y para cualquiera de los tipos básicos de calicatas, su abscisa es la del punto medio de las abscisas de los puntos característicos P_M y S_N. Si el contacto buza hacia el medio conductor, la abscisa de la intersección del plano del contacto con la superficie (recubrimiento excluido) se obtiene llevando la distancia $\overline{MN}/2$ desde P_M hacia el medio conductor. Cuando el contacto buza hacia el medio más resistivo, se lleva hacia éste, desde S_N, la distancia $\overline{MN}/2$.

En el caso de capa ancha existen dos contactos, que llamaremos respectivamente, con relación al gráfico, izquierdo y derecho. Cuando la capa es *conductora* y el buzamiento es fuerte, la intersección del contacto izquierdo con el muro del recubrimiento tiene por abscisa la media de las de P_{Ni} y S_{Mi}. En cuanto al contacto derecho, la abscisa correspondiente es la del centro de las de P_{Md} y S_{Nd}. Si el buzamiento es suave y a la izquierda la abscisa del contacto izquierdo está a la distancia $\overline{MN}/2$ a la izquierda de S_{Mi} y la del contacto derecho a la izquierda de P_{Md}. Si el buzamiento suave es a la derecha la abcisa del contacto izquierdo distará $\overline{MN}/2$ (a la derecha) de P_{Ni} y la del derecho estará a la misma distancia a la derecha de S_{Nd}. Si la capa fuese resistiva, vale todo lo dicho cambiando las simas por puntas y viceversa. En el caso de *CED* pueden utilizarse además los puntos característicos debidos a los electrodos de emisión, teniendo en cuenta que están desplazados de los indicados una distancia igual a la separación entre los electrodos correspondientes.

Cuando la anomalía es de capa delgada, sólo puede determinarse la posición de ambos contactos cuando el corte es de clase *A*, o sea, cuando la anchura horizontal h de la capa cumple la condición $h > \overline{MN}$. En este caso, cuando la capa es conductora y buza a la derecha, el contacto de muro corta al recubrimiento a distancia $\overline{MN}/2$ a la derecha de la punta P_{Ni} y el contacto derecho al mismo lado y distancia de la sima S_{Nd}. Con buzamiento a la izquierda, la misma distancia $\overline{MN}/2$ se lleva a la izquierda respectivamente de la sima S_{Ni} y de la punta P_{Md}. Si la capa es respectiva, vale todo lo anterior, trocando entre sí las P con las S.

Si se trata de capa delgada del tipo B ($h < MN$), sólo puede determinarse, mediante las reglas anteriores, la posición del muro de la capa. El contacto de techo sólo puede situarse aproximadamente llevando a partir del primero, y en la dirección del buzamiento, la distancia MN; el contacto buscado quedará dentro de ella.

c) *Anchura de la capa.*

Independientemente de las construcciones indicadas, la anchura de la capa (en sentido paralelo a la superficie del terreno), puede determinarse por aplicación de las fórmulas incluidas en los apartados 13.2 a 13.4

de este capítulo. Para ello se escogen los puntos característicos que aparezcan con más claridad en las curvas y se buscan las fórmulas que sean aplicables. Si hay más de una se toma la media aritmética de los resultados. Esta media se compara con la anchura obtenida por la posición de los contactos y si hubiera discrepancia se corrige ésta, adoptándose como datos finales los que encajen más aproxidamente con unos y otros resultados.

La exactitud de los procedimientos descritos en este apartado depende del número de puntos característicos que se vean en las curvas y de la claridad de éstos, lo que depende, entre otros factores, de lo acertado de la elección de la clase y tamaño del dispositivo, de la calidad del trabajo de campo y del espesor del recubrimiento.

Blokh expone otras reglas interpretativas semejantes a las aquí indicadas, pero con objeto de no caer en una casuística prolija y algo confusa, el autor se ha limitado a señalar, en forma concisa, las que parecen más importantes.

La interpretación cuantitativa puede efectuarse también por superposición de las curvas de campo (en escala semilogarítmica de 62,5 mm de módulo) con las curvas patrón de la colección de BLOKH (1957), previa transformación de éstas en el caso en que el dispositivo no sea dipolar. Este procedimiento es más lento y complicado que el expuesto más arriba, pero su empleo puede estar justificado en casos en que los puntos característicos no estén suficientemente definidos.

Ejemplo: Como ilustración de lo expuesto se comenta a continuación un ejemplo real tomado de una investigación poco profunda efectuada al N. de Madrid para localizar zonas de rotura en una formación granítica escasamente recubierta. La figura VII-29 reproduce una anomalía de *CETC* encontrada en uno de los perfiles. El dispositivo, muy corto, tenía $OA = OB = 7$ m; $MN = 2$ m; Paso $= 2$ m. La presencia de un mínimo claro en cada curva, y la separación entre éstos, junto con un cruce directo, indican que la anomalía corresponde a una zona conductora, del tipo "capa ancha". La asimetría de las curvas indica que esta capa buza hacia la izquierda, con buzamiento fuerte. Sólo se señalan con claridad los puntos característicos correspondientes al paso de los electrodos M y N sobre los contactos. La posición de éstos, determinada según el apartado VII.15 b se indica al pie de la figura; la anchura horizontal de la capa resulta ser de 5 m. Las ecuaciones (VII,66) confirman este valor.

d) *Nota final.*

La cantidad de información que se obtiene mediante la interpretación cuantitativa depende de la calidad de los datos de campo y de la adecuada elección del tamaño del dispositivo. Si los puntos característicos

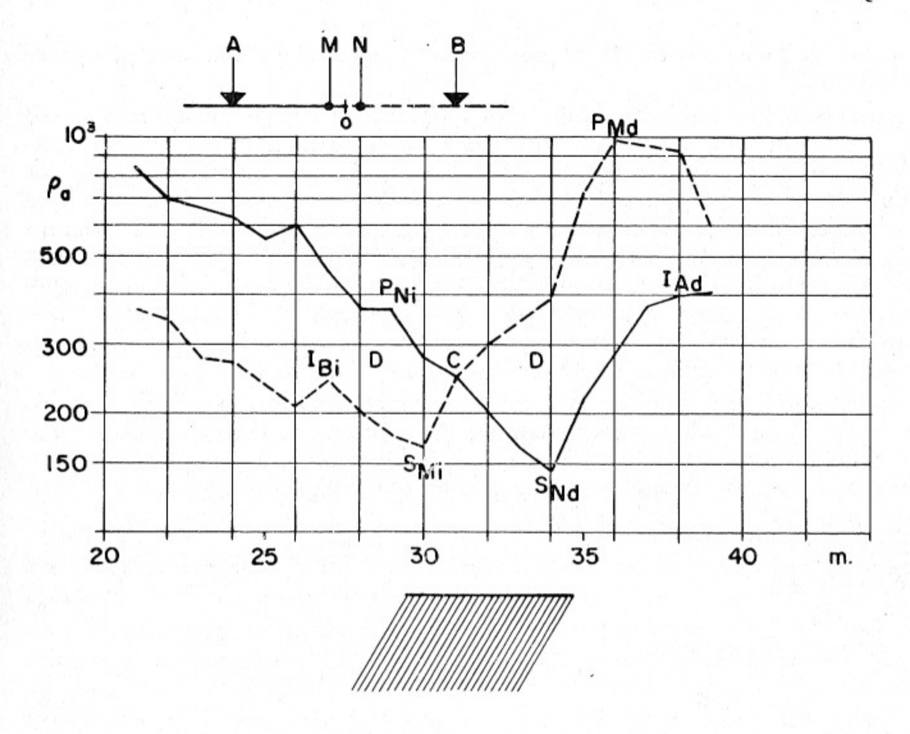


FIG. VII-29. Ejemplo de interpretación cuantitativa de una anomalía de capa ancha conductora. (Cortesía de Tecnhydros, Madrid.)

están poco marcados, los resultados de la interpretación serán más pobres e incompletos que en caso contrario.

Por otra parte, pueden existir ruidos causados, bien por perturbaciones eléctricas, bien por heterogeneidad de la capa superficial. Estos ruidos pueden atenuarse filtrando las resistividades observadas por el método de medias móviles. Debe tenerse muy presente, sin embargo, que cualquier filtrado atenúa también (o elimina) las anomalías, por lo que el proceso de filtrado debe aplicarse a las calicatas con sumo cuidado. El filtrado sistemático de las calicatas es absolutamente desaconsejable.

VII.16 METODO DE BLOQUES

Este método, ya definido en el apartado 5 d) de este capítulo, requiere consideración separada, porque sus resultados suelen representarse en forma de mapa de resistividades aparentes, por lo que se interpreta en

planta, y no en forma de perfiles separados como en los métodos reseñados más arriba.

Entre las ventajas de este método figuran la rapidez y la simplicidad de las mediciones de campo, una vez tendida la línea *AB*, máxime cuando trabajan simultáneamente varios pares de electrodos *MN* con sus instrumentos correspondientes. Entre sus inconvenientes figura el que la profundidad de investigación no es constante, aparte de las inherentes a los mapas de líneas iso-resistivas. Tanto una como otro son propias de los métodos de gradientes. A ello deben añadirse dos defectos específicos del método de bloques, que son las frecuentes dificultades en el enlace de rectángulos contiguos y lo engorroso del cálculo de los coeficientes de dispositivo, diferentes para cada estación.

El método de bloques se presta muy bien para investigaciones tectónicas profundas que pueden requerir distancias *AB* de varios Km, muy incómodas para dispositivos móviles en conjunto, y también para problemas mineros en los que interese detectar y cartografiar objetos pequeños y resistivos.

Las dimensiones más usuales para el rectángulo son las siguientes (fig. VII-30):

Longitud (según *AB*): $\frac{AB}{3}$

Anchura: $\frac{AB}{4}$

MN: De $\frac{AB}{50}$ a $\frac{AB}{25}$

Distancia entre perfiles: De $\frac{AB}{8}$ a $\frac{AB}{40}$

El número de perfiles y por lo tanto, la distancia entre éstos depende de las características y grado de detalle del trabajo. En investigaciones tectónicas, la distancia *AB* depende de la profundidad que trate de alcanzarse, en función del corte geoeléctrico.

Cuando la zona es demasiado grande para ser estudiada con un solo rectángulo, ha de ser descompuesta en un cierto número de rectángulos parciales, que se estudian sucesivamente. El inconveniente de esto es que los valores obtenidos en los perfiles limítrofes y comunes a dos rectángulos, pueden no coincidir exactamente, por corresponder a diversas posiciones de los electrodos *A* y *B*. Esto obliga a aplicar un factor de corrección, a ser posible, el mismo para todo un rectángulo, con objeto de poder trazar un mapa de resistividad en el que no aparezcan discontinuidades ficticias en las líneas de unión de los rectángulos.

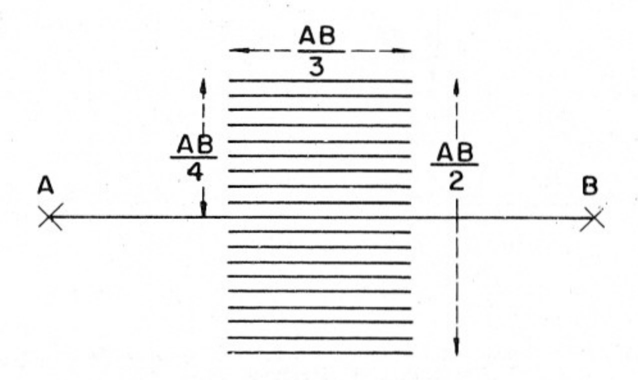


FIG. VII-30. Dimensiones relativas usuales del rectángulo ocupado por los perfiles en el método de bloques.

El cálculo de los coeficientes de dispositivo es molesto, porque a cada estación corresponde uno distinto, si bien por la simetría de la figura basta calcular los correspondientes a la cuarta parte del rectángulo.

Dicho cálculo es fácil de programar para un ordenador electrónico, utilizando la fórmula (III,23) y expresando las distancias *AM, BM,* etc., en función de sus coordenadas en un sistema cartesiano con su origen en el centro de simetría del dispositivo.

Cuando no se dispone de ordenador, es conveniente el empleo de alguna fórmula aproximada, más sencilla que la exacta. Esta fórmula puede establecerse basándose en la idea fundamental del dispositivo Schlumberger, esto es, que si la distancia entre *M* y *N* es suficientemente pequeña respecto a la $\overline{AB}$ puede aceptarse que

$$\frac{\Delta V}{\overline{MN}} \simeq E$$

según se indicó en el apartado III.7.

Entonces (fig. VII-31), el coeficiente para la estación indicada en la figura, cuyo centro *O* del segmento *MN* tiene coordenadas x y h puede calcularse aproximadamente sustituyendo ΔV por $\overline{MN} \cdot E$, siendo *E* la componente del campo eléctrico en el punto *O* según la dirección *MN*. El campo debido al electrodo *A* será

$$E_A = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{x^2 + h^2}$$

según se deduce de la ecuación (III,9).

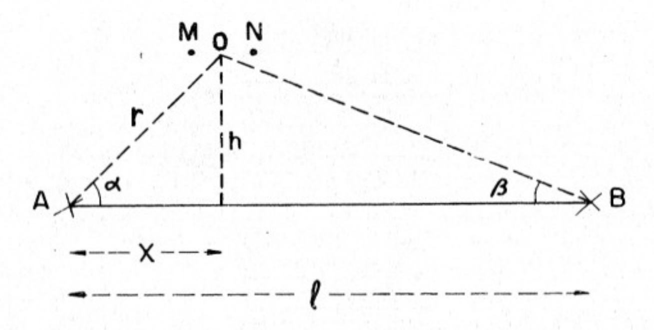


FIG. VII-31. Para el establecimiento de una fórmula aproximada para el coeficiente de dispositivo en el método de bloques.

La componente E'_A paralela a la dirección AB será

$$E'_A = E_A \cos \alpha = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{x/r}{x^2 + h^2} = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{x}{(x^2 + h^2)^{3/2}}$$

Análogamente, la componente E'_B debida al electrodo B vale

$$E'_B = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{\cos \beta}{(l - x)^2 + h^2} = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{l - x}{[(l - x)^2 + h^2]^{3/2}}$$

y por lo tanto,

$$\frac{\Delta V}{\overline{MN}} \simeq E'_A + E'_B = \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{x}{(x^2 + h^2)^{3/2}} + \frac{l - x}{[(l - x)^2 + h^2]^{3/2}} \right]$$

de donde puede despejarse ρ, que en el caso general de medio heterogéneo será una resistividad aparente ρ_a

$$\rho_a = 2\pi \left[\frac{x}{(x^2 + h^2)^{3/2}} + \frac{l - x}{[(l - x)^2 + h^2]^{3/2}} \right]^{-1} \frac{\Delta V}{\overline{MN} \cdot I} \qquad \text{(VII,69)}$$

de donde se deduce la expresión buscada para el coeficiente de dispositivo, que es

$$K = \frac{2\pi}{\overline{MN}} \left[\frac{x}{(x^2 + h^2)^{3/2}} + \frac{l - x}{[(l - x)^2 + h^2]^{3/2}} \right]^{-1} \qquad \text{(VII,70)}$$

que puede escribirse en la forma

$$K = \frac{2\pi}{\overline{MN}} \left[\frac{1}{x^2 \left(1 + \dfrac{h^2}{x^2}\right)^{3/2}} + \frac{1}{(l-x)^2 \left[1 + \dfrac{h^2}{(l-x)^2}\right]^{3/2}} \right]^{-1}$$

de donde puede pasarse, por sencillas transformaciones trigonométricas, a

$$K = \frac{2\pi}{\overline{MN}} \left(\frac{\cos^3 \alpha}{x^2} + \frac{\cos^3 \beta}{(l-x)^2} \right)^{-1}$$

y de ella a

$$K = \frac{2\pi}{\overline{MN}} \left(\frac{\cos \alpha}{OA^2} + \frac{\cos \beta}{OB^2} \right)^{-1} \qquad \text{(VII,71)}$$

expresión dada por YAKUBOVSKY y LIAKHOV (1964).

Mediante las fórmulas anteriores puede calcularse que si tomamos como unidad el valor de K en el centro de la línea AB, que es el del rectángulo, en los extremos del tercio central vale 0,709, y en los vértices del rectángulo, 1,40, si éste tiene las dimensiones habituales.

Para terminar este apartado, se reseñará una aplicación muy interesante del método de bloques para una investigación tectónica relativamente profunda. Se trata del estudio de los diapiros de Alsacia y Baden-Wurtemberg, realizado por la Compagnie Générale de Géophysique y descrito por BREUSSE y ASTIER (1961). La superficie total estudiada fue de 171 km², descompuesta en 45 bloques de 4,5 km² cada una, y la duración del trabajo fue de dos años. El problema que se trataba de resolver era la cartografía de diapiros salinos mucho más resistivos que las margas conductoras que las recubren, de 2 ohmios m. Las margas presentan espesores variables entre 100 y 1000 m y tienen en su techo los aluviones del Rhin con 400 ohm de resistividad media y espesor desde 30 hasta 200 m. La profundidad del sustrato resistivo obligó al empleo de líneas AB de 6 km. La distancia entre estaciones era de 100 m y el intervalo entre perfiles de 250 m. Dada la gran conductividad de las margas, el valor de ΔV era muy pequeño, inferior al mV, por lo que las medidas se efectuaban por medio de registradores, siguiendo la misma técnica de los SEV profundos. Se utilizaban simultáneamente tres registradores sobre otros tantos perfiles del mismo bloque. No se indica la intensidad de la corriente aplicada. Los resultados de las mediciones se representaron en forma de mapas de líneas isorresistivas, cuyas zonas de máximo indicaron la posición de los diapiros (fig. VII-32). La profundidad del techo de la formación salina pudo determinarse en cada punto, dado que el contraste de resistividad entre margas y sales hacía que la rama final de una curva de SEV efectuado en dicho punto fuese rectilínea

(sustrato aislante). Entonces del valor de resistividad observado podía deducirse el espesor de las margas, ya que la contribución del recubrimiento a la S total era despreciable. El espesor del recubrimiento se determinó mediante 1213 SEV con AB final de 100 m. Como apoyo de la interpretación se realizaron 106 SEV con AB final de 5 a 6 km amén de ensayos sobre modelos reducidos.

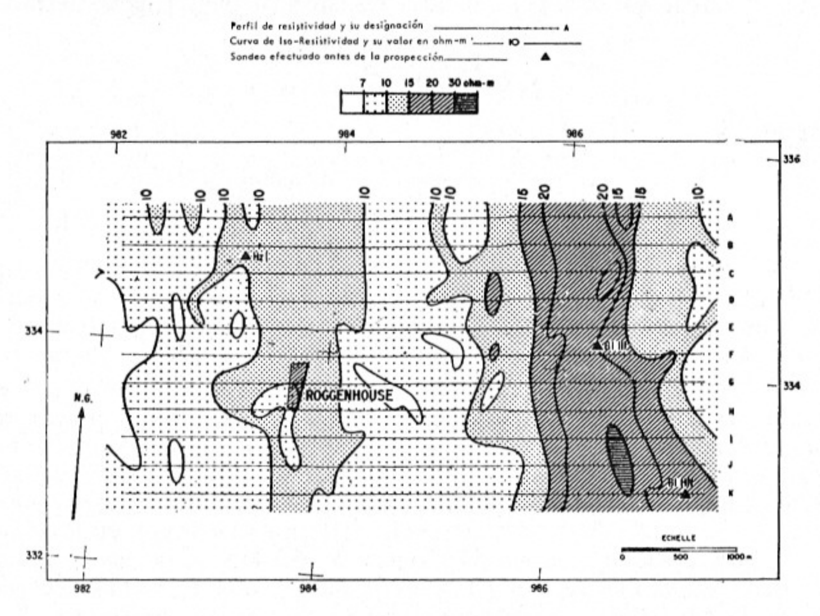


FIG. VII-32. Uno de los mapas de resistividad aparente (líneas iso-resistivas) obtenidos en el estudio de los diapiros de Alsacia. (Según Breusse y Astier. Cortesía de la EAEG.)

VII.17 CALICATAS CON DISPOSITIVOS COMPUESTOS Y DE CERO

Como ya se ha indicado, los dispositivos de cero se distinguen porque en medio homogéneo, el valor ΔV observado es nulo. Entonces los valores de ΔV diferentes de cero representan directamente anomalías, por lo que se tiene un método de *anomalía pura.* A primera vista tal circunstancia parece óptima, por la elevada sensibilidad que implica, pero al llevar a la práctica dispositivos de esta clase se observa que no sólo se amplifican las anomalías buscadas, sino también todos los efectos clasificables como ruidos. Por esta causa, las ventajas de estos dispositivos son dudosas, por lo que Tarkhov se pronunció en contra de su empleo terrestre. En cambio, GUPTA y BHATTACHARYA (1963) aseguran haber ob-

tenido excelentes resultados con un dispositivo de este tipo. Blokh admite su uso en casos especiales, en los que no se alcancen buenos resultados con los dispositivos usuales.

Un rasgo característico de los dispositivos de cero es que su constante K es infinita, ya que en medios de resistividad uniforme, ΔV es cero. Por consiguiente, los resultados de la medición no pueden expresarse como resistividades aparentes, sino que hay que contentarse con representarlos por una curva del cociente $\Delta V/I$ en función de la distancia sobre el perfil.

Otra circunstancia es que la diferencia de potencial observada puede ser tanto positiva como negativa, por lo que $\Delta V/I$ tendrá el correspondiente signo. Entonces la escala de la representación habrá de ser lineal, pues la presencia de valores negativos impide la representación logarítmica. No obstante, Blokh utiliza esta última mediante un subterfugio, que consiste en representar los valores positivos en escala logarítmica normal, y en la ordenada del valor mínimo observado, o un poco por debajo de ella, se comienza una escala logarítmica hacia abajo, empezando por un valor arbitrario que puede ser el mismo valor mínimo, y esta segunda escala se utiliza para los cocientes negativos.

El más sencillo dispositivo de cero es el trielectródico *MAN*, que se obtiene llevando "al infinito" el electrodo *B* y colocando los *M* y *N* alineados con él a distancias iguales del *A* (fig. VII-33). Las medidas $\Delta V/I$ se refieren al punto medio del dispositivo, o sea al electrodo *A*. En la figura VII-34 se reproduce la anomalía correspondiente al contacto vertical entre dos medios, según la obra de Blokh. Obsérvese que cuando el electrodo *A* se encuentra sobre el contacto, el cociente es nulo. Intuitivamente parece que no es así, dado que el medio de la derecha tiene rsistividad ρ_2 diez veces mayor que la ρ_1 del medio de la izquierda, pero un sencillo cálculo por el método de las imágenes indica que efectivamente $\Delta V = 0$. Si el medio más conductor fuese el situado a la derecha, la anomalía presentaría la misma forma pero invertida, es decir, con valores $\Delta V/I$ negativos, suponiendo que se considere el signo de ΔV en el mismo sentido que en el primer caso, esto es, positivo cuando el potencial en *M* es mayor que en *N*, siendo *A* positivo. La penetración del dispositivo depende de la relación entre el espesor del recubrimiento y la distancia *MN*.

El dispositivo descrito da anomalías más intensas que los usuales, pero presenta inconvenientes graves, como su sensibilidad a la diferencia entre las resistencias de contacto de los electrodos de potencial, así como a la heterogeneidad del recubrimiento. Por otra parte sus anomalías resultan a veces de interpretación difícil. Los primeros inconvenientes no se presentan en el calicateo marino.

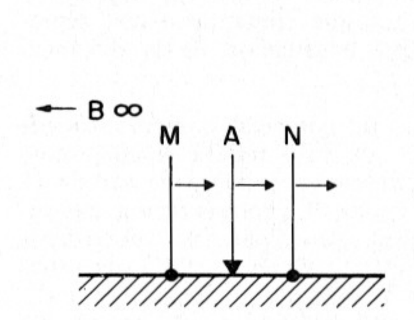


FIG. VII-33. Dispositivo trielectródico "de cero" MAN.

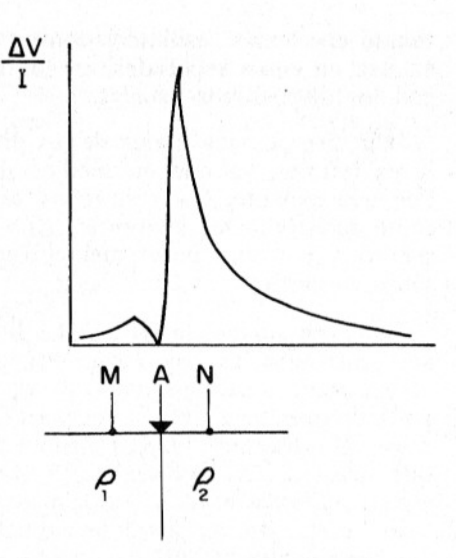


FIG. VII-34. Anomalía de un contacto vertical entre dos medios observada en un dispositivo "de cero" MAN.

Otros dispositivos de cero sencillos son el trielectródico ecuatorial y el tetraelectródico ecuatorial. Difieren éstos de los usuales en que el electrodo *A* y el *B* se encuentran en la mediatriz del segmento *MN* (figura VII-35). El dispositivo ecuatorial paralelo también puede utilizarse como de cero, según se indicó en el apartado 13.6 de este capítulo.

Entre los dispositivos apantallados más sencillos figura el *unipolar* AMNA que es un dispositivo rectilíneo simétrico usual, pero con los dos electrodos de emisión conectados al mismo polo del generador de corriente, cerrándose el circuito por un electrodo "de infinito" *B*. La intensidad que penetra por cada electrodo *A* ha de ser la misma (*I*/2), para lo que han de emplearse resistencias variables que han de ajustarse en cada estación. Las anomalías del dispositivo unipolar son más intensas respecto de los dispositivos corrientes en el caso de heterogeneidades conductoras, en especial delgadas. En las mediciones terrestres, las variaciones en la resistencia superficial pueden perturbar los resultados, haciéndolos inseguros. Dicho dispositivo se representa en la figura III-15 con otra notación para los electrodos.

DEY *et al* (1975) han estudiado la distribución de corriente en el subsuelo para el dispositivo unipolar: en medio homogéneo, por razón de simetría, sólo existe la componente J_z de la densidad de corriente en el plano vertical medio entre los electrodos, con valor nulo en la superficie

del terreno y en el infinito y un máximo de 3/8 de la distancia *AA*. La existencia de este máximo se suele describir como "efecto de enfoque", pero su profundidad, en medios estratificados, depende de la distribución vertical de resistividades, de acuerdo con los autores citados.

BRIZZOLARI y BERNABINI (1979) han estudiado el comportamiento de un dispositivo unipolar que ellos denominan "enfocado" (fig. VII-35) en el que se mide ΔV entre *O* y *M* y entre *O* y *N*. Encuentran que, en presencia de ruido superficial, este dispositivo es superior al simétrico, y es especialmente apto para la detección de cavidades e investigaciones análogas. Es de lamentar que tales autores no hayan tomado como término de comparación el dispositivo trielectródico combinado.

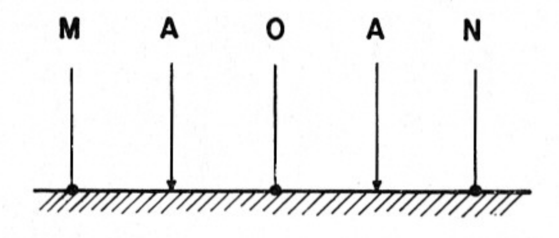


FIG. VII-35. Dispositivo unipolar estudiado por BRIZZOLARI y BARNABINI.

Otro dispositivo apantallado es el trielectródico APMN. Como ya se ha dicho (apartado III.11.2), para un cierto valor del coeficiente *n*, que suele representarse por n_0 el dispositivo es de cero. Si $n \neq n_0$ el coeficiente *K* es finito, y pueden calcularse las resistividades aparentes. La amplitud

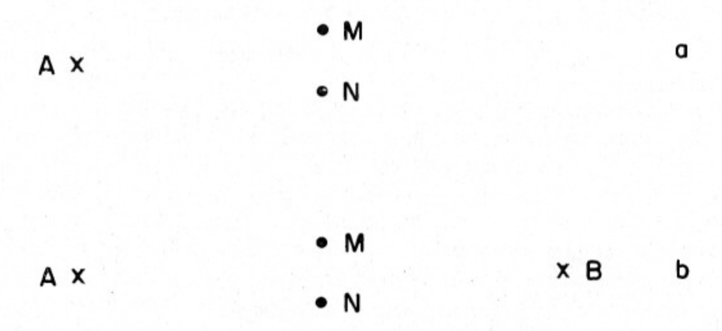


FIG. VII-36. Dispositivos ecuatoriales de cero: *a*, trielectródico; *b*, tetraelectródico.

de las anomalías depende del valor de *n* y de la distancia entre los electrodos. Según Blokh, la amplitud óptima de las anomalías se alcanzan

cuando la distancia AP es 2/3 de la distancia AM, siendo M el electrodo de potencial más próximo al A. A estas distancias corresponde $n_0 = 0{,}11$ pero conviene tomar un valor de n algo diferente que produzca anomalías intensas, pero permita el cálculo de resistividades aparentes. La figura VII-36 representa la anomalía obtenida en un dispositivo apantallado sobre una capa resistiva, con $n = n_0 = 0{,}5$ y relación $AP/AM = 1/3$. Si esta relación tuviese el valor óptimo mencionado de 2/3 la anomalía positiva sería 2,5 veces mayor. Obsérvese las dos escalas logarítmicas, para la representación de los valores positivos y negativos.

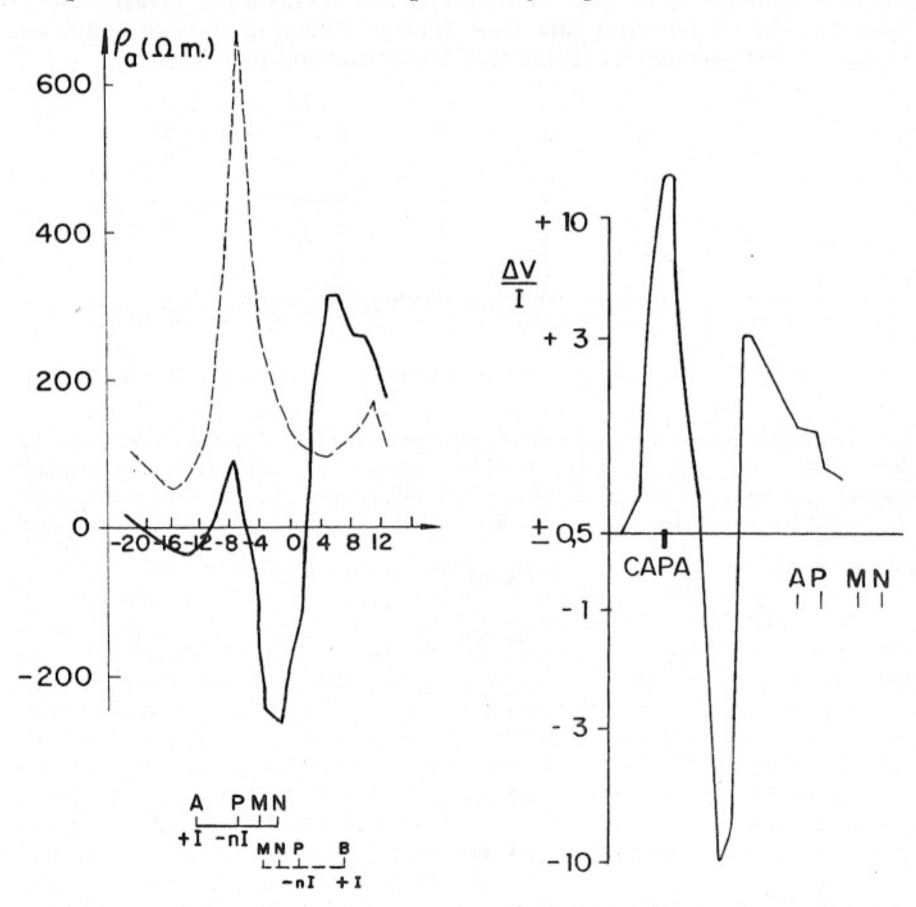


FIG. VII-37. Anomalía obtenida con un dispositivo apantallado de cero APMN, con $n = n_0 = 0{,}5$, sobre una capa delgada resistiva. (Según Blokh.)

FIG. VII-38. Anomalía observada sobre una capa de carbón por medio de un dispositivo trielectródico apantallado. (Según Blokh.)

Blokh da una regla "universal" para la determinación del signo de $\Delta V/I$ y de ρ_a válida para cualquier separación de electrodos para la que exista n_0: Si el sentido electrodo de emisión positivo-electrodo de emisión negativo es el mismo del segmento *MN*, el signo de $\Delta V/I$ y de ρ_a es el mismo de ΔV (potencial en *M* menos potencial en *N*).

El dispositivo trielectródico apantallado puede utilizarse también en modalidad bilateral. La figura VII-37 representa la anomalía obtenida por un dispositivo de esta clase sobre una capa de carbón cuyo subafloramiento se halla bajo la estación — 4. En este caso, la relación de distancias entre electrodos es la óptima, pero $n \neq n_0$, por lo que pueden calcularse resistividades aparentes.

La mayor amplitud de las anomalías obtenidas con el dispositivo trielectródico apantallado equivale a un aumento en la penetración, pues permite detectar objetos que por su profundidad pasarían inadvertidos para calicatas de dispositivo simple.

No se considerarán aquí dispositivos compuestos más complicados, dada su poca difusión y lo incómodo de su aplicación.

VII.18 CALICATAS CIRCULARES

Las calicatas eléctricas circulares (CEC) tienen por objeto la determinación del rumbo y buzamiento aproximado de capas, o cuerpos asimilables a ellas, cuya situación se conozca en algún punto; así como también el establecimiento de la dirección de esquistosidad o fisuración predominante en formaciones recubiertas. Puéden emplearse para comprobación o detalle de los cuerpos detectados por calicatas usuales.

Las resistividades aparentes medidas en las *CEC* son función del azimut del dispositivo. Por esta causa, los resultados de las mediciones se expresan en diagramas polares $\rho_a = \rho_a(\alpha)$ siendo α el rumbo o azimut del dispositivo. Los ángulos del diagrama se corresponden directamente con los azimutes de las diversas posiciones del dispositivo; en cuanto a las resistividades, pueden representarse, bien en escala lineal, bien en escala logarítmica. Esta última es más recomendable, en especial cuando la variación de resistividades es grande, pero requiere atribuir al origen del diagrama un valor arbitrario de resistividad inferior a todos los que hay que representar, dada la imposibilidad de darle el valor cero, cuyo logaritmo no es finito.

El fundamento de las *CEC* es el hecho, indicado más arriba, de que la amplitud de la anomalía producida por una capa depende del ángulo que ésta forma con el perfil. Por lo tanto, el diagrama polar tendrá resistividad máxima o mínima en la dirección de la capa. Además, el carácter

asimétrico de la anomalía producida por una capa inclinada, indica la posibilidad de determinar el lado hacia el que buza la capa, e incluso estimar el ángulo de inclinación del buzamiento, siempre que el dispositivo empleado sea asimétrico.

Las *CEC* pueden realizarse con dispositivo trielectródico simple, que tiene el inconveniente de exigir el tendido de una línea "de infinito", con el dipolar axil, e incluso, con un dispositivo tetraelectródico asimétrico, es decir, con el centro del par *MN* mucho más cercano a uno de los electrodos de corriente que del otro. También pueden emplearse dispositivos apantallados que, si bien son más complejos, dan anomalías más intensas.

La longitud del dispositivo debe elegirse lo suficientemente grande para que se registre bien el efecto de la capa a través del recubrimiento, pero no tanto que puedan influir otras capas próximas a la que se estudia. Es conveniente, para mayor seguridad, el empleo de dos dispositivos de longitud diferente. En todo caso, el espesor del recubrimiento no debe superar el quíntuplo del espesor de la capa (medido paralelamente a la superficie del terreno).

El centro de cada *CEC* debe elegirse con cuidado, en una zona lo más llana posible. Si la capa es resistiva, dicho centro se establecerá en el punto en que la calicata lineal haya señalado máxima resistividad aparente, y se efectuarán mediciones para diversos azimutes del dispositivo, manteniendo fijo el centro del dipolo *MN*. Cuando la capa es conductora, puede tomarse como centro de giro el punto de cruce de las calicatas lineales, y el dispositivo debe girarse de modo que lo que permanezca fijo sea su centro, esto es, el punto medio del segmento determinado por los electrodos extremos del dispositivo. Conviene efectuar lecturas sobre 12 azimutes diferentes, esto es, cada 30°.

Cuando el punto de giro es el centro de *MN*, las resistividades aparentes se llevan al diagrama en el sentido desde dicho centro hacia el o los electrodos de alimentación. Cuando el centro de giro es el del dispositivo, se toma el sentido hacia los electrodos *MN*.

La interpretación se efectuará trazando sobre el diagrama un segmento, la *línea de rumbo,* que señala el de la capa, y un vector perpendicular a ella, que indica el sentido del buzamiento. La primera se traza en el estrechamiento del diagrama, de modo que divide a éste en dos partes de área máxima y mínima, respectivamente. El vector de buzamiento se dibuja perpendicularmente hacia las resistividades mayores si la capa es resistiva y hacia las menores si es conductora (fig. VII-39). Debe advertirse que cuando el recubrimiento es de poco espesor y la capa gruesa y con buzamiento fuerte, puede producirse un máximo local de resistividad en la dirección del rumbo, lo cual si bien puede causar al-

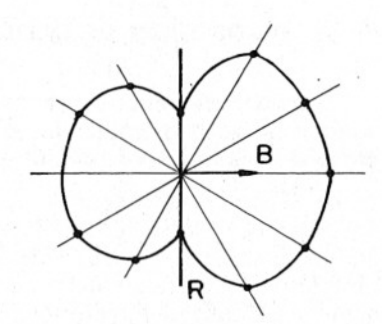


FIG. VII-39. Diagrama polar de una calicata circular sobre una capa inclinada: R = línea de rumbo; B = vector de buzamiento (el dispositivo es asimétrico).

guna confusión, puede utilizarse para trazar la línea de rumbo según dicha dirección. Cuando la capa es vertical, el diagrama es simétrico.

Puede obtenerse una estimación del valor del buzamiento determinando las superficies de las dos partes en que la línea de rumbo divide al diagrama polar logarítmico. Si esta relación está comprendida entre 1 y 2, el buzamiento será fuerte (60° a 90°), si se encuentra entre los límites 2 y 5 el buzamiento es medio (60° a 30°) y suave (menos de 30°) si dicha relación es mayor que 5 (BLOKH, 1962).

Para determinar el rumbo de la esquistosidad o de la dirección predominante del diaclasado se efectúan *CEC* con un dispositivo simétrico (el más sencillo es el Schlumberger), y se traza el diagrama polar de la forma acostumbrada, con la diferencia de que a los sentidos opuestos de la misma dirección corresponde el mismo valor. El diagrama obtenido tendrá forma aproximadamente elíptica, y en virtud de la paradoja de la anisotropía, el eje mayor de la elipse indicará la dirección de mayor conductividad que es la de diaclasado o fisuración predominante o la de esquistosidad (fig. VII-40).

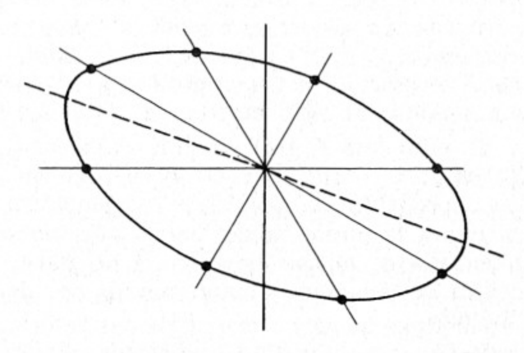


FIG. VII-40. Diagrama polar de una calicata circular con dispositivo simétrico. El eje de trazos (mayor de la elipse) indica la dirección predominante de fisuración o de esquistosidad.

VII.19 OTROS TIPOS DE CALICATAS

Conviene comentar, aun brevemente, algunos tipos de calicatas que, aunque no se han empleado en la práctica, o se han utilizado muy poco, parecen presentar algún interés teórico.

a) Las *calicatas de dos electrodos* se caracterizan porque uno de los de potencial y otro de los de corriente se llevan al "infinitivo" de modo que el potencial que se mide puede considerarse "absoluto". Este es el dispositivo que Keller denomina "medio Wenner". Aparte de la inconveniencia práctica del tendido de dos líneas de infinito, las anomalías que registra este dispositivo son de escasa amplitud, por lo que no es aconsejable este procedimiento.

Recientemente, algunos geofísicos indios (p. ej., KUMAR, 1973) han dado a conocer trabajos sobre el calicateo con dos electrodos, en el que ven ventajas. Esta conclusión es dudosa, entre otros motivos porque en las comparaciones que efectúan no se tiene en cuenta las CETC ni las CED.

b) En todos los métodos descritos en este capítulo, los electrodos se mueven, uno tras otro, sobre el mismo perfil, o todo lo más sobre dos perfiles paralelos, pero en este caso sin que pasen cables de uno a otro perfil. El lector podrá preguntarse qué ocurriría si se emplease un dispositivo electródico rectilíneo que se desplazase perpendicularmente a su alineación. El cálculo indica que en tal caso las anomalías son muy extendidas lateralmente, salvo en el caso excepcional en que todos los electrodos entrasen simultáneamente en una zona más conductora. A esta desventaja teórica se une el grave inconveniente práctico que supone el traslado de cables de alguna longitud en dirección perpendicular a su tendido. Esta operación es lenta y difícil, según experiencia del autor, en terreno llano desprovisto de arbustos, árboles y matorrales, aun disponiendo de muchos hombres, y es impracticable fuera de tan favorables condiciones. Se hace necesario entonces enrollar y desenrollar los cables al pasar de cada estación a la siguiente, lo que hace lentísima la investigación. A pesar de ello, JAIN (1974) ha publicado curvas teóricas para dispositivos simétricos, con este tipo de desplazamiento ("broadside") en el supuesto, poco probable, de que las heterogeneidades sean, exactamente, perpendiculares a la dirección de marcha, de modo que todos los electrodos entran en ella al mismo tiempo. Al no darse esta condición desaparece la sencillez de las anomalías, presentada por dicho autor como una ventaja del método.

c) La imposibilidad práctica, en condiciones económicas, del empleo de líneas *AB* o *MN* perpendiculares al perfil lleva a considerar como poco aconsejables dispositivos tales como el ecuatorial con movimiento per-

pendicular a la dirección *AB* o el dispositivo cuadrado definido en el apartado 5 j) de este capítulo.

VII.20 CALICATAS MARINAS

La superficie tranquila de un mar o lago constituye, por su horizontalidad y homogeneidad, un medio ideal para la ejecución de calicatas eléctricas. Donde este método parece haber sido utilizado más ampliamente es en la Unión Soviética, en la que destacan como especialistas en Prospección Geoeléctrica marina, O.V. Nazarenko y E. J. Terekhin, a los cuales se sigue en este apartado, extractando un trabajo suyo (en TARKHOV, 1963).

El calicateo marino se efectúa, bien para investigaciones tectónicas petroleras, con profundidades efectivas de 2 ó 3 km, bien para trabajos mineros. En ambos casos, el registro es continuo, y los electrodos se desplazan sobre el fondo del mar, arrastrados por uno o dos barcos.

En las investigaciones tectónicas se utilizan dispositivos dipolares, axil si el sustrato cuya marcha se sigue es conductor, y ecuatorial si es resistivo. La causa de esta elección es que el primer caso ρ_a es muy pequeña, por lo que es preferible el dispositivo axil, que da mayor ΔV, mientras que en el caso de sustrato resistivo, no existe tal problema, por lo que puede utilizarse el dispositivo ecuatorial, de mayor penetración.

Los electrodos suelen ser impolarizables, de tipo especial, con funda protectora de manguera de plástico, y son arrastrados por dos barcos, uno para remolcar el dipolo de emisión y otro para el de recepción. El comienzo del perfil se señala con una boya, partiendo de la cual ambos barcos recorren el perfil, conservando su distancia mutua, en línea de fila para el dispositivo axil, y de frente para el ecuatorial (fig. VII-41). Durante la navegación se determina periódicamente la situación por medios de radiolocalización. En un día pueden explorarse de 60 a 80 kilómetros de perfil.

La longitud de cada dipolo varía entre 500 y 1000 m y la distancia *R* entre 3 y 5 km. La intensidad en el circuito de emisión, prácticamente invariable durante la medición, suele ser del orden de 60 a 80 A, en impulsos de 30 segundos de duración aproximada. Los registros de *I* y de ΔV son continuos, y en ellos aparecen señales de tiempo, que permiten su confrontación mutua, y su ubicación en la carta marina por medio de las señales de radiolocalización. El cálculo de la resistividad aparente se efectúa solamente para estos puntos de referencia, que suelen distar entre sí unos 200 ó 300 m.

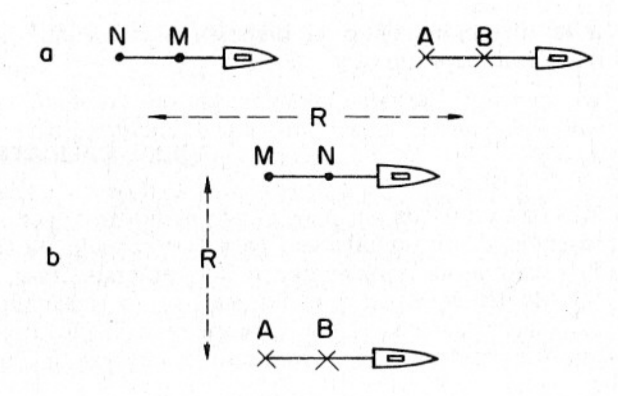


FIG. VII-41. Ejecución de calicatas dipolares marinas: a) Dispositivo axil, b) Dispositivo ecuatorial.

Cuando se trata de detectar capas u objetos de buzamiento fuerte que afloran en el fondo o bajo una capa no muy gruesa de sedimentos, se utiliza el *calicateo cartográfico continuo.* Esto se efectúa por medio de un solo barco, que arrastra, en el extremo de un largo cable, un dispositivo de cero, tipo MAN, AMNA, AMANA a AMBNA. El penúltimo de ellos alcanza mayor penetración, y el último mayor poder resolutivo para capas delgadas. El electrodo de infinito, que cierra el circuito, se remolca a profundidad escasa y a poca distancia de la popa.

VII.21 CALICATEO POR MEDICION MAGNETICA DE RESISTIVIDADES (M.M.R.)

VII.21.1 Principios del método

La circulación de corrientes en el subsuelo va acompañada por un campo magnético, según se deduce de las leyes elementales de la electricidad. Por lo tanto, dicha distribución puede estudiarse mediante un magnetómetro, en vez del dipolo *MN*.

La idea es muy antigua, pues fue patentada en 1933 por el norteamericano Jakosky. Pero, según se vio en el apartado IV.13.3, el campo magnético no suministra ninguna información sobre medios estratificados; no puede utilizarse, pues, en un método análogo al SEV, pero sí para la detección de cambios laterales de resistividad, esto es, para calicateo. Esta aplicación encontró un nuevo obstáculo: la debilidad de los campos magnéticos que habría que medir, obstáculo no superado hasta

hace pocos años por la aparición de magnetómetros suficientemente sensibles.

En la actualidad, el método magnetométrico de resistividades está saliendo de la fase experimental y pueden darse por comprobadas sus grandes posibilidades. Las ventajas de la MMR provienen de su carácter integrador. En efecto, el campo magnético que se mide en un punto cualquiera de la superficie es la integral de los campos elementales debidos a los segmentos de las líneas de corriente creadas por los electrodos *A* y *B*. Esta integración atenúa notablemente los efectos locales del relieve y de las heterogeneidades superficiales de resistividad, los cuales pueden afectar notablemente al valor de ΔV medido con un *MN*.

VII.21.2 Un caso práctico

Como ejemplo de aplicación del calicateo magnetométrico puede citarse el descrito por EDWARDS y HOWELL (1976). En él se logró la detección, en las rocas del basamento, de un contacto vertical con contraste "moderado" de resistividad, bajo 500 m de sedimentos y coladas volcánicas del Terciario. La existencia del contacto se conocía por su afloramiento en una de las laderas de la meseta sobre la que se efectuaron las mediciones, cuya topografía era muy accidentada.

La línea de los electrodos *AB*, de unos 3 km de longitud, se colocó sobre la posición más probable del contacto. El cable (fig. VII-42) formaba un cuadro con la línea *AB*, a fin de atenuar en lo posible su campo

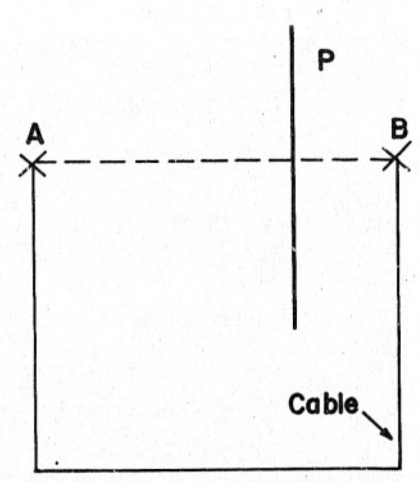


FIG. VII-42. Dispositivo para la medición magnética de resistividades. (MMR.)

magnético en los puntos de medición. La corriente aplicada alterna, de frecuencia baja (3 Hz), creaba un campo magnético cuya componente

horizontal ortogonal a la línea *AB* se medía con un magnetómetro de saturación Scintrex modelo MFM-3 hasta la centésima de gamma.

De los valores observados se restaba el campo normal correspondiente a medio homogéneo, obteniéndose así el valor de la "anomalía". Los puntos de medición estaban situados sobre perfiles ortogonales a la línea *AB*, tal como el *P* de la figura. De este modo, si dicha línea está situada aproximadamente sobre el contacto, la diferencia de resistividad a un lado y otro de él producirá una clara asimetría en el campo magnético que, lógicamente, será más intenso sobre la parte más conductora.

Las curvas de anomalía que se obtuvieron mostraban claramente la asimetría debida al contacto, a pesar del gran espesor del recubrimiento y de las malas condiciones topográficas.

Obsérvese que en estas aplicaciones, y a pesar del nombre del método, no se obtienen valores numéricos de la resistividad, sino relaciones comparativas.

VII.21.3 Teoría

Los principios y métodos para el cálculo de las anomalías de la MMR han sido establecidos por STEFANESCU (1958), STEFANESCU y NABIGHIAN (1961 y 1962), EDWARDS *et al* (1978) y GÓMEZ TREVIÑO y EDWARDS (1979).

El campo magnético dB producido por un elemento de corriente $\mathbf{J}\, d\tau$ ($d\tau$ = elemento de volumen) viene dado por la ley de Biot-Savart que, siguiendo la notación de Edwards y sus colaboradores, puede escribirse

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \nabla' \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) \qquad \text{(VII,72)}$$

donde $\mathbf{r} = (x, y, z)$ es el vector de posición del punto donde se calcula el campo y $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ el del elemento de corriente. El acento en el operador indica, como de costumbre, que la derivación sólo afecta a $\mathbf{r}'$.

Para el semiespacio que representa el terreno, esto es, el campo total en $\mathbf{r}$, será

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \nabla' \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) d\tau \qquad \text{(VII,73)}$$

expresión que, según demuestran EDWARDS *et al* (1978), equivale a

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\nabla' \times \mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}\, d\tau \qquad \text{(VII,74)}$$

Por ser (apartado III.2)

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = -\sigma(\mathbf{r}') \nabla' U(\mathbf{r}')$$

se tiene que

$$\nabla' \times \mathbf{J} = \nabla' \times (\sigma \mathbf{E}) = \sigma' \nabla \times \mathbf{E} - \mathbf{E} \times \nabla' \sigma = \nabla' U \times \nabla' \sigma$$

ya que

$$\nabla' \times \nabla' U = 0.$$

Por consiguiente,

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\nabla' U(\mathbf{r}') \times \nabla' \sigma(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\tau \qquad \text{(VII,75)}$$

Esta expresión, que es una de las básicas empleadas por Edwards y sus colaboradores, tiene la ventaja de que en muchos casos se anula en todos los puntos, salvo en los situados en las interfaces que separan volúmenes de diferente resistividad. Además, STEFANESCU (1958) y STEFANESCU y NABIGHIAN (1962) dieron métodos para el cálculo de la componente vertical del campo por aplicación de un semiespacio imagen, mientras que la componente horizontal se obtenía de la vertical por medio de las integrales de Skeels-Watson.

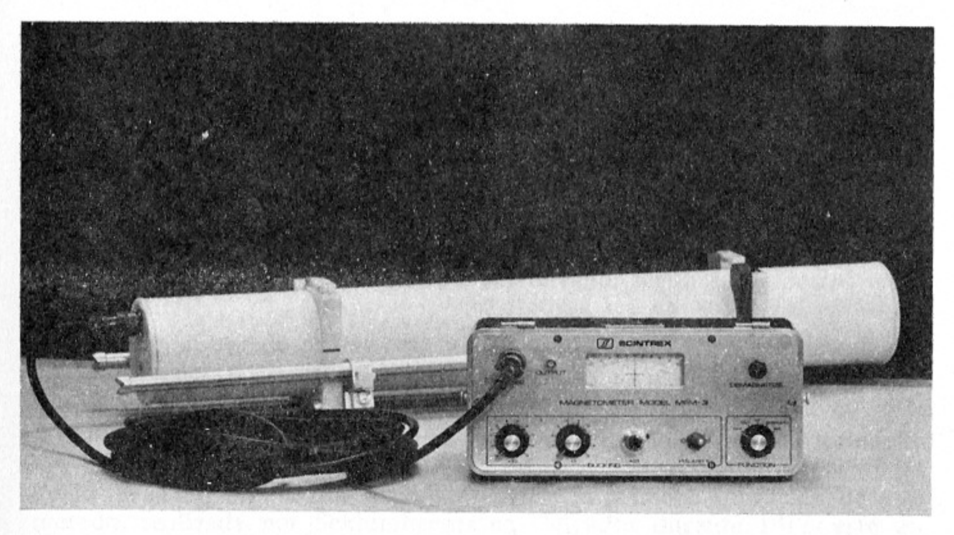


FIG. VII-43. Sensor y consola del magnetómetro MFM-3 de uso común en la MMR.

Unos y otros medios han permitido el cálculo de las anomalías correspondientes a diferentes modelos: semiespacio anisótropo (que produce anomalía cuando el eje de anisotropía no es vertical), contacto vertical, contacto inclinado (con el electrodo en el contacto), dique aflorante, semicilindro horizontal, depresión semiesférica aflorante, centros alfa, etc.

Gómez Treviño y Edwards (1979) han desarrollado métodos numéricos capaces de atacar casos más complicados.

Capítulo VIII

EL METODO DE LAS LINEAS EQUIPOTENCIALES

VIII.1 INTRODUCCION

Este método, que figura entre los más antiguos y sencillos, se emplea poco actualmente, salvo en la modalidad que denominaremos *método del cuerpo cargado.*

El método de las líneas equipotenciales consiste en esencia en el estudio y trazado, sobre la superficie del terreno, de las líneas equipotenciales del campo producido por uno o varios electrodos.

Cuando se emplea un solo electrodo (es decir, que el segundo electrodo *B* está muy alejado de la parte de terreno que se estudia) y el subsueblo es homogéneo o estratificado horizontalmente, las equipotenciales serán circulares. Lo mismo ocurrirá si las capas tienen anisotropía transversal de eje normal a la superficie del terreno, según se demostró en el capítulo III.

Cuando el eje de anisotropía no es vertical, la forma elíptica de las equipotenciales pone de manifiesto la anisotropía e indica la proyección de los ejes de ésta sobre la superficie.

La presencia de un contacto vertical o inclinado entre dos formaciones isótropas se refleja en un cambio de dirección en las equipotenciales debido a la refracción que éstas sufren. En la primera aplicación de este método, realizada por Schlumberger en Calvados durante 1912, este investigador pudo comprobar la desviación de las equipotenciales produ-

cidas por el contacto aflorante entre pizarras de Calymene y cuarcitas armoricanas.

Más interesante es el empleo de este método para la detección de inclusiones resistivas o conductoras en un medio homogéneo. Las primeras pueden representar diques de cuarzo, y las segundas bolsadas o filones de menas metálicas conductoras. Las inclusiones más resistivas que el medio encajante se manifiestan por una aproximación mutua de las equipotenciales, y las más conductoras por una rarefacción de éstas.

En estas investigaciones, a fin de hacer más fácilmente visibles las deformaciones de las equipotenciales, suelen emplearse dos electrodos rectilíneos y paralelos (electrodos de Petroswsky) los cuales crean un campo con equipotenciales también rectilíneas en medio homogéneo, cuyas deformaciones resaltan más claramente que cuando son circulares. HEILAND (1940) reseña los trabajos efectuados de 1918 a 1922 en la región de Skellefte (Norte de Suecia). El medio encajante estaba constituido por rocas arcaicas, recubiertas por 7 u 8 m de acarreos glaciáricos. El método de las equipotenciales con electrodos rectilíneos llevó al descubrimiento de muchos filones y bolsadas de pirita, calcopirita, pirrotita y oro, con un total de 20 zonas productivas. La superficie explorada fue de 300 km^2.

Sin embargo, los resultados del método de equipotenciales pueden obtenerse, en general, con mayor precisión y seguridad mediante calicatas eléctricas (capítulo VII) por lo que el primero no se emplea mucho en la actualidad. Sin embargo, YAKUBOVSKIY y LIAKHOV (1964) lo consideran muy adecuado para la búsqueda de metalizaciones metasomáticas de contacto y magmáticas, y aluden a muchos descubrimientos en Kazajstán. Rodionov (en TARKHOV, 1963) indica que cuando la zona metalizada se encuentra en el contacto entre dos formaciones de diferente resistividad, puede pasar inadvertida para las calicatas combinadas, y sin embargo, detectarse claramente por el método de equipotenciales.

Entre los inconvenientes del método figuran su sensibilidad frente a los accidentes topográficos, su exigua penetración (unas pocas decenas de metros para cuerpos grandes) y la dificultad en el cálculo de profundidades.

Existe, no obstante, una modalidad muy extendida en todo el mundo y muy útil en minería, mencionada más arriba, la del "cuerpo cargado" o "mise à la masse" en la que se utiliza como electrodo creador del campo la propia mineralización conductora, siempre que esta aflore o sea accesible por medio de perforaciones o labores mineras. En estas condiciones, se puede delimitar el cuerpo conductor y estudiar sus relaciones y continuidad con otros próximos.

VIII.2 TRABAJO DE CAMPO

VIII.2.1 Modalidades del trabajo

En el método de líneas equipotenciales cabe distinguir dos modos principales de operar: en uno de ellos se sigue directamente sobre el terreno la marcha de las líneas de igual potencial; en el otro, lo que se mide es la caída del potencial a lo largo de una serie de perfiles, y partiendo de estos datos, se trazan las equipotenciales en el plano o mapa de la zona.

Puede hacerse otra división según que se emplee corriente continua o variable; esta última puede ser alterna (sinusoidal) o de impulsos. No obstante, sea cual sea el tipo de corriente utilizado, las observaciones se interpretan según las leyes de la corriente continua, lo que es aproximadamente válido siempre que la frecuencia sea suficientemente baja y la conductividad media del subsuelo no sea demasiado grande.

Salvo en lo que respecta al generador y al circuito de exploración, las técnicas de trabajo son las mismas para corriente continua que para alterna, o de impulsos. Los párrafos que siguen sobre el trabajo de campo se basan en gran parte en las descripciones de JAKUBOSKIY-LIAKHOV (1964) y Rodionov (en TARKHOV, 1963) y se refieren exclusivamente al empleo de electrodos rectilíneos de Petrowsky, por ser los más difundidos y eficaces. El método del cuerpo cargado se expone más adelante.

VIII.2.2 Circuito de exploración

Este circuito es el que se emplea para el trazado de las equipotenciales y consta esencialmente de un instrumento de cero unido por medio de cables a dos electrodos en forma de varilla con mango aislante, de un metro de longitud, y uno o dos cm de diámetro, aunque también pueden emplearse electrodos impolarizables.

Cuando se emplea corriente continua o de impulsos puede emplearse como instrumento de cero un galvanómetro robusto, un milivoltímetro electrónico o un micro-amperímetro con cero en el centro de la escala, conectados en serie con un compensador de polarización. Para corriente alterna puede utilizarse un micro-amperímetro (con rectificador) o un milivoltímetro electrónico para este tipo de corriente, no siendo preciso el compensador de polarización, aunque puede ser conveniente y aún necesario un filtro para la frecuencia industrial de 50 Hz. Lundberg, hace unos 60 años, en las primeras aplicaciones de este método, utilizó como aparato de cero un receptor telefónico, cuya sensibilidad puede aumentarse por medio de un amplificador.

El "modus operandi", es como sigue: se coloca uno de los electrodos en un punto de la equipotencial que se estudia y el segundo en un punto

arbitrario situado, por ejemplo, a 10 ó 15 m de distancia, y se lee el instrumento. Manteniendo fijo el primer electrodo, va desplazándose el segundo en dirección perpendicular a la prevista (fig. VIII-1) para la equipotencial (la cual, en ausencia de anomalías debe ser paralela a los electrodos lineales que crean el campo) hasta que la lectura del instrumento sea cero. Entonces los dos electrodos exploradores estarán por definición en la misma equipotencial. En el lugar ocupado por el primer electrodo se coloca una estaca, señalada con el número de orden que se haya atribuido a la línea equipotencial. Luego, el primer electrodo pasa al punto donde se hallaba el segundo, y éste vuelve a desplazarse en busca de un nuevo punto de la equipotencial. Para efectuar esta tarea bastan un operador y uno o dos ayudantes; pudiendo trabajar simultáneamente varios equipos de éstos para una misma posición de los electrodos lineales.

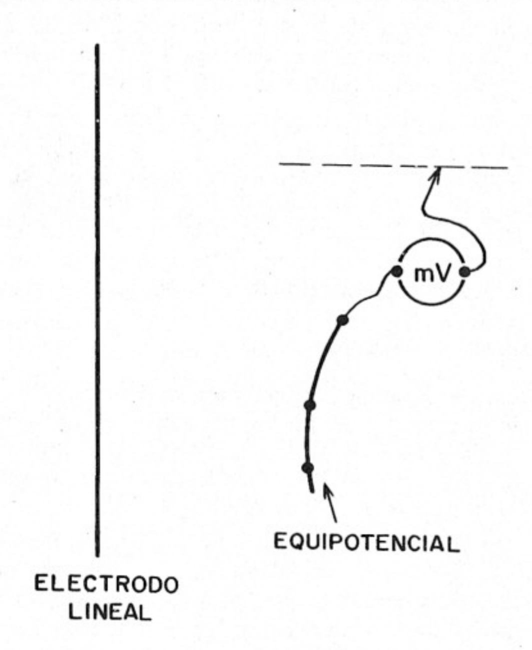


FIG. VIII-1. Trazado de equipotenciales en el terreno.

Si se emplea corriente continua, la polaridad de la tensión leída indica en qué sentido debe desplazarse el electrodo móvil para acercarse a la equipotencial. Esta ventaja está contrarrestada por la presencia del potencial de polarización, y en muchos casos, del potencial espontáneo, lo que obliga a efectuar cada vez la compensación previa de tales rui-

dos" con el circuito de emisión desconectado. Por lo tanto, el operador debe disponer de algún sistema de comunicación con el encargado del circuito de emisión, a fin de que éste conecte o desconecte el generador. Esta operación puede simplificarse si se utiliza corriente interrumpida, aprovechando los intervalos entre impulsos para la anulación del ruido, y haciendo esto sólo en las últimas aproximaciones al punto buscado, que es cuando tales ruidos tienen mayor importancia relativa.

Estas dificultades desaparecen con el empleo de corriente alterna, puesto que los ruidos de continua no afectan a los instrumentos para aquel tipo de corriente, siempre que estén adecuadamente construidos, con un condensador en serie o filtro a la entrada. Por lo tanto es preferible, en general, el uso de esta corriente, en lo que respecta a rapidez del trabajo, aunque tampoco está exento de desventajas. Como las lecturas carecen de polaridad, no es posible conocer "a priori" el sentido en que debe desplazarse el electrodo móvil después de cada una de ellas. Por otra parte, la aplicación de tensiones alternas hace que a la corriente "galvánica" que entra en el terreno a través de los electrodos, se sume otra inducida desfasada respecto de la primera un cuarto de período aproximadamente, y que se compone con aquélla, dando lugar a una polarización elíptica. Entonces lo que se determina en realidad es la dirección, en cada punto, del eje menor de la elipse de polarización que, como las equipotenciales, es normal a la dirección de máxima densidad de corriente. Cuando el electrodo móvil está en el punto buscado, no se obtiene lectura nula, sino mínima, y en caso de emplear teléfonos no se aprecia en ellos silencio, sino sonido mínimo. No obstante estos inconvenientes, en general se puede trabajar eficazmente con corriente alterna.

En el segundo método de trabajo, mencionado más arriba, se traza previamente sobre el terreno un sistema de perfiles paralelos entre sí y perpendiculares a los electrodos lineales, y a lo largo de ellos se va midiendo la caída de potencial en intervalos fijos y contiguos, por ejemplo cada 20 m, intercalando cuando sea conveniente puntos intermedios. Se utilizan dos electrodos y un instrumento de medida, que en caso de emplearse corriente continua puede ser un potenciómetro o un milivoltímetro electrónico, ambos con dispositivos de compensación, y para corriente alterna un milivoltímetro para este tipo de corriente. Los perfiles se enlazan entre sí por uno o dos transversales, y de este modo, sumando algebráicamente las lecturas se puede atribuir potencial a cada punto respecto de un origen arbitrario. Estos valores, llevados a un plano, sirven para trazar sobre él las equipotenciales. Esta modalidad de trabajo es más rápida y regular que el trazado directo en el terreno, aunque las equipotenciales no quedan determinadas de modo tan preciso.

VIII.2.3 Circuito de emisión

Consta de tres partes: generador, cables de conexión y electrodos lineales.

Para corriente continua, el generador puede ser una dínamo de 100-200 watios de potencia, movido por un motor de gasolina, o una batería de acumuladores. Las pilas secas resultan menos adecuadas en razón de la intensidad relativamente grande que suele ser necesaria (2 a 3 amperios). En el trabajo con corriente alterna se utiliza un alternador movido por un motor de gasolina, o un oscilador de válvulas. Este tiene la ventaja de poder cambiar la frecuencia, pero son más delicados y menos robustos que los alternadores. La frecuencia que suele utilizarse varía entre 80 y 500 Hz, siendo conveniente que no coincida con un armónico de la frecuencia industrial. Cuanto más baja sea, menores serán los efectos propios de la corriente alterna y más exactamente pueden aplicarse las leyes de la corriente continua. Las tensiones de salida usuales son de 100 a 200 Voltios, tanto para corriente continua como para alterna. La corriente de impulsos se obtiene añadiendo un interruptor periódico a cualquiera de los generadores de corriente continua mencionados. Cada impulso dura de 0,5 a 1 segundo y está separado del siguiente por un intervalo sin corriente de 2 a 3 segundos

Los cables de conexión unen el generador con los electrodos lineales, y no tienen exigencias especiales. Basta con que tengan sección adecuada a la intensidad que los recorre, y que su recubrimiento aislante sea robusto y suficiente.

Los electrodos lineales constan de una fila de piquetes metálicos clavados en el suelo, y unidos eléctricamente entre sí por medio de un cable o alambre. Este artificio es mucho más fácil de montar que un cable desnudo enterrado, que sería el verdadero electrodo lineal, y produce el mismo campo que éste, salvo a muy corta distancia. En Occidente suelen emplearse piquetes de acero, de medio metro de longitud, clavados a intervalos de unos 5 m y conectados entre sí por medio de alambre de cobre desnudo que se enrolla con varias vueltas alrededor de cada piquete. Los autores soviéticos describen un tipo de electrodo lineal que resulta más ventajoso. Los piquetes, de hierro, tienen una encorvadura que les da aspecto de cayado (fig. VIII-2), y que sirve para apretar el cable contra el suelo. Este cable se compone de hilos de cobre estañado con sección total de 6 a 10 mm^2 por lo que su resistencia es del orden de 1 Ω por km de longitud. De este modo se consigue contacto más continuo con el suelo, y menor caída de tensión a lo largo de cada electrodo, y sobre todo, se pueden quitar o poner piquetes con gran facilidad y sin descomponer el conjunto. La conveniencia de esta operación se indica más abajo.

El paralelismo entre las equipotenciales y los electrodos supone que el medio es homogéneo, o lo que es lo mismo, que la intensidad de corriente que pasa al terreno por unidad de longitud del electrodo es la misma a todo lo largo de él. Esto no ocurre en la práctica, puesto que la resistencia de contacto suele ser muy variable. Por esta causa PARASNIS (1971) recomienda situar cada electrodo a lo largo de un arroyo más o menos rectilíneo o junto a la orilla de un lago o marisma, lo que como es obvio, no puede hacerse en la mayoría de los casos. Más eficaz es el método descrito por los autores soviéticos, en el que una vez instalados los electrodos se procede a la "*corrección del campo*" que se efectúa como sigue.

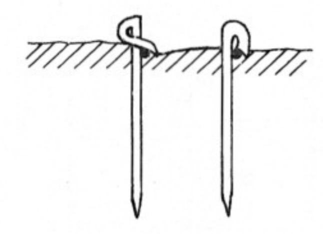


FIG. VIII-2. Piquetes en forma de cayado para la colocación y contacto de electrodos lineales.

Se trazan dos equipotenciales, situadas en la zona interior de los electrodos y distantes de éstos alrededor de la décima parte de la separación entre los electrodos. Frente a los puntos donde la densidad de corriente emitida por el electrodo es menor, la equipotencial se separa del electrodo más próximo, mientras que donde la densidad de corriente sea mayor, las equipotenciales se acercan al electrodo. Entonces se aumenta la densidad de piquetes en las partes donde ocurra lo primero, y se disminuye donde se produzca lo contrario, hasta conseguir que las dos equipotenciales de ensayo sean sensiblemente rectilíneas.

VIII.2.4 Fases del trabajo

Se comienza por elegir la ubicación de los electrodos lineales, los cuales deben colocarse perpendicularmente al rumbo previsto para la dimensión mayor del objeto buscado, siempre que éste sea conductor.

La longitud de los electrodos lineales suele hacerse igual a la distancia que separa éstos, que suele oscilar entre 500 y 3 km, aunque a veces se utilicen dispositivos rectangulares, por ejemplo de 2 × 3 km, correspondiendo a los electrodos los lados más largos.

La conexión del cable a los electrodos lineales puede hacerse en los extremos de éstos más próximos al generador, pero es preferible hacerlo

en el centro de cada electrodo, para mayor homogeneidad del campo, si bien en este caso hay que extremar las precauciones contra las fugas. Es conveniente, sobre todo cuando la corriente es alterna, que el cable de conexión se coloque en disposición simétrica, según se indica en la figura VIII-3, a fin de disminuir las distorsiones producidas en el campo por inducción o fugas pequeñas. En la parte *b* donde los dos conductores van juntos, debe emplearse cable bifilar.

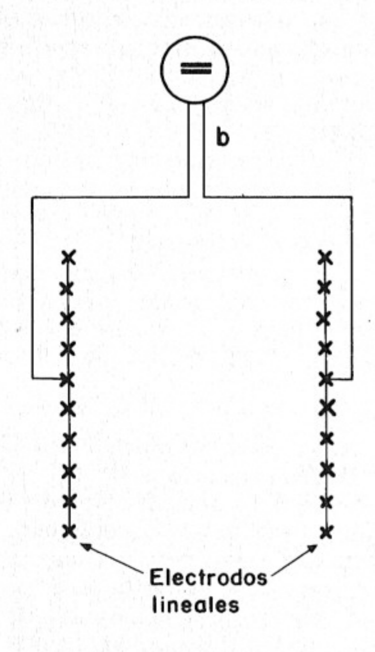


FIG. VIII-3. Colocación simétrica de los cables que conectan el generador a los electrodos lineales.

Una vez instalados los electrodos se procede a la "corrección del campo" del modo descrito más arriba; a continuación puede comenzarse el trazado de las equipotenciales. Para ello debe estaquillarse un perfil base perpendicular a los electrodos lineales; sobre este perfil se señalan los puntos de comienzo de las equipotenciales, que generalmente se escogen a intervalos iguales. La extensión de estos intervalos depende del tamaño supuesto para el cuerpo buscado y no debe ser mayor que la mitad de la longitud esperada para éste.

La zona explorada es siempre la situada entre los electrodos, evitando la proximidad de éstos. Cerca de los electrodos el potencial cambia más rápidamente que en la parte central, sufre irregularidades producidas por la heterogeneidad de las capas superficiales y está menos influido por los materiales que puedan existir a alguna profundidad, entre ellas, quizá, el

objetivo de la investigación. Por esta causa, es recomendable trabajar solamente en el tercio central de la zona situada entre los electrodos, que es donde la repartición es más homogénea. Así, cuando los electrodos son L_1 y L_2 (fig. VIII-4), se puede explorar la parte rayada; si se desea extender la investigación hasta la línea determinada por el electrodo L_2 debe efectuarse una segunda serie de mediciones con electrodos situados en las posiciones L_3 y L_4. Si la zona en exploración es muy extensa, se la cubre procediendo del modo indicado cuantas veces sea necesario.

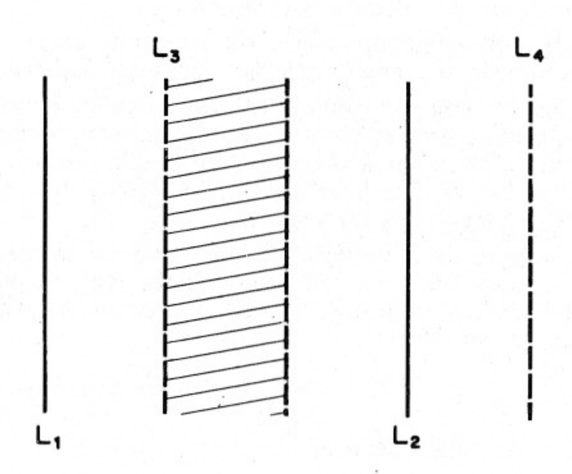


FIG. VIII-4. Zona útil y ampliación de las mediciones en el trabajo con electrodos lineales.

Partiendo de los puntos señalados en el perfil base, se trazan sobre el terreno las respectivas equipotenciales, siguiendo el procedimiento expuesto en el apartado 2.2 de este capítulo. El objeto de la investigación es el de encontrar zonas anómalas, o sea de curvatura de las equipotenciales, que son síntomas de heterogeneidad en el subsuelo, la cual puede deberse a la presencia de alguno de los cuerpos buscados. Por consiguiente, cuando se observe que alguna equipotencial se desvía, debe acortarse el paso o distancia entre los electrodos exploradores, a fin de conocer más detalladamente la estructura de la anomalía. En estas zonas, además, deben intercalarse nuevas equipotenciales entre las inicialmente previstas.

El trazado de las equipotenciales ha de acompañarse del levantamiento topográfico de las mismas. Este puede efectuarse por medio de taquímetro y mira, de plancheta y alidada o de brújula y cinta. Este último método es el más sencillo y rápido y puede llevarse a cabo por dos personas que siguen al operador con un retraso, por ejemplo, de dos estacio-

nes, y van midiendo y anotando el rumbo y distancia entre cada dos estacas sucesivas de las que van colocando el operador y sus ayudantes. El inconveniente de este método es su poca precisión, pero ésta puede aumentarse estaquillando previamente en el terreno perfiles auxiliares paralelos al principal, cuyas intersecciones con las equipotenciales determinan los topógrafos. Para mayor facilidad en el trabajo, cada vez que el operador cruce sobre uno de estos perfiles, debe situar en él una de las estacas de la equipotencial, tanteando su posición por medio del electrodo auxiliar móvil del modo acostumbrado.

El intervalo entre equipotenciales se determina sobre el perfil base, midiendo la caída de potencial entre las sucesivas estacas iniciales.

El único tipo de comprobación o control de calidad que cabe en este tipo de trabajo es repetir el trazado de alguna equipotencial. Según los autores soviéticos, la máxima diferencia admisible entre la primera medición y la repetida es de 10 m por km. La equipotencial comprobada no debe estar próxima a los electrodos.

Los datos topográficos se llevan a un plano de escala adecuada, en el que además de las líneas equipotenciales debe incluirse la situación del generador, cables y electrodos, así como los accidentes topográficos, afloramientos y otros datos útiles al interruptor.

VIII.3 TEORIA E INTERPRETACION

La interpretación del método de líneas equipotenciales es preferentemente cualitativa. Ello se debe principalmente a que los cuerpos que se buscan (filones, diques, bolsadas, etc.), suelen tener forma muy irregular, por lo que el cálculo de las anomalías que producen es, hasta ahora, prácticamente imposible. Mayores posibilidades presenta la investigación sobre modelos reducidos, como las efectuadas hace muchos años por el japonés Y. Fujita, y por los suecos H. Lundberg y K. Sundberg (véase HEILAND, 1940, pp. 701-706). El lector interesado puede consultar la obra de GRANT y WEST (1965), en sus páginas 420 y siguientes, donde podrá darse cuenta de las grandes dificultades matemáticas del problema para cuerpos de forma regular sometidos a un campo eléctrico uniforme, lo que representa condiciones mucho más sencillas que las que se dan en la práctica. Por estas razones, no parece conveniente entrar en el detalle de tales cálculos, y sí el dar algunas orientaciones prácticas.

El campo normal, esto es, en medio homogéneo de superficie plana, tiene carácter logarítmico, según se demuestra a continuación. El conocimiento de este campo es necesario, ya que las anomalías son las desviaciones respecto de él.

Sean dos electrodos rectilíneos de longitud $2b$ separados por la distancia $2a$ (fig. VIII-5). Tomemos el centro O del rectángulo determinado por los electrodos como origen de un sistema cartesiano de coordenadas cuyo eje x sea perpendicular a los electrodos. Entonces, el potencial dU producido en un punto cualquiera P de coordenadas x_1, y_1 por un elemento de longitud dy del primer electrodo que diste r_1 del punto P será

$$dU = \frac{\rho I\, dy}{2\pi \cdot 2b} \frac{1}{r_1}$$

donde I es la corriente total.

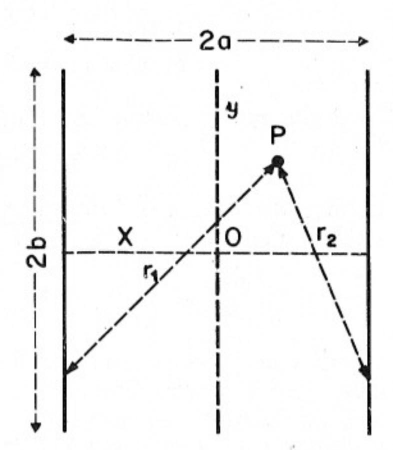


FIG. VIII-5. Cálculo del campo normal entre electrodos lineales.

Si se añade la contribución al potencial de un elemento análogo del segundo electrodo, que diste r_2 del punto considerado P, se tendrá

$$dU = \frac{\rho I\, dy}{4\pi\, b}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) =$$

$$= \frac{\rho I\, dy}{4\pi\, b}\left(\frac{1}{[(a+x_1)^2 + (y-y_1)^2]^{1/2}} - \frac{1}{[(a-x_1)^2 + (y-y_1)^2]^{1/2}}\right)$$

donde y es la ordenada del punto considerado en cada electrodo, que puede ser la misma en ambos casos. Entonces, el potencial total será

$$U = \frac{\rho I}{4\pi\, b}\int_{-b}^{b} \frac{dy}{[(a+x_1)^2 + (y-y_1)^2]^{1/2}} - \frac{\rho I}{4\pi\, b}\int_{-b}^{b} \frac{dy}{[(a-x_1)^2 + (y-y_1)^2]^{1/2}} =$$

$$= \frac{\rho I}{4\pi\, \mathrm{b}} \ln \frac{b - y_1 + [(a+x_1)^2 + (b-y_1)^2]^{1/2}}{-(b+y_1) + [(a+x_1)^2 + (b+y_1)^2]^{1/2}} -$$

$$- \frac{\rho I}{4\pi\, b} \ln \frac{b - y_1 + [(a-x_1)^2 + (b-y_1)^2]^{1/2}}{-(b+\mathrm{y}_1) + [(a-x_1)^2 + (b+y_1)^2]^{1/2}} \qquad \text{(VIII,1)}$$

expresión de cálculo un tanto engorroso si no se dispone de ordenadores electrónicos. Para transformarla en otro más manejable emplearemos la notación

$$A = \frac{b - y_1}{a + x_1} \; ; \; B = \frac{b + y_1}{a + x_1} \; ; \; C = \frac{b - y_1}{a - x_1} \; ; \; D = \frac{b + y_1}{a - x_1} \qquad \text{(VIII,2)}$$

mediante la cual, la expresión anterior tomará la forma

$$U = \frac{\rho I}{4\pi\, b} \{ \ln [A + (1 + A^2)^{1/2}] - \ln [- B + (1 + B^2)^{1/2}] -$$
$$- \ln [C + (1 + C^2)^{1/2}] + \ln [- D + (1 + D)^{1/2}] \}$$

Aplicando la conocida fórmula

$$Sh^{-1} x = \ln [x + (1 + x^2)^{1/2}]$$

donde Sh^{-1} indica la función inversa del seno hiperbólico, y teniendo en cuenta que $Sh^{-1}(-x) = - Sh^{-1} x$ se obtiene

$$U = \frac{\rho I}{4\pi\, b} [Sh^{-1} A + Sh^{-1} B - Sh^{-1} C - Sh^{-1} D] \qquad \text{(VIII,3)}$$

fórmula de cálculo mucho más cómodo si se dispone de tablas de funciones hiperbólicas. Las líneas equipotenciales correspondientes son aproximadamente rectilíneas, con ligera concavidad hacia el electrodo más cercano, la cual se manifiesta con mayor curvatura en las líneas más próximas a los electrodos.

Todo lo anterior se refiere a medios homogéneos; si en uno de éstos existiesen localmente zonas más conductoras o más resistivas, las equipotenciales se enrarecerían en el primer caso, y se apiñarían en el segundo * (fig. VIII-6).

Los estudios teóricos y las mediciones sobre modelos han permitido establecer ciertas conclusiones sobre la detectabilidad de diferentes cuerpos por aplicación del método de las líneas equipotenciales. Las conclusiones más importantes son las siguientes: La zona más favorable para la detección es la próxima al centro del rectángulo determinado por los electrodos, dada la mayor homogeneidad del campo en ella. Si el cuerpo es alargado, la posición más favorable para su detección es la perpendicular a los electrodos, si es más conductor que el medio, y paralela en caso opuesto. Estos resultados deben tenerse en cuenta al colocar los electrodos. La detectabilidad aumenta con el contraste de resistividad entre el cuerpo y el medio circundante, y disminuye con la profundidad

* Las anomalías del potencial observado pueden expresarse en forma de resistividades aparentes. Véase PARASNIS: *Geofísica Minera.* Ed. Paraninfo.

de aquél. Cuando el cuerpo, por su forma, puede considerarse como una lámina (filones, diques) su detectabilidad aumenta con el buzamiento, mientras que el espesor influye relativamente poco. Los cuerpos de posición horizontal o de forma complicada son los de detección más difícil.

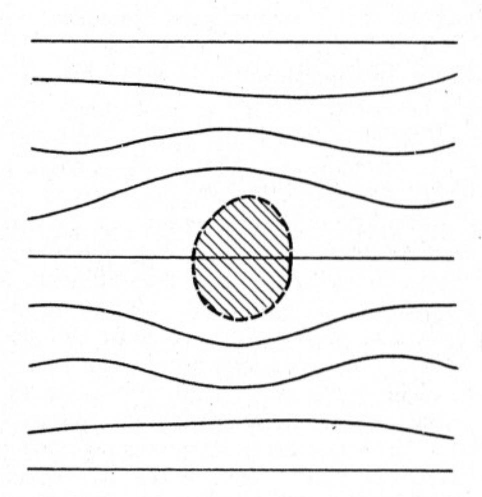


FIG. VIII-6. Deformación de las equipotenciales producida por un cuerpo conductor situado bajo el centro del dispositivo.

No debe creerse sin embargo, que la intensidad de la anomalía crezca proporcionalmente al contraste de resistividades entre cuerpo y medio. porque pronto se alcanza la *saturación,* salvo que se trate de un cuerpo de forma muy alargada. Dicho fenómeno consiste en que ya para contraste relativamente pequeños, la anomalía producida es semejante a la correspondiente al contraste máximo. Así, para una esfera de conductividad 4 veces mayor que la del medio, la anomalía es la mitad de la que produciría una esfera perfectamente conductora de igual tamaño y ubicación. El efecto es aún más intenso si la esfera es más resistiva que el medio, pues entonces la anomalía mitad que la máxima (la de una esfera aislante) se obtiene cuando el contraste de resistividades es de 2,5.

Suele ocurrir que la capa superficial del terreno (recubrimiento o zona meteorizada) sea más conductora que la roca infrayacente. En estas condiciones se produce una concentración de la corriente en la capa superficial, que disminuye la penetración efectiva del método, la cual, por otra parte, crece con la separación entre los electrodos.

La deformación de las equipotenciales indica no sólo la presencia de heterogeneidades sino la clase de éstas y su posición aproximada. Según

ya señalamos, si las equipotenciales se separan entre sí, el cuerpo heterogéneo es más conductor que el medio encajante, y si se aproximan mutuamente, se deduce la conclusión opuesta. La heterogeneidad se encuentra debajo de la zona anómala, y si es de forma alargada, la dirección de su eje (en proyección horizontal) se obtiene uniendo los puntos de deformación máxima. Si el cuerpo puede asimilarse a una lámina delgada y estrecha (filón o dique) su inmersión puede determinarse sabiendo que la deformación es más débil sobre la parte más profunda.

Mayor información puede obtenerse si se considera el gradiente del potencial (campo eléctrico). Para ello deben trazarse curvas de variación del gradiente del potencial a lo largo de perfiles escogidos. Aunque en rigor, estas curvas podrían dibujarse a partir de la posición de las equipotenciales, se obtendría así poca exactitud, por lo que es necesario efectuar algunas mediciones complementarias en el campo. En estas se determina, a lo largo del perfil, la caída de potencial sobre una serie de cortos intervalos iguales. El valor observado sobre cada uno de estos se toma como medida aproximada del gradiente del potencial en su centro. * Los bordes del cuerpo heterogéneo se manifiestan porque en la proximidad de la vertical de ellos, dicho gradiente tiene un extremo (máximo o mínimo). Si el cuerpo es subhorizontal, su longitud puede estimarse tomándola igual a la distancia entre los extremos del gradiente sobre un perfil efectuado sobre el eje del cuerpo. El lado hacia el que buza el cuerpo (si no está muy inclinado) puede determinarse porque el gradiente varía más bruscamente en el lado opuesto al buzamiento. Si se efectúa un perfil de gradientes paralelamente a los electrodos, y que pase por el punto de potencial más perturbado, puede obtenerse una estimación de la profundidad del cuerpo, la cual sería, en primera aproximación, igual a la mitad de la distancia entre los extremos del gradiente. También podrían aplicarse las fórmulas y reglas que se reseñan en el capítulo IX de esta obra.

Al efectuar la interpretación ha de tenerse cuidado con las anomalías producidas por efectos topográficos o por variaciones en el medio encajante. No deben tomarse en consideración los trozos de equipotencial que sean perpendiculares a las líneas de nivel topográficas. Los cambios en el espesor del recubrimiento también pueden producir anomalías "falsas". Otras anomalías cuyo origen no radica en las metalizaciones buscadas son las debidas a cavidades cársticas, grietas con agua o relleno arcilloso, zonas conductoras en el recubrimiento, etc., contactos, etc.

Una vez localizadas las anomalías interesantes, es conveniente estudiarlas con un segundo método geofísico, antes de recomendar perforaciones.

---

* En realidad, habría que dividir por la longitud del intervalo, pero si estos son iguales no es necesario efectuar esta operación.

VIII.4 EL METODO DEL CUERPO CARGADO

Esta modalidad del método de equipotenciales fue ideada por Schlumberger, y se denomina en francés "mise à la masse". Esta expresión tiene el significado, como muy bien dice Parasnis, de "excitación de la masa", donde la última palabra indica "yacimiento" o "metalización". A veces este método se denomina en español "puesta a masa" lo que, en opinión del autor, es inadecuado. En Electrotecnia y Electrónica, "poner a masa" significa hacer inactivo un elemento, dándole el potencial cero o de referencia, que es lo contrario de excitar. Por estos motivos, se empleará aquí la expresión *método del cuerpo cargado,* inspirada en la denominación rusa "método de carga", por estar exenta de los inconvenientes aludidos, y porque además da una idea clara del método, ya que, matemáticamente, el efecto obtenido es el mismo que el de cargar electrostáticamente un cuerpo conductor.

Para la aplicación de este método, es necesario que el cuerpo conductor (generalmente un yacimiento de sulfuros, una falla con relleno conductivo, etc.), sea accesible desde el exterior, bien porque aflore, bien por haber sido cortado en alguna perforación o labor mecánica. Es también necesario que la conductividad del cuerpo sea notablemente mayor que la del medio encajante.

La información obtenida se refiere principalmente a la forma, tamaño y posición del cuerpo cargado, así como a la presencia de otros cuerpos conductores próximos. Por lo tanto, el método resulta muy útil cuando se conoce por afloramiento, o por medio de trabajos mecánicos de exploración, una zona metalizada y se desea saber si forma parte de un yacimiento extenso, y en caso afirmativo, cuáles son las características de éste.

Según se indicó anteriormente, el método consiste en esencia en el estudio de las equipotenciales producidas en el terreno por un electrodo que es la propia metalización. El circuito creador del campo se cierra por medio de una toma de tierra muy alejada o electrodo de infinito. Si en las cercanías del cuerpo cargado existen varias perforaciones, el estudio puede hacerse en tres dimensiones.

Los resultados del método del cuerpo cargado tienen carácter cualitativo y de tosca aproximación, pero no por eso dejan de ser muy útiles en la práctica. El alcance en profundidad depende del tamaño del cuerpo y no suele superar la mitad de la corrida de éste, si las mediciones se efectúan en la superficie del terreno. Cuando las mediciones se hacen en el interior de sondeos puede alcanzarse tanta profundidad como tengan éstos.

VIII.5 TRABAJO DE CAMPO

El método del cuerpo cargado puede aplicarse en dos modalidades diferentes, que son el trazado directo de líneas equipotenciales y el procedimiento llamado de gradientes. En ambos casos es necesario instalar un circuito de excitación. Este circuito consta de la fuente de alimentación y de los cables que la unen, por una parte, al cuerpo conductor, y por otra al tomatierra lejano. La distancia entre las dos tomas de tierra debe ser 10 a 15 veces la longitud de la zona que se pretende estudiar.

Si el cuerpo conductor es accesible en algún afloramiento o en labores mineras, la toma de tierra correspondiente puede hacerse clavando en él varias barrenas cortas conectadas entre sí. Si el mineral es muy compacto, puede ser necesario efectuar previamente los taladros con una perforadora, introduciendo luego en ellos los electrodos, cuyo contacto con las paredes de los taladros puede mejorarse con barro. Si existiesen dificultades para la perforación, se deben emplear electrodos "blandos" compuestos por fieltro, esponja, goma-espuma u otro material análogo impregnado de agua salada. Si la superficie de contacto es más o menos horizontal, sobre el electrodo "blando" deben colocarse piedras para fijarlo y asegurar el contacto. Si el afloramiento se encontrase en las paredes o techo de una galería, la sujeción debe hacerse por medio de maderos apoyados en la pared opuesta o suelo. Si el cuerpo conductor o yacimiento es accesible a través de un sondeo mecánico del contacto puede establecerse haciendo descender por el interior del sondeo un cable con aislamiento unido a una pieza lastrada de fieltro o material análogo, la cual debe estar humedecida por una disolución salina en el caso que el sondeo estuviese seco. Es conveniente que el sondeo no esté entubado, o que si lo está, los tubos no queden unidos eléctricamente al electrodo, pues ello deformaría las equipotenciales. El punto por donde el cuerpo conductor recibe la corriente eléctrica (que estrictamente hablando no es punto, sino la zona ocupada por los electrodos) recibe el nombre de *punto de carga.*

El tomatierras lejano debe estar compuesto por 4 ó 5 barrenas algo separadas entre sí (véase el párrafo V.77 c) clavadas en un lugar de buenos contactos, preferiblemente una charca o lugar húmedo. Debe colocarse un letrero de aviso bien visible así como una cerca.

La fuente de alimentación puede estar constituida por una batería de pilas secas o un grupo motor de explosión-dínamo que se conectará a un interruptor automático cuando se trabaja por el método de impulsos. También puede emplearse un generador de baja frecuencia.

VIII.5.1 Trazado de líneas equipotenciales

Este procedimiento no difiere esencialmente del descrito más arriba (apartado VIII.22) y el instrumental es el mismo.

Los puntos de comienzo de las sucesivas equipotenciales deben estar situados sobre un perfil recto que pase por la vertical de los electrodos clavados en el cuerpo cargado. Estos puntos pueden estar colocados bien a intervalos geométricos iguales, bien a intervalos iguales de potencial (o según una ley preestablecida). En este caso es preciso efectuar una serie de mediciones previas de potencial a lo largo del perfil, a fin de determinar los puntos iniciales.

Por lo demás, el trazado de las líneas equipotenciales se efectúa del modo descrito anteriormente. Siempre que sea posible debe repetirse el trazado de equipotenciales, con el punto de carga en lugar distinto y separado del primeramente utilizado, dentro del mismo cuerpo o yacimiento. La comparación de los dos sistemas respectivos de equipotenciales suministra información complementaria, y hace más segura la interpretación.

Las equipotenciales determinadas sobre el terreno se llevan a un plano de escala adecuada, en el que deben figurar los datos topográficos y geológicos que puedan ser de ayuda para el interpretador.

Cabe la posibilidad de estudiar, en vez de las equipotenciales, las anomalías del campo magnético creado por la corriente. En tal caso, los cuerpos conductores aparecen como concentraciones de corriente, sobre los cuales el campo magnético es especialmente intenso. Se debe emplear para ello corriente alterna de frecuencia muy baja (para evitar el efecto superficial) junto con un magnetómetro adecuado, es decir, la misma técnica que se utiliza en la resistividad magnetométrica (apartado VII.22). Se obtienen así resultados excelentes (NABIGHIAN, 1980).

VIII.5.2 Método de gradientes

En esta modalidad lo que se mide son las diferencias de potencial entre estacas contiguas y relativamente próximas entre sí (unos 20 m), situadas sobre perfiles paralelos que cubran la zona de trabajo. Si se divide cada d.d.p. observada por la separación entre las estacas correspondientes, se obtiene el valor medio del gradiente del potencial, y a esto se debe el nombre de este método, que se emplea principalmente con corriente continua, para el estudio de cuerpos conductores con buzamiento fuerte.

Los perfiles deben tener orientación perpendicular al rumbo supuesto para la dimensión mayor del cuerpo investigado. Las mediciones consisten sencillamente en determinar la d.d.p. entre cada par de estacas

contiguas a lo largo de todos los perfiles, por medio de dos electrodos impolarizables conectados a un milivoltímetro, potenciómetro, etc., preferiblemente un aparato de estado sólido con compensador de polarización y mando de polaridad, como los utilizados modernamente para SEV.

El modo operativo más rápido y recomendable, según la experiencia del autor, es el siguiente. Colocados los electrodos impolarizables en las estacas 0 y 1 del primer perfil, y conectados al milivoltímetro, el operador actúa sobre el compensador hasta llevar a cero la aguja del instrumento, eliminando así la polarización residual de los electrodos, potencial espontáneo del terreno, etc. Inmediatamente comunica por radioteléfono a su ayudante, situado junto a la fuente de alimentación, que dé corriente, lee el instrumento y da orden de cortar la corriente de alimentación. De este modo se consigue la independencia entre el circuito de alimentación y el de medición, que no puede lograrse cuando se emplean potenciómetros del tipo tradicional. El ayudante y la fuente de alimentación, provista de un pulsador para abrir o cerrar el circuito, deben situarse en la proximidad del punto de carga, a fin de facilitar la comunicación entre operador y ayudante. Con ligero entrenamiento, las cuatro operaciones de compensación, conexión de la corriente alimentadora, lectura y desconexión, se efectúan en pocos instantes. Leída la diferencia de potencial entre las estacas 0 y 1 se trasladan los electrodos a las 1 y 2 y se procede del mismo modo.

Las d.d.p. ΔV_i observadas sólo pueden compararse entre sí cuando la intensidad de la corriente de emisión es la misma en todas las observaciones. Como esto no suele ocurrir, por envejecimiento de las pilas, variaciones en las tomas de tierra, etc., debe anotarse en cada observación la intensidad correspondiente. Este dato puede ser comunicado por el ayudante al operador, a través del radio-teléfono, o bien ser anotada por el primero en una hoja de campo auxiliar, junto al número de la estación. PARASNIS (1967) ha utilizado una fuente de alimentación compuesta por una batería de acumuladores y un estabilizador de intensidad, lo que evita la lectura de ésta, salvo para comprobación.

Los valores ΔV_i observados se reducen al valor correspondiente a 1 A en la corriente de emisión, dividiendo por la intensidad I_i correspondiente. Los valores finales del gradiente medio que se utilizan para la interpretación son los

$$G_i = \frac{\Delta V_i}{I_i\,\overline{MN}} \qquad \text{(VIII,4)}$$

Los gradientes medios así calculados se representan gráficamente en función de la distancia sobre el perfil, atribuyéndolos al punto medio de cada intervalo. Los resultados de los diferentes perfiles pueden representarse conjuntamente en un mapa.

Como los ΔV_i leídos son, en general, tanto menores cuanto mayor sea la distancia al punto de carga, no es conveniente el uso de la misma escala vertical para todos los perfiles. Un modo de orillar esta dificultad es multiplicar los valores G_i de cada perfil por la distancia de éste al punto de carga.

Es muy importante la polaridad de cada lectura; para evitar confusiones debe establecerse previamente un convenio, por ejemplo, el de que se anotarán como positivas las d.d.p. en que el electrodo situado al Norte tenga mayor potencial que el situado al Sur. El referirse a los electrodos como "delantero" y "trasero" es causa de frecuentes confusiones.

Como en el método anterior, es recomendable y fructífero repetir el levantamiento con la toma de tierra en otro punto del cuerpo, si ello es posible, y por las mismas razones.

VIII.6 TEORIA E INTERPRETACION

VIII.6.1 Mapa de equipotenciales

Cuando el trabajo de campo se ha efectuado por el procedimiento de líneas equipotenciales, sus resultados quedan resumidos en un mapa de estas líneas, que es la base de la interpretación, esencialmente cualitativa.

La interpretación de los mapas de equipotenciales requiere, por parte de la persona que la efectúe, una adecuada comprensión del fenómeno que las origina, por lo que es conveniente fijar algunas ideas. En primer lugar, la superficie exterior del cuerpo cargado puede considerarse como equipotencial, por ser dicho cuerpo mucho mejor conductor que el medio circundante, de modo que la caída de potencial dentro del cuerpo suele ser muy pequeña. Las siguientes superficies equipotenciales rodean al cuerpo cargado paralelamente a su superficie, como capas de una cebolla, si bien al aumentar la distancia se desvían de la forma del cuerpo y se acercan a la de una esfera.

Las líneas equipotenciales que se determinan en el trabajo de campo no son otra cosa que las intersecciones de las superficies indicadas con la superficie del terreno, por lo que su forma será muy parecida a la de la proyección del cuerpo sobre un plano horizontal, siempre que aquél no sea muy profundo. La forma de las líneas equipotenciales permite, pues, fijar de modo aproximado dicha proyección, sobre todo si el cuerpo está más o menos horizontal.

Más importante que la forma del cuerpo es su tamaño, el cual podría ser determinado si se conociese cuál de las líneas equipotenciales es la correspondiente a la superficie exterior del cuerpo. Para ello puede servir de guía el siguiente principio. Dada la continuidad de la componente normal $J_{\perp}$ de la densidad de corriente en la superficie de contacto entre dos medios (Cap. III.3), si designamos con un acento al cuerpo conductor cargado y con dos al medio encajante, se tendrá

$$J'_{\perp} = J''_{\perp} \qquad \text{(III,14)}$$

y por lo tanto

$$\frac{E'_{\perp}}{\rho_1} = \frac{E''_{\perp}}{\rho_2}$$

Ahora bien, como $\rho_2 \gg \rho_1$, pues en caso contrario el método no sería aplicable, resulta que el campo eléctrico es muy intenso en la inmediata proximidad del cuerpo, lo que produce una condensación de las equipotenciales, observable en la superficie del terreno, si la diferencia de potencial entre cada dos líneas en ella es constante. Habrá, pues, que buscar en el plano la zona de condensación de equipotenciales, y tomar una intermedia de ellas como traza aproximada del cuerpo.

Si el cuerpo investigado tiene buzamiento apreciable, su parte superior influye mucho más en las equipotenciales que el inferior. Una condensación de equipotenciales concéntricas y de pequeño radio, cuyo centro recibe el nombre de "punto umbilical", señala aproximadamente la posición de la cima o borde superior del cuerpo cargado. En cambio, su extremo inferior no se refleja con claridad (fig. VIII,7 a). La dirección en que buza el cuerpo se establece fácilmente, pues se obtiene uniendo la parte donde las equipotenciales están más apretadas con aquella otra donde están más distantes entre sí. Esta última corresponde a la parte más profunda del cuerpo, cuya situación podría determinarse más exactamente mediante una segunda serie de mediciones con el punto de carga más próximo a dicha parte del cuerpo, o recurriendo al método de gradientes.

La existencia de una zona de enrarecimiento de las equipotenciales puede señalar la presencia de un segundo cuerpo conductor (por ejemplo, una bolsada de mineral) próximo al cargado, según se aprecia en la figura VIII,7 b, al que llamaremos *cuerpo no cargado*. La detectabilidad de éstos depende de su tamaño y posición relativos respecto del cuerpo cargado. Influye muy favorablemente en la detección el que los cuerpos no cargados estén al mismo o superior nivel que el punto de carga. Son

difícilmente detectables los cuerpos más pequeños que el cargado paralelos a él, ya que en este caso las equipotenciales apenas sufren deformación. En cambio, se detectan fácilmente los cuerpos situados en la prolongación del eje o dimensión mayor que el cuerpo cargado, lo que se manifiesta por un alargamiento de las equipotenciales.

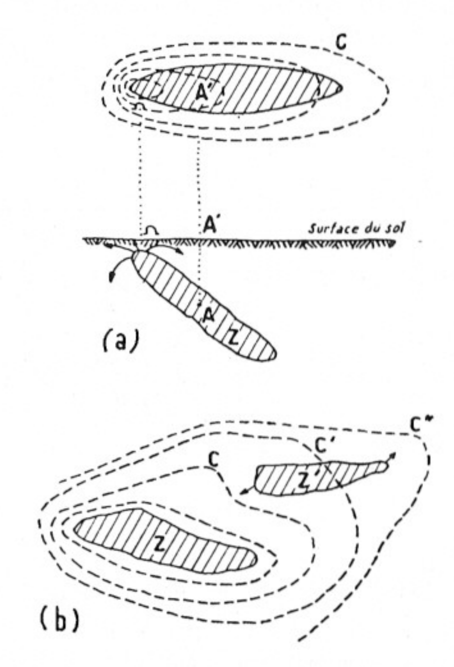


FIG. VIII-7. Aplicación del método del cuerpo cargado a un yacimiento conductor: a) Corte vertical con un solo cuerpo. b) Efecto de un segundo cuerpo conductor próximo al cargado, en planta. (Según Schlumberger.)

VIII.6.2 Interpretación de los gradientes

La modalidad de gradientes en el método del cuerpo cargado es mucho más sensible que el trazado directo de equipotenciales. Según Rodionov, un cuerpo cargado de forma esférica con su centro a profundidad igual a su diámetro produce una anomalía muy débil en el potencial, mientras que la observada en el gradiente es mucho más clara y puede llegar hasta el 50 %.

Para obtener una primera aproximación cuantitativa puede considerarse el caso más sencillo de cuerpo cargado, que es el de una bolsada de mineral conductor en forma de esfera homogénea. En este caso, como

es sabido, la distribución del potencial en la superficie del terreno será la misma que la producida por una fuente puntual de la misma intensidad I, situada en el centro de la esfera (fig. VIII-8). Sea a la profundidad de dicho centro, y x y r las distancias indicadas en la figura para un punto genérico P situado en la interfaz tierra-aire. El efecto de esta superficie límite, según se deduce de la teoría de las imágenes, es la duplicación del

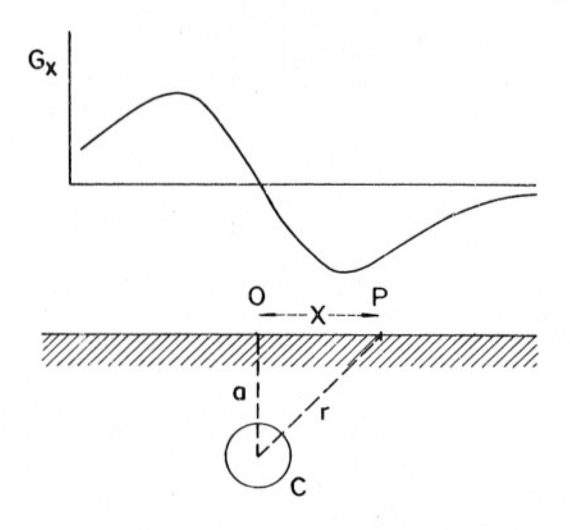


FIG. VIII-8. Variación del gradiente G_x sobre un cuerpo cargado.

potencial observado en ella. Por lo tanto el potencial U en la superficie del terreno valdrá

$$U = \frac{\rho I}{2\pi} \frac{1}{r} = \frac{\rho I}{2\pi} \frac{1}{(a^2 + x^2)^{1/2}} \qquad \text{(VIII,5)}$$

y el gradiente G_x sobre dicha superficie será

$$G_x = \frac{\rho I}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{(a^2 + x^2)^{1/2}} = -\frac{\rho I}{2\pi} \frac{x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \qquad \text{(VIII,6)}$$

De esta expresión se deduce que el gradiente se anula para $x = 0$, propiedad que puede emplearse para determinar el epicentro de la esfera, si se dispone de un perfil de gradientes que pase sobre él. Para valores positivos de x el gradiente es negativo, y positivo en caso contrario, lo que puede deducirse independientemente si se tiene en cuenta que el gradiente es el campo eléctrico cambiado de signo.

A fin de averiguar la posición de los extremos de la curva de gradientes, calcularemos la derivada

$$\frac{\partial G_x}{\partial x} = -\frac{\rho I}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} [x (a^2 + x^2)^{-3/2}] = \frac{\rho I}{2\pi} \frac{2 x^2 - a^2}{(a^2 + x^2)^{5/2}} \qquad \text{(VIII,7)}$$

expresión que indica que los extremos de la curva de gradientes están situados simétricamente respecto del epicentro de la esfera a la distancia $x_e = \pm a/\sqrt{2}$. Por lo tanto, la profundidad del centro de la esfera puede determinarse a partir de la distancia $d = 2 x_e$ entre los extremos de la curva mediante la ecuación

$$a = \frac{\sqrt{2}}{2} d \simeq 0{,}71 \, d = 1{,}41 \, x_e \qquad \text{(VIII,8)}$$

En cambio no puede calcularse el radio de la esfera, o lo que es lo mismo, el tamaño de la bolsada, ya que la posición de los extremos sólo depende de la profundidad del cuerpo.

Se ha supuesto en el cálculo anterior, que el perfil de gradientes pasaba por el epicentro de la esfera. Si no fuese así, habría que tener en cuenta la distancia y del perfil al epicentro, y poner $r^2 = a^2 + y^2 + x^2$. Como y es constante, basta con sustituir a^2 por $a^2 + y^2$ en el resultado final, de modo que los puntos extremos del gradiente tendrán la ecuación

$$2 x^2 - y^2 = a^2 \qquad \text{(VIII,9)}$$

que corresponde a una hipérbola, sobre la cual se hallarán todos los puntos de gradiente extremo correspondientes a un sistema de perfiles paralelos al primero considerado, cuya dirección es arbitraria.

Análogamente podría calcularse el gradiente en la superficie del terreno del potencial producido por cuerpos cargados de diversas formas geométricas regulares y con diferentes buzamientos. Los cálculos correspondientes son bastante prolijos, y por otra parte, su utilidad es dudosa, pues los cuerpos conductores geológicos no suelen tener forma regular. Por esta razón no se exponen aquí tales cálculos, pero sí se darán algunas de sus consecuencias, juntamente con otras deducidas de ensayos sobre modelos.

La figura VIII-9, tomada de Rodionov, representa los resultados teóricos obtenidos para el gradiente (cambiado de signo) del potencial producido en la superficie del terreno por un cilindro de base elíptica y eje horizontal infinitamente largo, con relación de semiejes igual a 10. El semieje mayor se toma como unidad de longitud. La figura superior se refiere al caso en que la profundidad del borde superior del cuerpo es de 0,1 y la figura inferior a profundidad doble. Se observa que cuando el cuerpo es horizontal o poco inclinado (menos de 30°) la posición de los

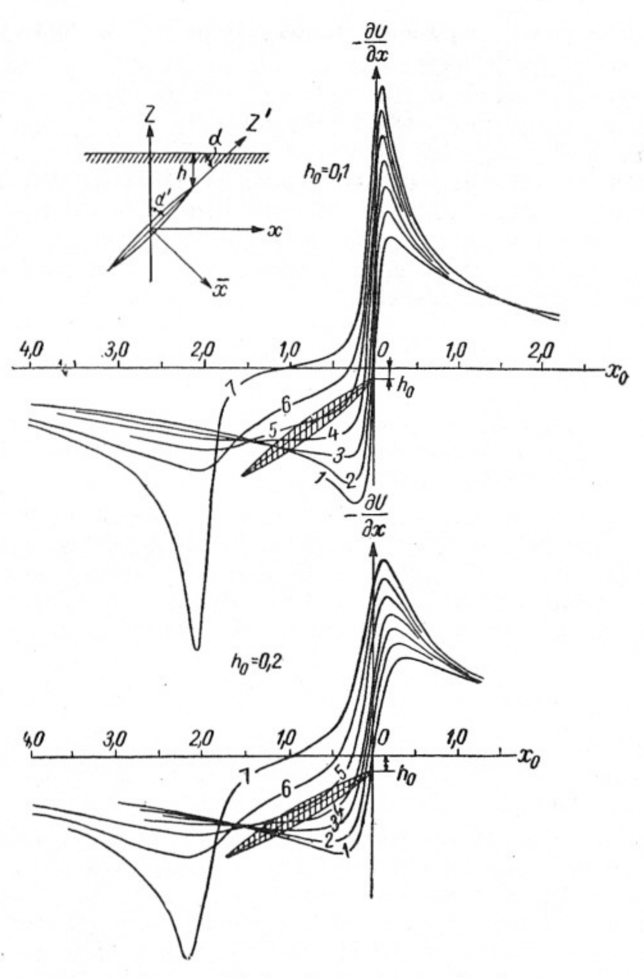


FIG. VIII-9. Gradiente del potencial (cambiado de signo) sobre un cuerpo cargado en forma de cilindro elíptico. Se toma como unidad de longitud el semieje mayor. Los números 1 a 7 corresponden a diversas inclinaciones α, respectivamente iguales a 90°, 75°, 60°, 45°, 30°, 15° y 0°. (Según Rodionov, en Tarkhov.)

bordes del cuerpo viene indicada aproximadamente por los extremos del gradiente. Destaca también el hecho de que, al aumentar el buzamiento, aumenta la asimetría de la curva de gradientes. El extremo más intenso de dicha curva indica aproximadamente la posición del epicentro del borde superior del cuerpo, con cierto desplazamiento hacia fuera de la traza horizontal del mismo, según se observa en la figura. Nótese que se trata del extremo más intenso y no del máximo, pues este se transforma

en mínimo si se invierte la polaridad de la fuente de alimentación o el sentido considerado positivo sobre el perfil.

Si varios perfiles consecutivos tienen análoga separación entre los extremos de sus curvas respectivas, puede concluirse que el cuerpo estudiado es, muy probablemente, alargado y subhorizontal. La proyección de su eje longitudinal se obtiene en el plano uniendo entre sí los puntos de gradiente nulo; las proyecciones de los bordes resultan de unir, por una parte, los puntos de gradiente positivo máximo, y por otra los de gra-

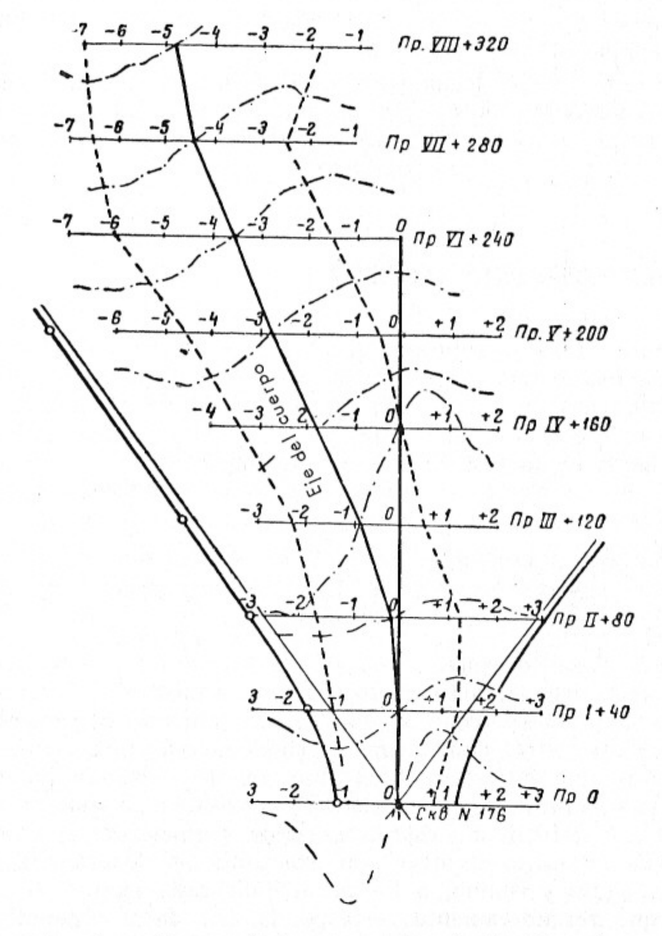


FIG. VIII-10. Mapa de gradientes sobre un cuerpo cargado. Las líneas de trazos y puntos representan los valores medidos sobre cada perfil; las de trazos unen las estaciones de valores extremos del gradiente, y las de línea continua, sin rótulo, la posición teórica de dichos extremos en medio homogéneo. CKB = punto de carga. (Según Yakuboskiy y Liakhov.)

diente negativo mínimo. La anchura real del cuerpo suele ser algo menor que la distancia entre extremos. En la figura VIII-10 se reproduce un ejemplo dado por Yakuboskiy y Liakhov. En ella se ha representado sobre cada perfil, la curva de gradientes. La línea que une todos los puntos de gradiente nulo indica la proyección horizontal del eje del cuerpo conductor. Las líneas de trazos que unen las estaciones de gradiente extremo señalan la proyección aproximada de los bordes del cuerpo. En la figura aparecen también, cerca de sus límites derecho e izquierdo, con línea continua gruesa, las ramas de la hipérbola donde se hallarían los extremos en caso de tratarse de una fuente puntual o esférica. Las líneas continuas más finas son sus asíntotas.

En la interpretación deben tenerse en cuenta las desviaciones producidas en las equipotenciales por el medio encajante, tales como las debidas a contactos entre formaciones de diferente resistividad, anisotropía, etcétera.

VIII.7 OBSERVACIONES EN SONDEOS

En lo anterior se ha supuesto que las observaciones se efectuaban en la superficie del terreno, y por esta causa la información obtenida era predominantemente bidimensional, esto es, se refería en su mayor parte, a la traza o proyección horizontal de los cuerpos investigados. Puede obtenerse información más completa y tridimensional si se efectúan observaciones en el interior de perforaciones no entubadas próximas al punto de carga.

El punto de carga se establece del modo ya indicado, pero en algunos casos puede interesar que los electrodos queden a la altura de alguna zona estéril en vez de una metalización.

Las mediciones se efectúan en las perforaciones próximas, determinando la d.d.p. entre una toma de tierra N situada en la superficie y a gran distancia y un electrodo M que va descendiendo por el interior del sondeo. Con este fin es conveniente el empleo de un aparato de testificación eléctrica, que permite obtener un registro continuo potencial-profundidad. Las lecturas pueden hacerse también a intervalos fijos, por ejemplo cada 5 ó 10 m. En este caso puede compensarse el potencial espontáneo. Es necesario conocer con exactitud las desviaciones de cada sondeo en ángulo y rumbo, a fin de atribuir cada lectura al punto del espacio a que verdaderamente corresponde. Los datos obtenidos pueden representarse, bien en forma de curva potencial-distancia a la boca del sondeo, bien tomando como variable dependiente el gradiente del potencial.

Reuniendo los datos obtenidos sobre varias perforaciones alineadas puede trazarse un corte vertical de equipotenciales; de modo análogo pueden trazarse planos de equipotenciales a diferentes profundidades si los sondeos estudiados cubren un área con suficiente densidad de datos. Como ejemplo de estos planos de equipotenciales en profundidad pueden

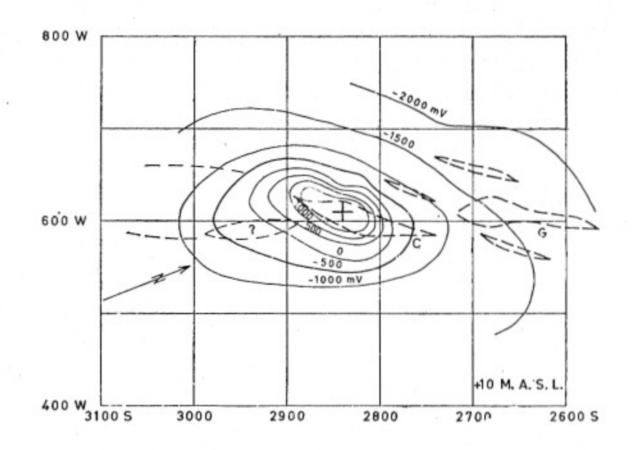


FIG. VIII-11. Distribución subterránea (en planta) de los potenciales medidos en el interior de perforaciones, en el método del cuerpo cargado. (En Suecia Central, según Parasnis.)

servir las figuras VIII-11 y VIII-12. Ambas corresponden a un trabajo realizado en Suecia Central por el geofísico hindú PARASNIS (1967), en el que un número relativamente grande de perforaciones habían cortado metalizaciones en plomo y cobre, sin que resultase fácil obtener una idea clara de su distribución en el espacio. Con el propósito de determinar esta distribución, o lo que es lo mismo, de relacionar entre sí los diversos hallazgos, se efectuó una serie de mediciones de cuerpo cargado. Una novedad técnica en este trabajo es que, por medio de un interruptor automático, el generador era conectado sucesivamente a los puntos de carga establecidos en zonas metalizadas de diferentes sondeos. De este modo, todas las mediciones de potencial a lo largo de cada perforación se hacían en una sola operación. La interpretación de los planos de equipotenciales obtenidos permitió establecer el buzamiento e inmersión de las distintas metalizaciones, la forma aproximada de éstas y las relaciones entre ellas.

Esta última cuestión es una de las aplicaciones más interesantes de la utilización en sondeos del método del cuerpo cargado. Dicho de otro modo, se trata de averiguar si las metalizaciones cortadas en diferentes sondeos forman parte de un yacimiento continuo, o si por el contrario,

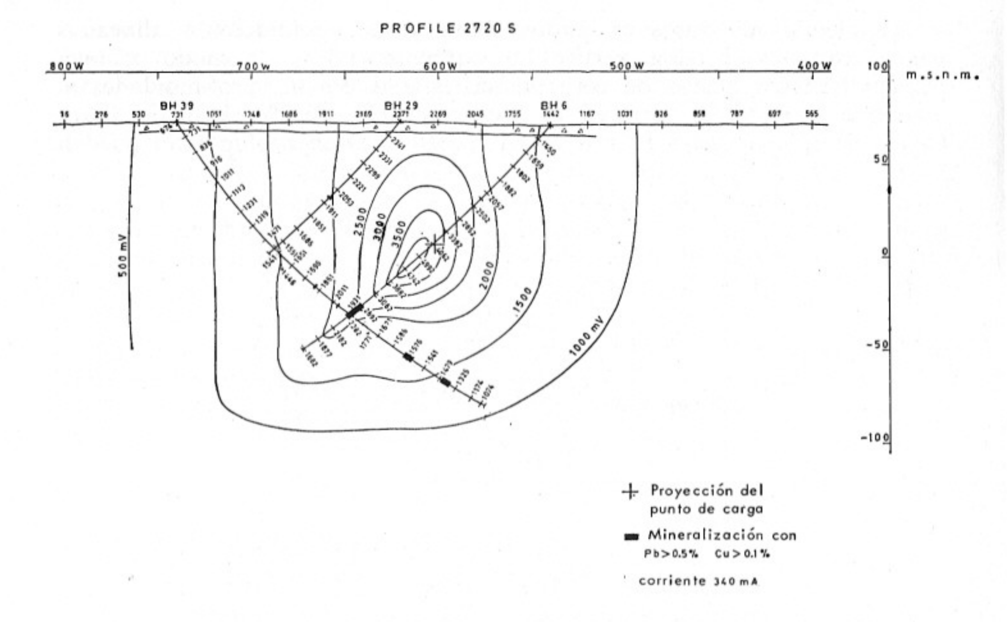


FIG. VIII-12. Distribución subterránea de potenciales (en corte) obtenida en la misma investigación de la fig. VIII-11. (Según Parasnis.)

son independientes. Sobre este particular, Rodionov (en TARKHOV, 1963) hace útiles consideraciones, que se resumen a continuación.

Si la zona conductora donde se halla el punto de carga fuese muy pequeña, y homogéneo el medio encajante, la curva de potenciales obtenida en una perforación próxima, más o menos vertical, presentará un máximo al nivel del punto de carga. Si el medio es anisótropo por causa de esquistosidad o estratificación, el máximo de potenciales se producirá en la intersección del sondeo explorado con el plano de conductividad máxima que pasa por el punto de carga; es decir, que ambos puntos, el de potencial máximo y el de carga se hallarán en el mismo estrato o plano de esquistosidad. Cuando en la práctica se encuentran tales condiciones se puede concluir que la zona mineralizada es muy pequeña, o tiene posición vertical, o más rigurosamente, que no se extiende en dirección al sondeo donde se efectúen las medidas, a menos que el buzamiento de la metalización coincida con el de la anisotropía. La figura VIII-13 representa un ejemplo práctico, en el que la inclinación de la recta que une los puntos de potencial máximo observados en los sondeos 7 y 8 coincide con la de la esquistosidad, por lo que puede afirmarse que la metalización no es como se representa en la figura (zona rayada) donde se expresa lo que esperaba encontrarse antes de la aplicación del método.

La continuidad entre las metalizaciones cortadas por dos sondeos diferentes puede investigarse si se toma como cuerpo cargado una de ellas y se estudian los potenciales en la segunda perforación. Si en ésta se observase un máximo de potencial en la zona metalizada, puede deberse, bien a que ambas metalizaciones son partes de una sola, bien a que siendo independientes, tienen partes próximas entre sí. La duda puede resolverse repitiendo dos veces las mediciones con el punto de carga en zona estéril, por encima y por debajo, respectivamente, de la zona metalizada. Sólo cuando la posición del máximo de potencial es la misma en las tres mediciones, puede concluirse la continuidad entre ambas metalizaciones.

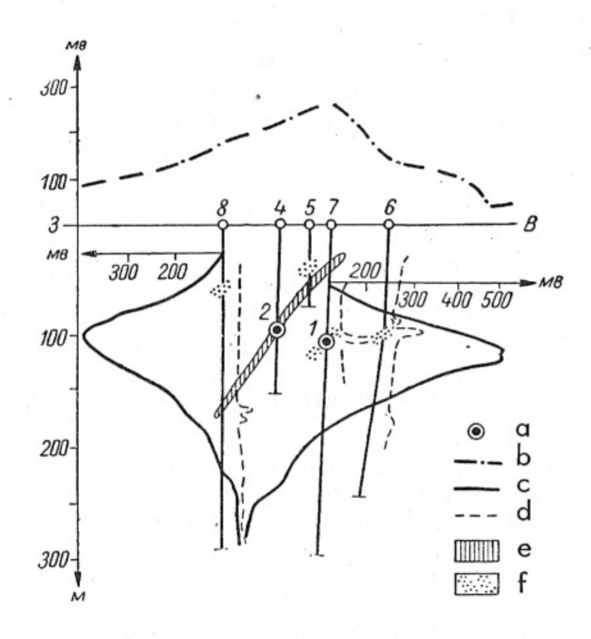


FIG. VIII-13. Relación entre perforaciones por el método del cuerpo cargado: *a*, punto de carga; *b*, curva de potencial en superficie, con el punto de carga 1; *c*, curvas de gradiente de potencial en las perforaciones 7 y 8, con carga en 2; *d*, curvas de potencial espontáneo; *e*, metalización de sulfuros supuesta antes de las mediciones; *f*, metalizaciones pequeñas que existían realmente. (Según Golubev y Rodionov, en Tarkhov.)

En ciertos casos, cuando sólo existe un sondeo mecánico y éste es estéril, puede intentarse el trazado de equipotenciales en superficie, con un punto de carga a profundidad razonable en el interior del sondeo. En estas circunstancias, no existe cuerpo cargado, sino fuente puntual, pero las posibilidades de encontrar metalizaciones conductoras que pue-

dan existir en las proximidades son mucho mayores que con electrodos situados en la superficie del terreno.

En dos interesantes artículos, J. J. DANIELS (1977, 1978) ha estudiado cuantitativamente las mediciones entre dos sondeos mecánicos o entre uno de éstos y la superficie, tanto para medios estratificados como para heterogeneidades en forma de esfera o lente. Las fuentes y los receptores pueden estar constituidos por un solo electrodo o por un par (*AB* o *MN*).

Efectuando sistemáticamente mediciones del tipo descrito en los párrafos anteriores, puede orientarse una campaña de sondeos mecánicos, ampliando la información proporcionada por ellos, y suministrando criterios sobre el emplazamiento de los sondeos sucesivos.

LASFARGUES (1957) describe una aplicación similar del método en el interior de una mina. Cuando una galería ha cortado una falla de relleno conductor (arcilloso o metalizado) y se desea estudiar su relación con fallas o fracturas encontradas en otras galerías, se establece el punto de carga en la falla de la primera galería y en las demás se efectúan mediciones de potencial con un electrodo *N* fijo y otro *M* móvil. La continuidad con la falla de la primera galería se manifiesta por la presencia de un máximo de potencial al cruzar sobre las fallas de las otras galerías.

VIII.8 APLICACION AL MOVIMIENTO DE AGUAS SUBTERRANEAS

El método del cuerpo cargado puede aplicarse a la determinación de la velocidad y dirección de marcha de las aguas de un acuífero cortado por un pozo o sondeo, según un procedimiento descrito con cierto detalle por YAKUBOSKY y LIAKHOV (1964). El modo de operar se expone a continuación, siguiendo a estos autores.

El punto de carga se establece en el agua del pozo o sondeo, un poco por encima (de medio a un metro) del muro del acuífero. Este ha de estar constituido por un material poroso aproximadamente horizontal, ya que el método no es aplicable a aguas que circulan a lo largo de fallas o de conductores cársticos. Al mismo nivel que el electrodo se coloca, colgando del cable aislado conectado a éste, un saco de tejido poroso, protegido por lona, de forma cilíndrica y de diámetro reducido, tal que pueda introducirse sin dificultades en el interior del sondeo, cuando este sea el caso. El saco debe estar lleno de una sal muy soluble, generalmente cloruro sódico o amónico. El circuito se cierra como de costumbre a través de un manantial de corriente de alguno de los tipos ya descritos, con un tomatierras "de infinito".

Inmediatamente después de instalado el dispositivo, se procede al trazado de una sola línea equipotencial en la superficie del terreno, que será aproximadamente circular si el subsuelo es razonablemente homogéneo en sentido horizontal. El radio de la equipotencial queda determinado por su punto de partida, que es el de ubicación del electrodo de exploración fijo. La distancia de este punto al centro del pozo o agujero del sondeo debe ser de 1,5 a 2 veces la profundidad del acuífero, salvo que se trate de un sondeo entubado. En tal caso la distancia debe ser doble de la que se acaba de indicar. Transcurrido un lapso prudencial (de una a 10 horas, según que la velocidad de la corriente sea grande o pequeña) se efectúa nuevamente el trazado de la equipotencial, y esta operación se repite 5 ó 6 veces, a intervalos iguales de tiempo.

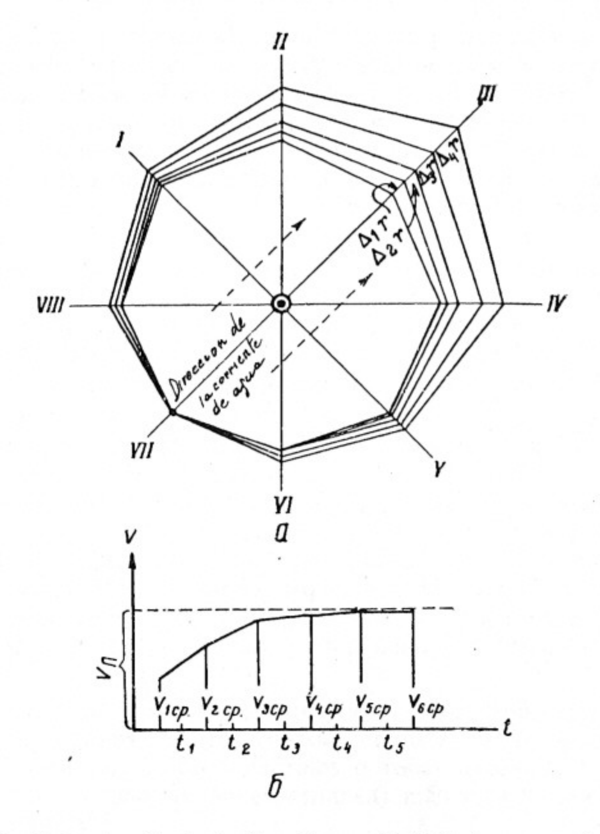


FIG. VIII-14. Determinación de la dirección y velocidad de una corriente de agua subterránea por el método del cuerpo cargado. En la parte inferior, gráfico de velocidades. (Según Yakuboskiy y Liakhov.)

Como la sal contenida en el saco se disuelve en el agua, se forma en ésta una zona muy conductora, que va siendo extendida por el movimiento de las aguas, con su misma velocidad y dirección. Como consecuencia de ello, la equipotencial se alarga, pasando de su forma inicial de círculo a otra oval. El diámetro mayor del óvalo indica la dirección de avance del agua (fig. VIII-14). La longitud de dicho diámetro va aumentando conforme transcurre el tiempo; este crecimiento se hace sólo en un extremo del diámetro, el opuesto permanece fijo. Para calcular la velocidad se dividen los sucesivos incrementos del diámetro mayor por los intervalos de tiempo correspondientes. Los cocientes obtenidos crecen monótonamente, y se aproximan con rapidez a un valor asintótico, que es la velocidad buscada. El aumento de los cocientes sucesivos se debe a que la zona conductora tarda algún tiempo en establecerse.

Es muy conveniente para el trabajo de campo el estaquillado previo de un cierto número de perfiles radiales que pasen por el centro del pozo o sondeo, sobre los cuales se desplace luego en las mediciones el electrodo móvil. De este modo es muy sencillo determinar y pasar al plano los puntos observados para cada equipotencial. Si se conoce o sospecha la dirección de movimiento del agua, el electrodo fijo debe colocarse en el extremo inmóvil del diámetro mayor.

Capítulo IX

EL METODO DEL POTENCIAL ESPONTANEO

IX.1 INTRODUCCION

En contraste con los métodos prospectivos descritos hasta aquí, el del potencial espontáneo es de campo natural, por lo que no precisa de circuito de emisión alguno. Destaca también este método por ser el más antiguo, ya que su origen se remonta a 1815, aunque los primeros resultados positivos no se obtuvieron hasta 1913 (véase el apartado I.6.1).

A pesar de su antigüedad, este procedimiento sigue empleándose con eficacia en la época actual. Su principal ventaja es la sencillez, tanto en el instrumental como en el trabajo de campo. Se utiliza para el descubrimiento de cuerpos conductores, especialmente de yacimientos de sulfuros. Se basa este método en que, en determinadas condiciones, ciertas heterogeneidades conductoras del subsuelo se polarizan, convirtiéndose en verdaderas pilas eléctricas, que originan en el subsuelo corrientes eléctricas. Estas corrientes producen una distribución de potenciales observable en la superficie del terreno, y que delata la presencia del cuerpo polarizado.

Entre los cuerpos que pueden presentar este fenómeno figuran los yacimientos de algunos sulfuros (pirita, pirrotita, calcosina, etc.), ciertos óxidos (magnetita, pirolusita), minerales o rocas carbonosos (grafito, antracita). La P.E. * (Polarización espontánea) más intensa suele ser la de la pirita y pirrotita.

---

* Dichas letras pueden significar también "Potencial espontáneo".

IX.2 CAUSAS DEL POTENCIAL ESPONTANEO

El fenómeno de la P.E. tiene indudable origen electroquímico, pero el mecanismo concreto de las reacciones correspondientes no parece estar aclarado definitivamente. Algunas teorías atribuyen la P.E. a la oxidación de los sulfuros, con diferencias de detalle entre unos y otros autores. Otras teorías suponen que el proceso es más complicado, y que la oxidación da lugar a condiciones que originan el potencial espontáneo. En estas teorías se concede papel principal a la humedad del subsuelo, o a la diferencia en acidez de las aguas superiores o inferiores al nivel freático, o a otros factores. Un tercer grupo de autores cree que la oxidación no influye, y que la P.E. se debe a que el cuerpo que la origina produce una pila de concentración de oxígeno, o bien a otros fenómenos tales como potenciales de electro-ósmosis, potenciales de difusión, corrientes telúricas, electrofiltración, etc. Esta proliferación de teorías parecía indicar que no había llegado a comprenderse la esencia del fenómeno, a pesar de lo cual, en las obras más afamadas sobre Prospección suele exponerse, como hecho demostrado, una de las teorías existentes, casi siempre alguna variante de la teoría de la oxidación.

En 1960, el japonés Motoaki Sato y el estado-unidense Harold M. Mooney publicaron un trabajo basado en el estudio crítico de unos 150 artículos sobre el tema, y en el que, después de analizar y rechazar las teorías anteriores, proponen una nueva, que parece la más cercana a la realidad y es la de mayor aceptación actualmente (SATO y MOONEY, 1960).

Del estudio de la amplia bibliografía consultada, los citados autores deducen, entre otras cosas, las conclusiones siguientes:

a) Los cuerpos productores de P.E. son siempre buenos conductores *electrónicos,* generalmente con continuidad eléctrica en su interior.

b) Las anomalías de la P.E. son casi siempre *negativas* en la proximidad del extremo superior del cuerpo.

c) El valor de la d.d.p. total observada suele ser de algunos centenares de mV y puede llegar hasta 0,5 V aunque excepcionalmente se han registrado valores más altos, de hasta 1,3 V. (Después de la aparición del trabajo de Sato y Mooney se ha publicado una investigación realizada en Hualgayoc (Perú), donde el valor total de la anomalía observada fue de 1,8 V.) (P. S. GAY, 1967.)

d) El cuerpo debe yacer, al menos en parte, en zona de oxidación activa.

e) El potencial espontáneo es relativamente estable en el tiempo.

Otros puntos mencionados por Sato y Mooney se refieren a la acidez en la proximidad de los yacimientos de sulfuros y al problema presen-

tado por el grafito y la galena. La región situada por encima del nivel freático, cerca de un yacimiento de sulfuros, suele tener acidez elevada (pH = 2-5) y oxígeno libre en abundancia. Por debajo del nivel freático, no se encuentra oxígeno libre, mientras que el agua presenta reacción ligeramente básica (pH = 7-9). Las cuestiones referentes al grafito y a la galena, son que el primero no suele oxidarse en las condiciones normales del subsuelo, a pesar de lo cual, produce fuerte P.E.; en cambio, la galena, buena conductora, y fácilmente oxidable, no presenta usualmente dicho fenómeno.

Partiendo de estas conclusiones de base experimental, Sato y Mooney revisan y rechazan las teorías propuestas anteriormente. Los fenómenos de electrofiltración, difusión, electro-ósmosis, etc., no pueden alcanzar, ni con mucho, el orden de magnitud de los potenciales observados en la P.E. por lo que estos efectos pueden constituir una perturbación, pero nunca el fenómeno principal. Las teorías que suponen que la P.E. es debida directamente a procesos de oxidación, no pueden aceptarse tampoco. Sato y Mooney hacen notar que si el cuerpo productor del fenómeno funciona como una pila, el polo negativo de ésta ha de ser su parte superior (fig. IX-1), en virtud de la conclusión *b*) anterior. Como en el

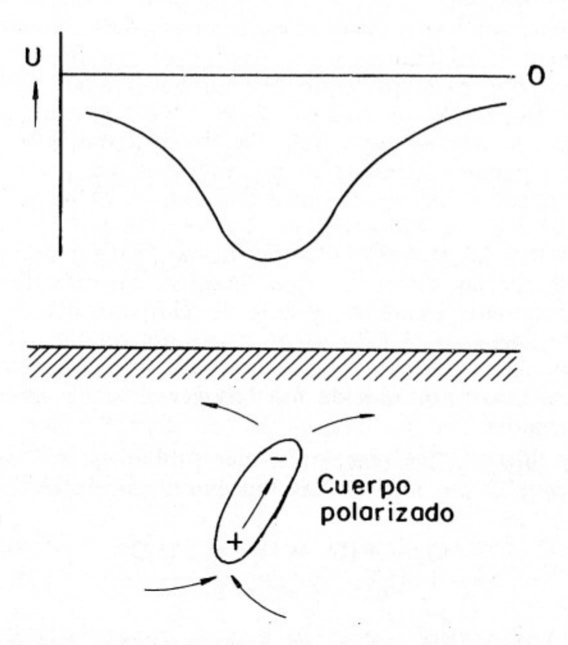


FIG. IX-1. Polarización espontánea. Ubicación de los polos en el cuerpo polarizado exigida por los valores negativos del potencial. Las flechas indican el sentido de marcha de los electrones e iones negativos.

interior del cuerpo la corriente es electrónica, e iónica en el exterior, debe existir una transferencia de cargas en la superficie del cuerpo. Los electrones recorrerán éste hacia arriba, y serán adquiridos en la superficie por iones positivos. Ahora bien, la oxidación del mineral no absorbería electrones, sino que produciría otros nuevos, por lo que este fenómeno no puede intervenir en la forma supuesta por las teorías citadas. De ser éstas ciertas, la parte superior del cuerpo actuaría como polo positivo, en contra de lo observado. Otro argumento de carácter decisivo contra la teoría de la oxidación es el hecho ya mencionado de que el grafito produce intensa P.E. aunque no se oxida en el subsuelo, por lo que, al menos en este caso, las reacciones químicas han de producirse entre los iones presentes en las soluciones acuosas del subsuelo y no en el grafito. La teoría que atribuye la P.E. a diferencias de pH tampoco puede aceptarse, porque no explica la transferencia de electrones al cuerpo o desde él.

Rechazadas las teorías propuestas, Sato y Mooney proceden a establecer la suya que, en lo esencial, puede describirse como sigue. La P.E. se debe a reacciones electroquímicas con diferente carácter en dos alturas de la interfaz cuerpo-roca encajante, las cuales se encuentran, general y respectivamente, por encima y por debajo del nivel freático, con el cuerpo sirviendo de enlace eléctrico entre ellas. Las sustancias disueltas alrededor de la parte superior del cuerpo sufren reducción, tomando electrones del cuerpo, mientras que en la parte inferior las substancias disueltas se oxidan, cediendo electrones al cuerpo. Este sirve únicamente como conductor para los electrones, cuyo flujo de abajo arriba hace que las reacciones químicas puedan mantenerse indefinidamente, y no interviene en tales reacciones, por lo que permanece inalterable. El origen del conjunto de reacciones está en la diferencia en el potencial de oxidación *Eh* (también llamado potencial Redox) entre las disoluciones próximas a la parte alta y baja del cuerpo. Sobre el nivel freático, las substancias disueltas se hallan relativamente oxidadas, y bajo él relativamente reducidas; esto produce la diferencia en el *Eh* que es causa del fenómeno. Es necesario tener en cuenta que si bien la "parte alta" del cuerpo es su extremo superior, la "parte baja" no coincide muchas veces con el inferior, sino con una zona intermedia.

En la zona superior, las reacciones más probables son las que afectan al oxígeno libre y al ion férrico. Las reacciones correspondientes son

$$O_2 + 4\,H^+ + 4\,e^- = 2\,H_2O$$

$$Fe^{+++} + e^- = Fe^{++}$$

En la zona inferior, las reacciones de oxidación más probables son aquéllas en las que intervienen el ion ferroso y el hidróxido ferroso, se-

gún las ecuaciones

$$Fe^{++} + 3\,H_2O = Fe\,(OH)_3 + 3\,H^+ + e^-$$
$$Fe\,(OH)_2 + H_2O = Fe\,(OH)_3 + H^+ + e^-$$

Los electrones requeridos por las reacciones de la zona alta son proporcionados por las reacciones de la zona baja a través del cuerpo conductor. La energía necesaria para el mantenimiento del proceso es la suministrada por el oxígeno atmosférico, que penetra en el subsuelo disuelto en las aguas de lluvia.

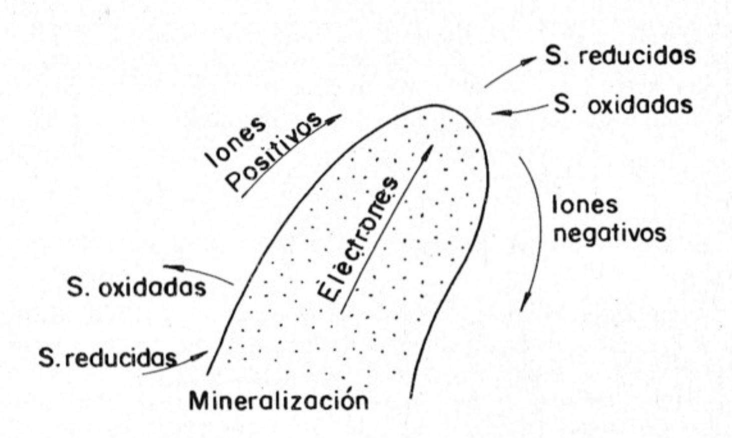


FIG. IX-2. Sentido de marcha de electrones e iones en la Polarización Espontánea, según las ideas de Sato y Mooney. S = Sustancias.

La figura IX-2 indica de forma esquemática, la marcha de los electrones e iones a través del subsuelo. Como es obvio, los iones de uno u otro signo se desplazan a ambos lados del cuerpo, y no a uno sólo como se representa en la figura para mayor simplicidad. No es preciso que cada ion recorra todo el camino, puesto que iones de distinto signo pueden encontrarse y neutralizarse; lo que importa es la dirección global del movimiento.

En la figura IX-3 se representa un ejemplo de reacciones y su ubicación en el espacio. Aparte de las indicadas, pueden producirse otras semejantes.

Para dar carácter cuantitativo a su teoría, Sato y Mooney utilizaron mediciones directas de la variación del *pH* y del *Eh* en el interior y proximidades de diversas metalizaciones de sulfuros existentes en varias

zonas mineras de Arizona y Utah. Estas determinaciones fueron llevadas a cabo por Sato.

Con esta base, Sato y Mooney concluyen que en la mayoría de los casos las condiciones naturales son tales que los cuerpos productores de la P.E. se hallan dentro de su *dominio de inmunidad,* por lo que no toman parte en las reacciones químicas y se limitan a actuar como conductores electrónicos, del modo indicado más arriba. Cuando no ocurre así, el mineral se vuelve inestable, y va descomponiéndose hasta desaparecer.

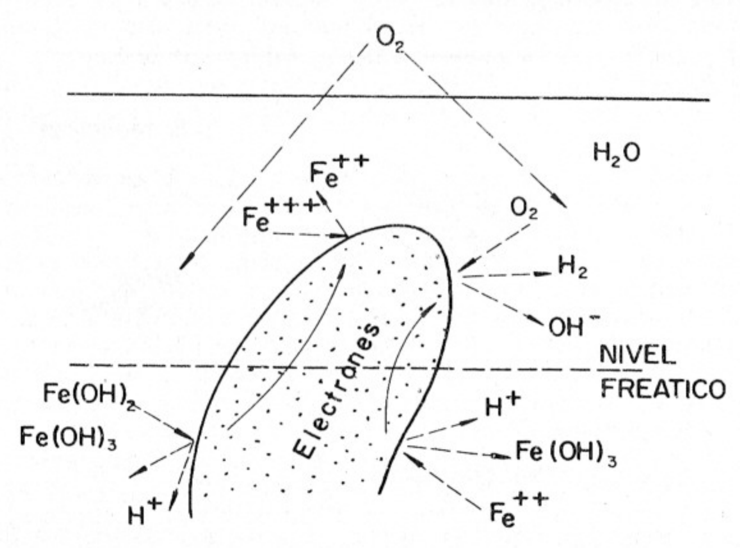


FIG. IX-3. Ubicación y naturaleza de algunas reacciones en la Polarización Espontánea (inspirado en Sato y Mooney).

Los autores mencionados pudieron calcular además el potencial eléctrico máximo observable en la superficie en virtud de las reacciones estudiadas. Este potencial depende de la naturaleza química del cuerpo, y será de unos 400 mV (respecto del infinito) para el grafito y la pirita en las condiciones más favorables. Este es un punto débil de la teoría de Sato y Mooney, tan convincente por lo demás, pues como se ha dicho anteriormente, a veces se observan anomalías mayores que un voltio, las cuales sólo podrían explicarse, dentro de esta teoría, recurriendo a condiciones químicas anormales o a la superposición de otros potenciales no relacionados con el cuerpo. PARASNIS (1969) ha efectuado mediciones de P.E. en el interior de perforaciones, encontrando valores de varios centenares de mV, por ejemplo de — 628 mV a 122 m de profundidad, pero no indica cuál es el potencial tomado como cero.

La teoría de Sato y Mooney lleva a la consecuencia que la P.E. puede darse en condiciones que anteriormente no se estimaban favorables para la aparición del fenómeno. En particular, no es preciso que el cuerpo forme una faja continua de mineralización, parte bajo el nivel freático, parte sobre él. Tales condiciones son muy favorables, pero no necesarias. Una metalización diseminada puede producir P.E. si la separación entre granos es pequeña, y la conducción entre ellos puede hacerse iónicamente dentro de ciertas condiciones.

Condición necesaria es, desde luego, que la roca que rodea al cuerpo esté un tanto meteorizada, de modo que los iones puedan desplazarse adecuadamente. En rocas muy sanas y compactas, la P.E. no puede darse. Lo mismo ocurre en zonas heladas, pues la baja temperatura retrasa las reacciones y las capas de congelación ("permafrost", etc.), impiden el movimiento iónico. Las zonas desérticas tampoco son favorables para la aparición del fenómeno, entre otros motivos, por la escasa humedad.

La polarización espontánea encuentra, pues, las condiciones más favorables en las zonas templadas.

IX.3 OTROS FENOMENOS DE POLARIZACION ELECTRICA EN EL TERRENO

Además de la polarización espontánea descrita en el apartado anterior, se observa en el terreno la presencia de otros potenciales naturales. Uno de éstos, el campo telúrico, no será considerado aquí, pues por una parte, dada su pequeñez, no representa causa de error apreciable en las mediciones de P.E. y por otra merece capítulo aparte por ser base de otros métodos de prospección. En cambio, conviene describir brevemente otros fenómenos de polarización, que son los siguientes.

IX.3.1 Potenciales de difusión

Estos potenciales aparecen cuando en los poros de las rocas se ponen en contacto electrólitos diferentes, o existen diferencias de concentración en un mismo electrólito.

Los iones de distinto signo poseen diferente movilidad y como los que la presentan mayor se difunden más rápidamente, llegan a formarse dos zonas, en cada una las cuales predominan los iones de un signo, con lo que se establece una diferencia de potencial ΔV. Cuando el origen de ésta es la diferencia de concentración en los mismos iones, se verifica que

$$\Delta V = \frac{u - v}{u + v} \frac{RT}{nF} \ln \frac{C_1}{C_2} \qquad \text{(IX,1)}$$

donde son:

u, v, las movilidades respectivas del catión y el anión;
n, la valencia de estos;
$R = 8{,}314$ julios/C° (constante de los gases);
T = temperatura absoluta;
$F = 96.487$ cul. (Faraday);
C_1, C_2, las concentraciones respectivas de los electrólitos en contacto.

Por lo general, las d.d.p. debidas a este fenómeno no suelen causar error apreciable en las observaciones de P.E. Sin embargo, este fenómeno tiene gran importancia en la testificación eléctrica, donde se produce por el contacto de los electrólitos de las rocas con los lodos del sondeo, y puede servir para la determinación de porosidades.

IX.3.2 Potenciales de filtración

El fenómeno que origina estos potenciales, denominado *electrofiltración,* fue estudiado ya por Schlumberger, y consiste fundamentalmente en la producción de un campo eléctrico por el movimiento de electrólitos (aguas subterráneas) en el subsuelo.

Cuando un electrolito pasa a través de una membrana porosa se produce entre los dos lados de ésta una diferencia de potencial. Las rocas pueden considerarse como una de tales membranas cuando poseen, por su porosidad, una red de capilares a través de las cuales pueden filtrarse las aguas subterráneas. Las paredes de los capilares pueden absorber los aniones, los cuales atraen cationes, formándose una capa eléctrica doble. Los aniones permanecen fijos pero los cationes son arrastrados por la marcha del electrolito a través del capilar, con lo que se concentran junto a la salida, y aparece una d.d.p. entre sus extremos, la cual vale (ecuación de Helmholtz)

$$\Delta V = \frac{\zeta \varepsilon P}{\eta \sigma} \qquad \text{(IX,2)}$$

donde ζ es la diferencia de potencial en la capa doble; ε, σ y η respectivamente, la constante dieléctrica, conductividad y viscosidad del electrolito, y P la diferencia de presión hidrostática entre los extremos del capilar, a la cual se debe el movimiento del electrolito.

Según se deduce de lo anterior, el fenómeno de la electrofiltración se produce en toda clase de terrenos, pero el campo originado es muy débil por lo general, y no es utilizable para estudios hidrológicos ni constituye perturbación considerable para los estudios de P.E. Lo contrario

ocurre en algunos casos particulares, como en zonas de rotura, arenas, areniscas alteradas, flujo intenso de aguas subterráneas en zonas accidentadas, etc. También se observan potenciales intensos de electrofiltración en los valles fluviales, sobre todo en la dirección de la corriente. El potencial es mayor cuando el río recibe aportación de las corrientes subterráneas que cuando las alimenta. Los potenciales observados en la práctica en los casos descritos suelen ser del orden de varios centenares de mV/Km.

Schlumberger distinguía dos tipos de electrofiltración: *per descensum* y *per ascensum*. El primer caso corresponde a la infiltración de aguas de lluvia a través de terrenos permeables o a lo largo de fallas. Como el agua arrastra a los cationes, aparecen centros negativos en las partes más elevadas topográficamente. La figura IX-4, inspirada en YAKUBOVSKIY-LIAKHOV (1964) aclara este fenómeno. P. LASFARGUES (1957) llegó a observar potenciales de — 3 V en un cerro de la formación Kalahari compuesto por arenas y areniscas alteradas, lo que es excepcional.

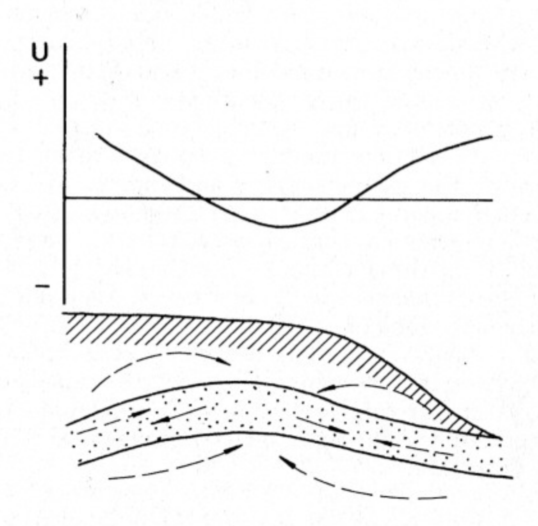


FIG. IX-4. Producción de potenciales de electrofiltración *per descensum*. Flechas llenas: marcha del agua; flechas de trazos: líneas de la corriente eléctrica (inspirado en Yakuboskiy y Liakhov).

Los potenciales de electrofiltración *per ascensum* pueden ser grandes, si la presión que hace subir las aguas lo es. Potenciales de esta clase relativamente débiles se observan, según Lasfargues, cuando se coloca cada electrodo en una roca diferente, en zonas desérticas o semidesérticas con poco espesor de recubrimiento, o cuando un electrodo está si-

tuado en terreno labrado recientemente y el otro en zona no trabajada desde hace tiempo. El fenómeno se debe, en el primer caso, al ascenso de humedad a través de las capas superficiales, y se observan diferencias de potencial de algunas decenas de mV; en el segundo caso la d.d.p. es sólo de algunos mV y se debe al ascenso por capilaridad provocado por la evaporación en la tierra removida.

La electrofiltración se puede utilizar, en algunos casos, para estudiar la marcha de las aguas subterráneas, incluso, y según parece con notable éxito, para localizar y estimar las fugas de agua en los embalses. En la testificación eléctrica se producen potenciales de este tipo por la penetración en las paredes del sondeo de los lodos de éste. Si los iones de los lodos difieren de los contenidos en los electrolitos de las rocas, se produce además el potencial de difusión ya descrito.

IX.3.3 Polarización variable en el tiempo

Este curioso fenómeno, aún no aclarado por completo, fue descubierto en 1951 por A.S. Semenov. Se produce en tiempo caluroso en zonas montañosas, desnudas o con muy escaso suelo y es más intenso cuando la variación de temperatura en la superficie es fuerte. La característica principal de este efecto es que varía de modo regular en el transcurso de cada día, con un máximo matinal y un mínimo en la tarde, con amplitud de oscilación que puede llegar y aun superar los 500 mV. La curva de esta variación temporal tiene marcha inversa a la de temperatura superficial. Este fenómeno ha sido observado en el Altai Minero, en Kazajstán Central, y en otras regiones. En Carelia se han registrado anomalías sobre filones pegmatíticos. El "campo variable en el tiempo" puede perturbar los trabajos de prospección por P.E. y quizá pudiera emplearse a su vez para cartografía eléctrica, según opina su descubridor. Semenov atribuye este fenómeno, como causa más probable, a movimientos del agua en los capilares de la roca producidos por los cambios térmicos. De ser esto cierto, sigue diciendo Semenov, el fenómeno podría llamarse *termofiltración.*

IX.4 INSTRUMENTAL

La falta de circuito de emisión hace que el instrumental requerido por el método del potencial espontáneo sea muy sencillo, y conste solamente de un voltímetro, dos electrodos impolarizables, cable y un carrete (no siempre). La palabra "voltímetro" ha de interpretarse en sentido amplio, pues vale cualquier aparato con gran impedancia de entrada, capaz de medir y apreciar la polaridad, de tensiones comprendidas entre 1 y al-

gunos centenares de milivoltios. Se han construido aparatos de válvula especiales para el trabajo de P.E. con lectura en instrumento de cero central, pero puede utilizarse cualquiera que cumpla las condiciones indicadas, lo que incluye potenciómetros, voltímetros de válvula e incluso medidores de pH. Quedan excluidos los aparatos que no distinguen la polaridad de la señal medida, como ocurre en algunos milivoltímetros electrónicos de "chopper". Los modernos milivoltímetros de estado sólido, utilizados en el SEV (apartado V.2.3.b), son quizá los instrumentos más adecuados. El circuito de compensación no se utiliza.

Los electrodos impolarizables han de estar provistos de un mango largo que permita su rápida y cómoda colocación y levantamiento. El cable puede ser de cualquier tipo flexible, ligero, y con buen recubrimiento aislante.

IX.5 TRABAJO DE CAMPO

Existen dos modalidades básicas, que son el *método de potenciales* y el *método de gradientes.* Aunque teóricamente son equivalentes, desde el punto de vista práctico son muy distintos. El primero, con mucho, es el más empleado.

IX.5.1 Método de potenciales

Este método consiste, en esencia, en determinar directamente la diferencia de potencial de una serie de estaciones respecto de un punto fijo de referencia. Las estaciones o puntos de observación se disponen a intervalos iguales (por ejemplo, de 25 ó 50 m) sobre una serie de perfiles paralelos entre sí. Estos perfiles se estaquillan en el terreno partiendo de una *línea base* o *magistral* perpendicular a todos ellos y que contiene sus orígenes. Uno de los electrodos permanece fijo en el origen del primer perfil, junto con el instrumento de medida y el segundo electrodo, móvil, se va colocando sucesivamente en los puntos de observación previamente estaquillados sobre el perfil. Para cada uno de ellos se anota la d.d.p. observada, con su signo. Esta operación se repite en cada perfil.

El carrete puede estar fijo junto al electrodo inmóvil, desenrollándose el cable conforme se aleja el segundo electrodo, De este modo el cable se arrastra y roza contra el suelo, con lo que se va deteriorando su aislamiento. Por ello es preferible que el obrero que traslada el electrodo móvil, lleve al propio tiempo el carrete, que ha de ser liviano, soltando cable a medida que avanza. El electrodo fijo debe instalarse en un pocillo húmedo de unos 5 ó 10 cm de profundidad, previamente excavado.

Tal precaución no puede repetirse para el electrodo móvil, a menos que los contactos sean muy malos, pues esta operación disminuirá el rendimiento del trabajo.

Las d.d.p. leídas en el instrumento incluyen la diferencia P entre las polarizaciones de los electrodos, nunca nula a pesar del nombre de éstos. En este método, por ser de campo natural, no es posible utilizar el dispositivo de compensación, pues el operador no puede distinguir, como es obvio, la parte del potencial leído que corresponde a los electrodos. El valor P puede determinarse colocando los dos electrodos sobre tierra húmeda, a pocos cm de distancia mutua y leyendo la d.d.p. que aparece entre ellos. Otro procedimiento más exacto es el que se describe a continuación.

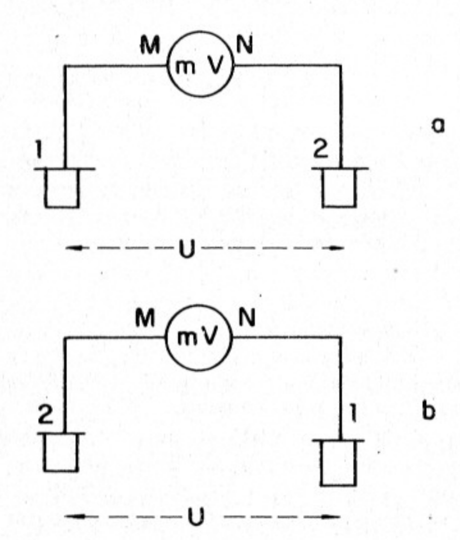


FIG. IX-5. Determinación de la d.d.p. en un par de electrodos impolarizables.

Se excavan dos pocillos como los indicados más arriba a varios metros de distancia mutua. Sea U la diferencia de potencial natural entre ellos y e_1 y e_2 las f.e.m. producidas respectivamente por los electrodos 1 y 2. Al colocar éstos en los pocillos (fig. IX-5) se observará entre ellos la d.d.p.

$$\Delta V_1 = U + e_1 - e_2 = U + P \qquad \text{(IX.3)}$$

Entonces se desconectan los electrodos y se truecan los lugares que ocupaban, cuidando que las bornas de entrada del aparato vayan a elec-

trodo distinto que en la primera observación (fig. IX-5, b). El valor leído ahora, será

$$\Delta V_2 = U - e_1 + e_2 = U - P \qquad \text{(IX,4)}$$

Partiendo de estas ecuaciones pueden determinarse los valores de U y de P, que son

$$U = \frac{\Delta V_1 + \Delta V_2}{2}$$

$$P = \frac{\Delta V_1 - \Delta V_2}{2} \qquad \text{(IX,5)}$$

Procediendo de este modo podría eliminarse el error debido a la polarización de electrodos, pero la operación de intercambio de electrodos en todas las estaciones sería muy engorrosa, y absolutamente prohibitiva desde el punto de vista de la productividad del trabajo. Es muy preferible, pues, determinar una vez el valor de P según lo dicho, y restarlo de todas las lecturas, prestando especial atención al orden de los electrodos. Pero esta operación es incómoda, y aunque HEILAND (1940) la recomienda, LASFARGUES (1957) se asombra de ello, y afirma que no la ha visto aplicar nunca. No es esta la única serie de restas que hay que aplicar en este método, pues para la reducción de las d.d.p. observadas en cada perfil a un origen común, hay que deducir de todas las lecturas el potencial de la estación cero del perfil considerado. Estas operaciones se eliminan o reducen grandemente siguiendo el procedimiento descrito por A. S. Semenov (en TARKHOV, 1963) que se expone a continuación.

Se coloca el instrumento de medida en la proximidad del origen O del perfil que va a estudiarse. A unos decímetros de distancia de este origen (fig. IX-6) se excava un pocillo y se riega, colocando en él el electrodo N. El M se coloca primeramente en O y luego sucesivamente en las estaciones 1, 2, 3, etc. La primera lectura equivale prácticamente a la polarización P de los electrodos, pero no es necesario efectuar ningura corrección si se recurre a un procedimiento gráfico. Para ello los valores obtenidos se representan en una curva distancia-potencial, en escala *lineal*, para lo que puede utilizarse papel milimetrado. Una vez dibujada esta curva, se traza una recta horizontal que pase por el valor correspondiente a la estación O. De este modo el potencial corregido de cada estación se lee directamente desde la recta, para lo que puede utilizarse una escalilla. Cuando se ha llegado al extremo del perfil (o de la longitud disponible de cable) el obrero del electrodo M retrocede al origen, rebobinando el cable. Este retroceso debe utilizarse, según Semenov, para efectuar repeticiones de algunas estaciones, lo que sirve de comprobación y control de calidad. Entonces se efectúan las mediciones en la parte del perfil situada al otro lado del origen. En los restantes perfiles se procede de igual modo.

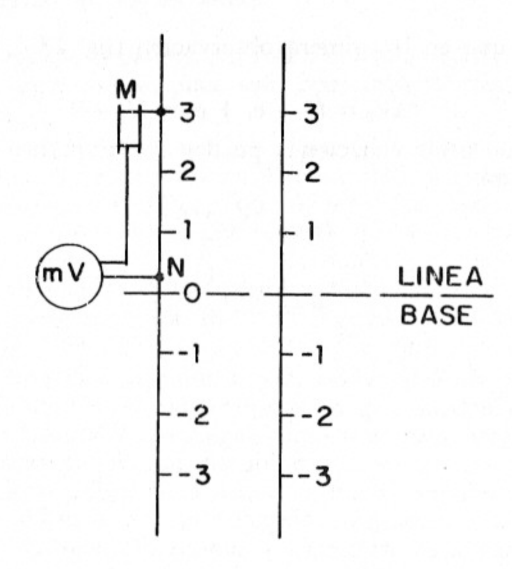


FIG. IX-6. Técnica de la medición de potenciales en el método de la polarización espontánea.

Para el enlace de los perfiles entre sí, el mejor procedimiento, según el mencionado geofísico, es el siguiente: Terminada la medición del primer perfil, y dejando en éste, en su lugar inicial, el electrodo *N*, se coloca el *M* en el origen y primeras estaciones del segundo perfil, se anotan las lecturas y se traza la curva correspondiente. Luego se traslada el electrodo *N* junto al origen del segundo perfil, y se efectúa éste. Por comparación de la curva del segundo perfil con el trozo de curva obtenido con el electrodo *N* junto al origen del primero se determina la línea cero de potenciales en el segundo perfil.

Si los perfiles son muy largos, no es posible su medición con el electrodo *N* siempre en el mismo lugar. Entonces han de medirse por trozos, cuyas curvas de potencial se enlazan por el procedimiento indicado más arriba, esto es, haciendo que éstas tengan cuatro o cinco puntos comunes y superponiéndolas.

Las mediciones de enlace deben efectuarse con todo cuidado, repitiendo las lecturas dos o tres veces. En muchos casos puede ser conveniente efectuar enlaces entre los extremos de los perfiles.

Si la zona estudiada se ha dividido para el trabajo de P.E. en varios rectángulos, es preciso enlazar estos entre sí, a ser posible, mediante un perfil común, y si no se tocan, por un itinerario de enlace.

No deben efectuarse las mediciones de enlace en zona de anomalía, perturbaciones o malos contactos. Desde este punto de vista, sería aconsejable posponer estas observaciones hasta el final del trabajo, a fin de poder elegir con conocimiento de causa entre la línea base u otra paralela a ella, pero esto implica la grave desventaja de que las curvas de potencial de los diferentes perfiles no pueden compararse entre sí hasta el final.

IX.5.2 Método de gradientes

Esta modalidad de trabajo consiste en medir sucesivamente las diferencias de potencial $\Delta V_1 = U_1 - U_0$; $\Delta V_2 = U_2 - U_1$, etc., entre cada dos estacas contiguas del perfil. El trabajo es más lento y requiere más cuidado que el método de potenciales; no obstante, puede ser necesario el empleo del método de gradientes en zonas donde las perturbaciones, bien de origen industrial, bien naturales, tengan valores apreciables.

La zona en estudio se estaquilla en perfiles, partiendo de una línea base, del mismo modo que en el método de potenciales. El intervalo entre cada dos estacas o estaciones suele ser de 20-25 m. En zonas de anomalía pueden establecerse, sobre la marcha, puntos de detalle a intervalos de 5 ó 10 m.

La medición suele hacerse en polígonos cerrados, del modo indicado en la figura IX-7. La marcha del operador y sus aparatos es la indicada

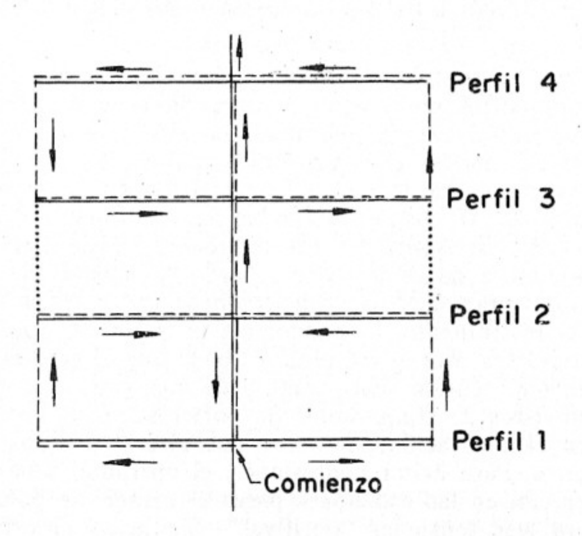


FIG. IX-7. Orden de la medición en la modalidad de gradientes (Polarización espontánea).

por la línea de trazos y las flechas. Además hay que efectuar medidas suplementarias entre los extremos de los perfiles, tales como los 2 y 3, las cuales se señalan por línea de puntos.

La medición en polígonos cerrados tiene la gran ventaja de proporcionar un control de la medición en el error de cierre.

En el método de gradientes, el error debido a la polarización residual de los electrodos es mayor que en el método de potenciales, porque en en este caso son mucho menores las d.d.p. leídas, mientras que P es del mismo orden.

Para corregir este error, debe determinarse de vez en cuando el valor de P, por ejemplo, al empezar cada perfil, y anotarlo en la hoja de campo. Este valor debería restarse de la lectura obtenida en cada estación, lo que puede evitarse si al pasar de cada estación a la siguiente se invierte el orden de los electrodos. Esto debe efectuarse del modo indicado en la figura IX-8. Una vez observada la primera estación, el electrodo impo-

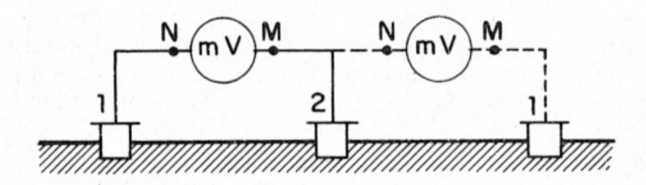


FIG. IX-8. Inversión del orden de los electrodos impolarizables en la técnica de gradientes.

larizable 1 avanza dos intervalos, mientras que el 2 permanece fijo, y se efectúa la lectura correspondiente a la segunda estación. Para pasar a la tercera, el electrodo 2 avanza dos intervalos, mientras que el 1 no cambia de lugar. De este modo, el error debido a P es de signo opuesto en cada par de estaciones, por lo que al sumar las d.d.p. correspondientes, este error desaparece. Al ir sumando todas las d.d.p. ΔV_i del perfil, para obtener los potenciales totales en las diferentes estacas, el error final será nulo si el número de estaciones es par o solamente P si es impar. Al efectuar estas operaciones hay que cambiar cada vez las conexiones de entrada en el instrumento, de modo que la borna M quede unida al electrodo delantero, sea éste el 1 ó el 2, a fin de que el gradiente se mida siempre en el mismo sentido. Este cambio de conexiones se evita en los instrumentos provistos de conmutador de polaridad, pues entonces basta accionar éste en cada estación, sin tener que alterar ninguna de las conexiones exteriores. Para evitar confusiones, el operador debe tomar una norma: por ejemplo, en las estaciones pares el mando de polaridad debe estar arriba para leer tensiones "positivas". Siguiendo el procedimiento descrito, la corrección de polarización sólo ha de aplicarse cuando se

desee conocer con mucha exactitud el valor del gradiente en alguna estación determinada.

Si se suman algebráicamente todos los ΔV_i obtenidos desde una estaca cualquiera hasta volver a la misma después de dar la vuelta al polígono, debería obtenerse cero como resultado, ya que el campo electrocinético en corriente continua es irrotacional. Sin embargo, en la práctica, la citada suma suele dar un valor e no nulo, debido a la precisión limitada de los instrumentos, variación durante el trabajo de las tensiones parásitas, errores de apreciación en las lecturas, etc. Dicho valor e se denomina *error de cierre* y puede utilizarse como control de calidad de las mediciones en el polígono considerado. Como es

$$e = \sum_i \Delta V_i \tag{IX,6}$$

el tanto por ciento de error será

$$p = \frac{100\,|e|}{\Sigma\,|\Delta V_i|} \tag{IX,7}$$

Según las normas soviéticas, el trabajo se considera satisfactorio si $p \leqslant 5\ \%$. En caso contrario, la medición se considera inaceptable y debe repetirse el polígono en cuestión.

El error de cierre e debe repartirse entre todas las lecturas del polígono. Si, como es usual, todos los intervalos son iguales, los valores ΔV_i observados deben sustituirse por los $\Delta V_i'$ definidos por

$$\Delta V_i' = \Delta V_i + \varepsilon \tag{IX,8}$$

con

$$\varepsilon = -\frac{e}{n} \tag{IX,9}$$

siendo n el número de intervalos que componen el polígono.

Las mediciones por el método de gradientes requieren gran cuidado, puesto que una observación errónea influye en todas las siguientes a través de la suma para la determinación de potenciales. Debe prestarse atención especial al signo o polaridad de la lectura; mejor que referir ésta al sentido de marcha (potencial del electrodo delantero respecto del posterior) es relacionar las lecturas con la posición geográfica de los electrodos: Así, por ejemplo, se consideran positivas las lecturas en que el electrodo situado al Oeste tenga potencial mayor que el colocado al Este.

Las zonas de anomalía, que por lo general consisten en varias lecturas sucesivas grandes, con un cambio de signo en el potencial, pueden detallarse por el método de potenciales con intervalos pequeños.

IX.6 INTERPRETACION CUALITATIVA

Los resultados de las mediciones de P.E. se representan en forma de mapa de equipotenciales. Junto a cada línea se escribe el valor y signo del potencial correspondiente. El cuerpo causante del fenómeno puede considerarse esquemáticamente como un dipolo, ya que tiene un polo negativo en su parte superior y otro positivo más abajo. La línea que los une se llama *eje de polarización* o eje del dipolo.

La existencia de metalizaciones (o más exactamente de cuerpos polarizados) viene indicada por la presencia de centros negativos, es decir, por líneas equipotenciales de valor decreciente según se aproximan a un centro de potencial mínimo (máximo en valor absoluto) al que rodean. Si estas líneas son aproximadamente circulares, puede deducirse que el cuerpo es aproximadamente isométrico, o sea de revolución, con su eje de simetría en posición más o menos vertical. Esta verticalidad del eje de simetría (que será también el de polarización) se confirma por la ausencia de equipotenciales de valor máximo que rodeen a la zona de valores mínimos. El centro negativo coincide con el epicentro del polo superior del cuerpo.

Si las equipotenciales son líneas cerradas alargadas, en forma de óvalos o elipses, puede decirse lo mismo del cuerpo polarizado, cuyo eje, en proyección horizontal, coincide en dirección con el rumbo de la dimensión mayor de las equipotenciales. El alargamiento de la zona de potenciales mínimos suele ser muy intenso cuando el cuerpo investigado es una capa de antracita.

Cuando junto a la zona de potenciales mínimos existe otra de potenciales máximos, debe atribuirse a un cuerpo cuyo eje de polarización difiere bastante de la vertical. En este caso, cada una de las zonas está producida por uno de los polos del cuerpo.

Entre las causas de error en la interpretación figuran los efectos topográficos, y las potenciales debidos a la electrofiltración. Estos son difícilmente separables de los producidos por cuerpos de interés minero, aunque en la mayor parte de los casos no tienen valor suficiente para perturbar la interpretación de modo importante. La atribución de anomalías a los fenómenos de electrofiltración sólo puede hacerse basándose en información hidrológica. Un factor perturbador en la búsqueda de sulfuros por la P.E. (y también cuando se emplean otros métodos como las calicatas electromagnéticas o la polarización inducida) lo constituyen las pizarras grafitosas, las cuales se comportan del mismo modo que los sulfuros, originando en los mapas de equipotenciales fuertes anomalías negativas que pueden atribuirse erróneamente a yacimientos de sulfuros. Estas circunstancias son frecuentes en la zona piritífera de Huelva,

en Suecia y en muchas otras regiones. Las anomalías de P.E. debidas a pizarras grafitosas suelen presentar un aspecto algo más extendido e irregular que las debidas a sulfuros, pero de todos modos, la distinción entre unos y otras no es fácil. Otras causas de error pueden ser las debidas a perturbaciones eléctricas de origen industrial (tomas de tierra, ferrocarriles eléctricos) * o bien a fenómenos electroquímicos producidos por corrosión de tuberías enterradas, cultivos con abonos químicos, escombreras de mina, etc. Estas últimas producen anomalías relativamente fuertes, por lo que debe prescindirse de efectuar trabajos de P.E. en su proximidad.

Como se deduce de lo dicho al principio de este capítulo, la aplicación más extendida del método de P.E. es la búsqueda y exploración de yacimientos de sulfuros, en especial de pirita, pirrotita o calcopirita. El método es también aplicable a menas más complejas con contenido apreciable en los minerales reseñados, así como a la magnetita, grafito y capas de antracita. En cambio, la galena y la blenda son sulfuros que, por la frecuente discontinuidad eléctrica de la primera, y poca conductividad de la segunda, producen débil o nula P.E. por lo que no pueden ser estudiadas por este método, a menos que vayan acompañadas por minerales más activos.

Los minerales que aparecen en forma diseminada pueden producir también P.E., como ya hemos visto que ocurre en las pizarras (y calizas) grafitosas o carbonosas. Lo mismo sucede con rocas que contienen pirita en forma dispersa. En estos casos suele tratarse de rocas y minerales sin interés económico, pero el estudio de su P.E. puede ser muy interesante como ayuda para la cartografía geológica de la zona. A este respecto, PARASNIS (1971) dice que el empleo de las anomalías de P.E. para la cartografía litológica y estructural de las rocas recubiertas constituye un aspecto algo descuidado de la prospección geofísica, y que no cabe duda de que la interpretación cuidadosa de tales anomalías puede dar abundante información acerca de fisuras someras, fallas, zonas de rotura, etc.

IX.7 INTERPRETACION CUANTITATIVA

IX.7.1 Introducción

El análisis del mapa de equipotenciales lleva a la localización de los cuerpos productores de la P.E. y a la determinación de su forma, aunque de modo bastante impreciso, según se ha visto en el apartado anterior. Por otra parte, queda sin fijar un dato de gran importancia, que es la

* El efecto perturbador de las tomas de tierra ha sido estudiado recientemente por NELSON (1977).

profundidad del cuerpo. Mayor información puede obtenerse por medio de la interpretación cuantitativa, pero ésta exige el cumplimiento de ciertas condiciones, como son una razonable homogeneidad del medio encajante y una forma geométrica regular del cuerpo. Estas condiciones no suelen cumplirse en la práctica de modo riguroso, por lo que los resultados obtenidos sólo son aproximados, pero en el peor de los casos suministran útil orientación sobre las características del cuerpo investigado, por lo que siempre es conveniente ensayar la interpretación cuantitativa de los resultados de campo.

La interpretación cuantitativa se basa en el estudio teórico del campo producido por cuerpos polarizados de forma geométrica lo suficientemente sencilla para permitir su cálculo matemático sin grandes dificultades. Las observaciones de campo se comparan con los diversos modelos teóricos así obtenidos, entre los cuales se elige el que mejor se acomoda a aquellas. En algunos casos ocurre que las observaciones concuerdan relativamente bien con los resultados de dos modelos teóricos diferentes; entonces pueden atribuirse al cuerpo investigado características intermedias entre las que corresponden a cada uno de los modelos.

La base de la interpretación cuantitativa no es directamente el mapa de equipotenciales, sino curvas de la variación del potencial a lo largo de perfiles rectilíneos que pasen por el centro de la anomalía. Cuando ésta es alargada, el perfil debe ser, además, perpendicular al eje mayor de la anomalía. Estas curvas pueden obtenerse a partir del mapa de equipotenciales, o bien, lo que es más seguro y exacto, por medio de observaciones de campo efectuadas especial y detalladamente con este fin, constituyendo lo que se llama un perfil de cálculo.

Un estudio muy detallado de diferentes modelos se encuentra en la obra rusa de SEMENOV (1968), única dedicada exclusivamente a este método, que el autor sepa. Véase también FITTERMAN (1979).

A continuación se estudian brevemente algunos modelos teóricos.*

IX.7.2 Cuerpo polarizado asimilable a un dipolo

El tipo más sencillo de cuerpo polarizado es un dipolo. Una bolsada de mineral en forma más o menos esférica, o una metalización en forma de columna, pueden representarse matemáticamente de este modo simplificado.

El potencial del campo producido por un dipolo de momento M, vale, según es sabido

---

* Para ejemplos prácticos, véase la "Geofísica Minera", de Parasnis (Editorial Paraninfo).

$$U = M\frac{\cos\theta}{r^2} \tag{IX,10}$$

Supongamos que el dipolo es vertical y se encuentra a una profundidad z_0. Habrá de tener en cuenta el efecto de la interfaz tierra-aire que es el de duplicar el campo en ella, según se deduce de la teoría de las imágenes, pues el factor de reflexión valdrá la unidad por ser finita la resistividad del medio inferior e infinita la del superior. Habrá, pues, que introducir un factor 2 en la expresión anterior. Si se toma el centro del dipolo como origen de un sistema de coordenadas cartesianas (figura IX-9), la expresión anterior tomará la forma

$$U = -2\,M\frac{\cos\theta}{r^2} = -2\,M\frac{z_0}{(x^2 + y^2 + z_0^2)^{3/2}} \tag{IX,11}$$

donde el signo menos se debe a que el polo más próximo a la superficie del terreno es negativo. En el epicentro del dipolo, $x = y = 0$ y el potencial será máximo en valor absoluto, con un valor U_m tal que



$$U_m = -\frac{2M}{z_0^2} \tag{IX,12}$$

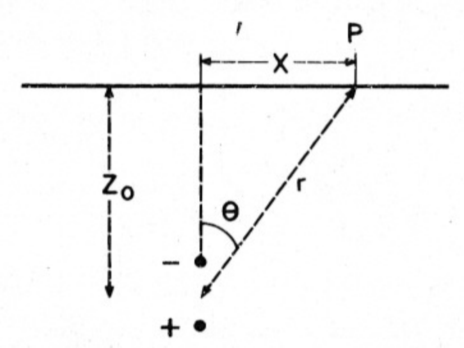


Fig. IX-9. Cálculo del potencial en superficie producido por un cuerpo polarizado asimilable a un dipolo vertical.

Si el perfil pasa por el epicentro, $y = 0$ y la expresión (IX,11) puede escribirse en la forma

$$U = U_m\frac{z_0^3}{(x^2 + z_0^2)^{3/2}} = \frac{U_m}{(1 + \zeta)^{3/2}} \tag{IX,13}$$

con

$$\zeta = \frac{x}{z_0}$$

De aquí, resulta,

$$\frac{U}{U_m} = \frac{1}{(1 + \zeta^2)^{3/2}} \qquad \text{(IX,14)}$$

es decir, que la curva de potenciales es siempre la misma si se toman como unidades de potencial y de distancia a U_m y z_0 respectivamente.

Para $\zeta = 1$ es $U/U_m = 0{,}355$, por lo que la profundidad del centro del cuerpo es igual a la distancia desde el máximo U_m hasta el punto donde es $U = 0{,}355\ U_m$. Como comprobación puede obtenerse la profundidad mediante la ecuación $z_0 = 2\,x_A$ siendo x_A la distancia a la que $U = 0{,}715\ U_m$.

La expresión (IX,14) puede representarse en un ábaco de escala logarítmica (fig. IX-11), desde un valor fraccionario de ζ, por ejemplo 0,1, ya que $\zeta = 0$ es irrepresentable. Los valores U_x/U_m observados en el campo se llevan a escala logarítmica del mismo módulo en función de la distancia x al punto de potencial mínimo (máximo en valor absoluto), empleando cualquier unidad de distancia. Este dibujo debe hacerse en papel transparente, el cual se superpone al ábaco de modo que la curva de campo coincida con la del ábaco lo mejor posible; entonces la distancia x de la curva de campo que coincida con la abcisa $\zeta = 1$ del ábaco es la profundidad z_0.

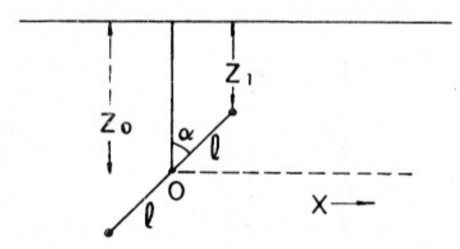


FIG. IX-10. Cálculo del potencial en superficie producido por un cuerpo polarizado asimilable a un dipolo finito inclinado, de longitud 2 l.

IX.7.3 Dipolo inclinado

Si la línea del dipolo forma un ángulo α con la vertical se tendrá

$$U = -2\frac{M}{r^3}(x \operatorname{sen} \alpha + z_0 \cos \alpha) \qquad \text{(IX,15)}$$

que es la misma (XI,10) con un giro en los ejes de coordenadas. En este caso, el potencial posee dos extremos, un máximo y un mínimo, cuyas abscisas respectivas x_1 y x_2 pueden obtenerse calculando los valores de

x para los que se anula la derivada respecto de x de la (IX,15), que son las raíces de la ecuación

$$2x^2 + 3z_0 x \cot \alpha - z_0^2 = 0 \qquad \text{(IX,16)}$$

y por lo tanto, ocurrirá que

$$x_1 + x_2 = -\frac{3}{2} z_0^2 \operatorname{ctg} \alpha$$

$$x_1 x_2 = -\frac{z_0^3}{2}$$

de donde se deduce que

$$\left.\begin{aligned} z_0 &= \sqrt{2\,|x_1 x_2|} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{3}{2} \frac{\sqrt{2\,|x_1 x_2|}}{x_1 + x_2} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IX,17)}$$

Este caso se presta, como el anterior, para el empleo de ábacos logarítmicos.

IX.7.4 Cuerpo de dimensiones finitas

Si los polos positivo y negativo del cuerpo están tan separados entre sí que no es válido considerarlo como un dipolo infinitesimal, el potencial vendrá dado (fig. IX-10), por

$$U = \frac{C}{[(x - l \operatorname{sen} \alpha)^2 + (z_0 - l \cos \alpha)^2]^{1/2}} + \frac{C}{[(x + l \operatorname{sen} \alpha)^2 + (z_0 + l \cos \alpha)^2]^{1/2}} \qquad \text{(IX,18)}$$

donde C es una constante que representa la emisividad de cada uno de los polos, y se ha tomado como origen de coordenadas el centro del segmento determinado por ellos.

Frecuentemente, el polo inferior, positivo, está mucho más alejado de la superficie, por lo que su efecto resulta despreciable frente al del polo negativo, cuyo potencial será, tomando ahora como origen de coordenadas al mismo polo,

$$U = -\frac{C}{(x^2 + z_1^2)^{1/2}} \qquad \text{(IX,19)}$$

y poniendo $\zeta = \dfrac{x}{z_1}$ se tiene

$$U = -\frac{C}{z_0 (1 + \zeta^2)^{1/2}} \qquad \text{(IX,20)}$$

y el valor mínimo del potencial será

$$U_m = -\frac{C}{Z_1}$$

por lo que

$$\frac{U}{U_m} = \frac{1}{(1 + \zeta^2)^{1/2}} \qquad \text{(IX,21)}$$

expresión adecuada para su representación logarítmica (fig. IX-11, curva $l_1 = \infty$).

En este caso, será $U = 0{,}707$ para $x = z_1$, lo que puede utilizarse para determinar la profundidad del polo superior.

Si la posición del cuerpo fuera vertical, la (IX,18) se reduciría a

$$U = -\frac{C}{[x^2 + (z_0 - l)^2]^{1/2}} + \frac{C}{[x^2 + (z_0 + l)^2]^{1/2}} \qquad \text{(IX,22)}$$

y tomando como origen de coordenadas el polo superior, de profundidad z_1 resulta

$$U = -\frac{C}{(x^2 + z_1^2)^{1/2}} + \frac{C}{[x^2 + (z_1 + 2\,l)^2]^{1/2}} \qquad \text{(IX,23)}$$

que puede normalizarse como en los casos anteriores con $\zeta = \frac{x}{z_1}$ y $l_1 = \frac{l}{z_1}$ y entonces

$$U = -\frac{C}{z_1\,[\zeta^2 + 1]^{1/2}} + \frac{C}{z_1\,[\zeta^2 + (1 + 2\,l_1)^2]^{1/2}} \qquad \text{(IX,24)}$$

$$U_m = -\frac{C}{Z_1} + \frac{C}{Z_1\,(1 + 2\,l_1)} \qquad \text{(IX,25)}$$

$$\frac{C}{U_m} = \frac{1 + 2\,l_1}{2\,l_1}\left[\frac{1}{(1 + \zeta^2)^{1/2}} - \frac{1}{[(1 + 2\,l_1)^2 + \zeta^2]^{1/2}}\right] \qquad \text{(IX,26)}$$

función cuya representación logarítmica aparece en la figura IX-11 para varios valores de l_1. Otros diagramas logarítmicos pueden verse en un trabajo de MEISER (1954).

Cuando el cuerpo polarizado posee corrida apreciable, puede considerarse como un par de líneas de polos. Entonces hay que considerar también la coordenada y en la dirección de dicha corrida. Si suponemos

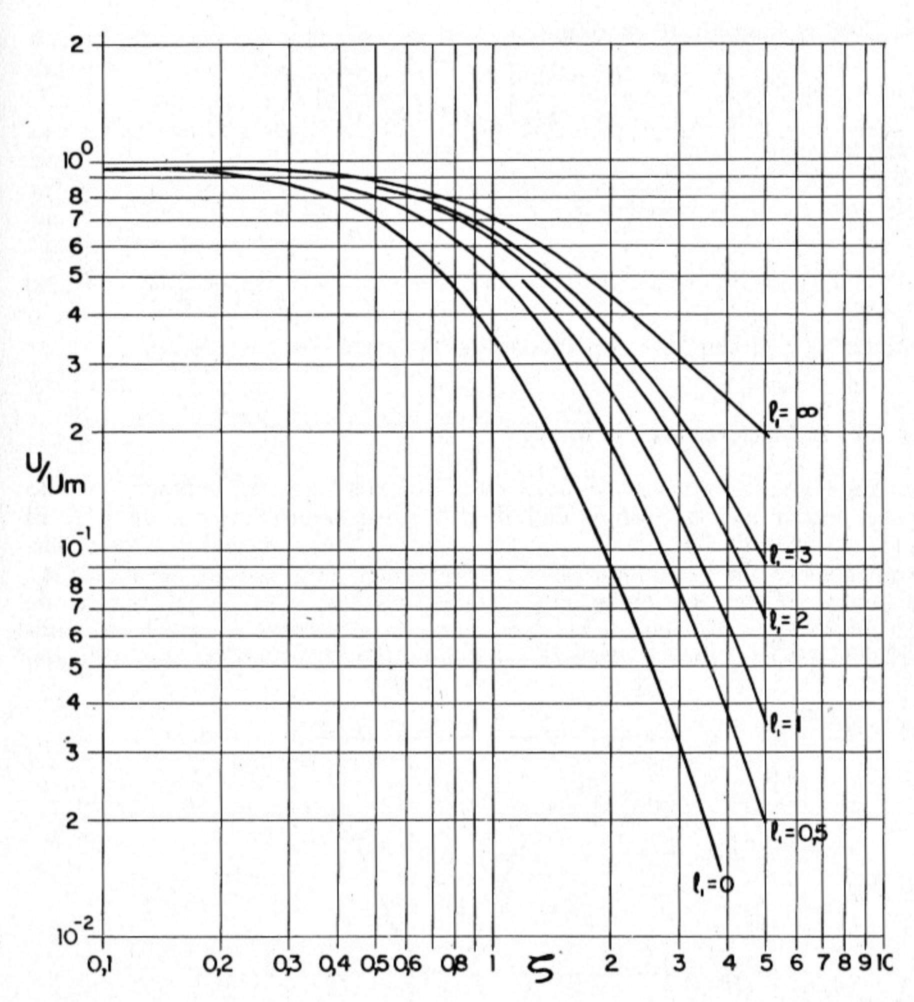


FIG. IX-11. Ábaco logarítmico para la interpretación de anomalías de P.E. en la hipótesis de que los dos polos están en la misma vertical.

que cada línea de polos posee la emisividad C_1 por unidad de longitud, un elemento diferencial del cuerpo producirá el potencial

$$dU = -\frac{C_1\,dy}{[(x - l \operatorname{sen} \alpha)^2 + y^2 + (z_0 - l \cos \alpha)^2]^{1/2}} + \\ + \frac{C_1\,dy}{[(x + l \operatorname{sen} \alpha)^2 + y^2 + (z_0 + l \cos \alpha)^2]^{1/2}} \qquad \text{(IX,27)}$$

Si para simplificar escribimos

$$(x - l \operatorname{sen} \alpha)^2 + (z_0 - l \cos \alpha)^2 = u^2$$
$$(x + l \operatorname{sen} \alpha)^2 + (z_0 + l \cos \alpha)^2 = v^2$$

resulta

$$U = -C_1 \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{(y^2 + u^2)^{1/2}} + C_1 \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{(y^2 + v^2)^{1/2}} =$$

$$= C_1 \, Sh^{-1} \frac{y_1}{u} - C_1 \, Sh^{-1} \frac{y_2}{u} - C_1 \, Sh^{-1} \frac{y_1}{v} + C_1 \, Sh^{-1} \frac{y_2}{v} \qquad \text{(IX,28)}$$

donde y_2 e y_1 son las coordenadas de los extremos del cuerpo.

IX.7.5 Estimadores de Petrowsky

Este geofísico soviético ideó hace muchos años un método sencillo para determinar la profundidad de los cuerpos productores de P.E. El proceso operativo es como sigue: Se traza la curva de potenciales observados sobre un perfil que pase por el centro negativo de la anomalía; a ella se añaden dos rectas horizontales, una que pase por el mínimo de la curva U_m y otra que tenga por ordenada el valor U_0 normal o asintótico correspondiente a distancias grandes (fig. IX-12). La determinación

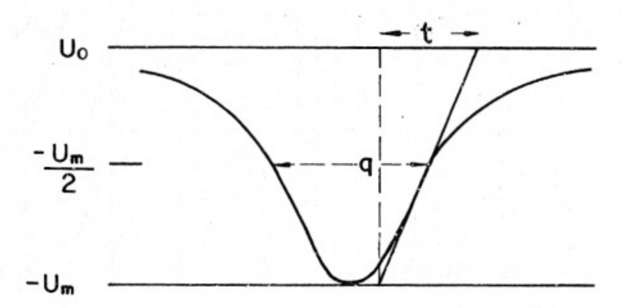


FIG. IX-12. Definición de los estimadores de Petrowsky para la interpretación de anomalías de P.E.

de la profundidad se basa en dos parámetros, q y t denominados *estimadores*. El primero es la anchura de la curva para la ordenada mitad de la anomalía $(U_0 - U_m)/2$; el segundo se obtiene trazando la tangente a la curva por uno de sus puntos de inflexión y es igual a la diferencia de abscisas entre las intersecciones de la tangente con las dos rectas horizontales. Si la curva no es simétrica, deben trazarse tangentes en los

dos puntos de inflexión y dar a t el promedio de los valores correspondientes.

Cada uno de los estimadores q y t suministra un valor independiente de la profundidad z_0 del centro de simetría del cuerpo o de la z_1 de su borde superior. En la práctica deben aplicarse los dos y tomar su promedio como estimación de la profundidad. Esta se determina por medio de las fórmulas siguientes, basadas en las anomalías calculadas para diferentes modelos teóricos.

a) *Dipolo vertical* de longitud pequeña respecto de su profundidad:

$$\begin{aligned} z_0 &\simeq 0{,}65\ q \\ z_0 &\simeq 0{,}86\ t \end{aligned} \qquad \text{(IX,29)}$$

b) *Dipolo vertical,* de longitud cualquiera:

$$\begin{aligned} z_1 &\simeq (0{,}29 \text{ a } 0{,}65)\ q \\ z_1 &\simeq (0{,}38 \text{ a } 0{,}86)\ t \end{aligned} \qquad \text{(IX,30)}$$

Los valores mínimos corresponden al caso en que la distancia l entre los polos es $l \gg z_0$ y los máximos al de $l \ll z_0$, que representa al ya aludido de dipolo diferencial. Si no se dispone de información supletoria sobre dicha distancia pueden darse al coeficiente valores intermedios:

$$\begin{aligned} z_1 &\simeq 0{,}5\ q \\ z_1 &\simeq 0{,}6\ t \end{aligned} \qquad \text{(IX,31)}$$

c) *Cilindro horizontal* muy largo, polarizado verticalmente:

$$\begin{aligned} z_0 &\simeq 0{,}5\ q \\ z_0 &\simeq 0{,}6\ t \end{aligned} \qquad \text{(IX,32)}$$

d) *Lámina polarizada*:

$$\begin{aligned} z_1 &\simeq (0{,}3 \text{ a } 0{,}5)\ q \\ z_1 &\simeq (0{,}4 \text{ a } 0{,}7)\ t \end{aligned} \qquad \text{(IX,33)}$$

Estos coeficientes corresponden, en sus valores menores, a láminas cuadradas, y en los mayores, a láminas estrechas cuya corrida es la décima parte de su longitud según el buzamiento. Si no se conoce la forma de la lámina pueden tomarse:

$$\begin{aligned} z_1 &\simeq 0{,}4\ q \\ z_1 &\simeq 0{,}55\ t \end{aligned} \qquad \text{(IX,34)}$$

IX.7.6 Efecto del recubrimiento

G. A. TARASOV (1960) ha calculado el efecto ejercido por la presencia de una capa de recubrimiento de resistividad ρ_1 sobre la roca de caja, de resistividad ρ_2, en la que se encuentra el cuerpo productor de la P.E., al que se supone asimilable a un dipolo. Si $\rho_1 > \rho_2$, las anomalías observadas en superficie se hacen algo más intensas, si bien este aumento es prácticamente inapreciable, a menos que el dipolo esté muy somero. Cuando $\rho_1 < \rho_2$, el potencial en superficie disminuye notablemente en valor absoluto, tanto más cuanto menor sea la relación ρ_1/ρ_2. Por lo tanto, la presencia de un recubrimiento más resistivo que la roca de caja hace que la variación del potencial a lo largo del perfil sea más rápida, y las profundidades obtenidas con los métodos expuestos más arriba resultan menores que en la realidad. Lo contrario ocurre cuando el recubrimiento es más conductor que la roca subyacente.

IX.8 ESTUDIOS POR ELECTROFILTRACION. GEOTERMIA

El fenómeno de la electrofiltración sirve de base a un método prospectivo que permite determinar la dirección del movimiento de las aguas subterráneas y detectar la presencia de éstas. Suele trabajarse por el procedimiento de potenciales, pero en algunos casos puede utilizarse el de gradientes si el campo es lo suficientemente intenso.

Si partiendo de un punto fijo se trazan perfiles radiales y se mide el potencial, respecto de dicho punto, de varias estaciones de cada perfil, la dirección de marcha de las aguas coincidirá aproximadamente con la del perfil donde se registre mayor gradiente del potencial.

En otros casos se traza un mapa de equipotenciales, que puede servir, por ejemplo, para la localización de fuentes subterráneas y de zonas de paso de aguas en grietas o en cavidades cársticas, zonas de influencia en el bombeo de un pozo, etc.

Una aplicación muy interesante de los estudios de electrofiltración es la detección de fugas en los embalses, siguiendo los métodos descritos por OGILVY *et al* (1969), los cuales no sólo permiten localizar las zonas de pérdida por las anomalías negativas de potencial que producen, sino estimar el caudal de éstas. Las mediciones se efectúan tanto en tierra como en la zona cubierta por las aguas. En este último caso se emplea un electrodo impolarizable especial que es arrastrado sobre el fondo, remolcado por un cable que se enrolla en un tambor situado en tierra, mientras se efectúan mediciones continuas de potencial por medio de un equipo de testificación eléctrica.

Para la descripción detallada de éste y otros métodos geoeléctricos para el estudio de presas, remitimos al lector al artículo mencionado y a

otros de los mismos autores publicados en *Geophysical Prospecting* (junio y diciembre 1970), así como Bogulovsky y Ogilvy (1972).

La circulación de aguas a lo largo de grietas y fracturas puede producir potenciales de electrofiltración, susceptibles de ser utilizados para la detección de aquéllas.

Los fenómenos de circulación de aguas o vapores en zonas geotérmicas originan potenciales espontáneos, no sólo por electrofiltración, sino también, según parece, por efectos termoeléctricos. Por esta causa, el P.E. ha sido empleado bastante en investigaciones geotérmicas, en especial para la localización de fallas y fracturas recorridas por aguas termales. Las mediciones pueden verse perturbadas por causas muy diversas, como efectos topográficos, yacimientos y sulfuros, rocas piritosas o grafitosas, etc., por lo que este método aún no ha sido aceptado definitivamente como específico para estos estudios. Más información puede hallarse en Corwin y Hoover (1979), en Zohdy (1973) y en la revista *Geothermics.*

IX.9 EMPLEO EN EL MAR

Se suele pensar en el P.E. como en un método esencialmente terrestre pero, según se ha visto en el apartado anterior, puede aplicarse en zonas cubiertas por el agua, como embalses o lagos. Tampoco hay inconveniente en su empleo en zonas marítimas poco profundas.

Corwin (1976) ha utilizado con éxito el método del P.E. en zonas costeras. Para ello empleaba un par de electrodos flotantes Plata-Cloruro de plata, conectados a un registrador y remolcados por una embarcación pequeña. Según este autor, de este modo pueden detectarse yacimientos submarinos, con o sin prolongación bajo tierra o yacimientos terrestres muy próximos a la costa.

En estas mediciones el inconveniente de la gran conductividad del agua de mar viene compensado por lo bajo del nivel de ruidos. No obstante aparece un ruido nuevo, causado por las olas, ya que éstas representan un conductor que se mueve en el campo geomagnético. Si la altura de las olas es inferior a un metro, el ruido producido por ellas es de sólo unas décimas de mV y no representa inconveniente.

Apéndice 1

POTENCIAL ELECTRICO EN UN MEDIO ESTRATIFICADO DE N CAPAS

La solución del problema directo, en el caso de n capas, se obtiene de modo análogo al seguido cuando las capas son dos (apartado IV,6.2). La ecuación diferencial es la misma (IV,30) y las condiciones de contorno idénticas a las del caso de dos capas, pero las que se refieren al contacto entre la primera y la segunda capa han de ser extendidas a todos los contactos.

Resultan, pues, n potenciales, U_1, U_2, ..., U_i, ..., U_n, de la forma

$$U_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [e^{-\lambda z} + A_1 e^{-\lambda z} + B_1 e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) \, d\lambda$$

$$U_i = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [A_i e^{-\lambda z} + B_i e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) \, d\lambda \qquad (1,1)$$

$$U_n = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [A_n e^{-\lambda z} + B_n e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) \, d\lambda$$

donde A_i, B_i son funciones de λ que han de determinarse por las condiciones de contorno.

La anulación del potencial en el infinito exige que $B_n = 0$. Por otra parte, de la ausencia de componente normal del campo en la superficie $z = 0$, se deduce que $A_1 = B_1$, del mismo modo que en el caso de dos capas (apartado IV.6.2, condición *b*).

Cada ecuación del sistema (1,1) tiene dos funciones por determinar, por lo que hay en total $2n$ funciones, que quedan reducidas a $(2n - 2)$ por ser ya conocidas B_1 y B_n, en virtud de las condiciones anteriores. Si para cada contacto o interfaz, (excepto para la que representa la superficie del terreno) se dan dos ecuaciones de condición, se tendrán $2(n - 1)$

ecuaciones, con lo que el sistema quedará determinado. Tales ecuaciones de condición pueden establecerse para cada contacto, expresando por una parte, la continuidad del potencial, y por otra, la de la densidad de corriente normal al contacto.

La primera, para el contacto i, exige la igualdad de los integrandos de U_i y U_{i+1} para la profundidad z_i de dicho contacto, por lo que se tendrá,

$$A_i e^{-\lambda z_i} + B_i e^{\lambda z_i} = A_{i+1} e^{-\lambda z_i} + B_{i+1} e^{\lambda z_i} \tag{1,2}$$

En cuanto a la segunda, que se expresa, según la (III,14)

$$\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial U_i}{\partial z} = \frac{1}{\rho_{i+1}} \frac{\partial U_{i+1}}{\partial z}$$

$$(z = z_i) \tag{1,3}$$

exige que

$$\rho_{i+1} (A_i e^{-\lambda z_i}) - B_i e^{\lambda z_i}) = \rho_i (A_{i+1} e^{-\lambda z_i} - B_{i+1} e^{\lambda z_i}) \tag{1,4}$$

El sistema de ecuaciones será pues,

$$A_1 - B_1 = 0$$

$$(1 + A_1)\ e^{-\lambda z_1} + B_1 e^{\lambda z_1} - A_2 e^{-\lambda z_1} - B_2 e^{\lambda z_1} = 0$$

$$\rho_2 A_1 e^{-\lambda z_1} - \rho_2 B_1 e^{\lambda z_1} - \rho_1 A_2 e^{-\lambda z_1} + \rho_1 B_2 e^{\lambda z_1} = 0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\left.\begin{aligned} A_i e^{-\lambda z_i} + B_i e^{\lambda z_i} - A_{i+1} e^{-\lambda z_i} - B_{i+1} e^{\lambda z_i} &= 0 \\ \rho_{i+1} A_i e^{-\lambda z_i} - \rho_{i+1} B_i e^{\lambda z_i} - \rho_i A_{i+1} e^{-\lambda z_i} + \rho_i B_{i+1} e^{\lambda z_i} &= 0 \end{aligned}\right. \tag{1,5}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$A_{n-1} e^{-\lambda z_{n-1}} + B_{n-1} e^{\lambda z_{n-1}} - A_n e^{-\lambda z_{n-1}} = 0$$

$$\rho_n A_{n-1} e^{-\lambda z_{n-1}} - \rho_n B_{n-1} e^{\lambda z_{n-1}} - \rho_{n-1} A_n e^{-\lambda z_{n-1}} = 0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Sustituyendo B_1 por A_1, poniendo $u_i = e^{-2\lambda z_i}$ y multiplicando cada ecuación por $e^{-\lambda z_i}$, con el valor respectivo de z_i, queda

$$(1 + A_1)\, u_1 + A_1 - A_2 u_1 - B_2 = 0$$

$$\rho_2 A_1 u_1 - \rho_2 B_1 - \rho_1 A_2 u_1 + \rho_1 B_2 = 0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\left.\begin{aligned} A_i u_i + B_i - A_{i+1} u_i - B_i \quad &= 0 \\ \rho_{i+1} A_i u_i - \rho_{i+1} B_i - \rho_i A_{i+1} u_i + \rho_i B_{i+1} &= 0 \end{aligned}\right. \tag{1,6}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$A_{n-1}\, u_{n-1} + B_{n-1} - A_n\, u_{n-1} = 0$$

$$\rho_n\, A_{n-1}\, u_{n-1} - \rho_n\, B_{n-1} - \rho_{n-1}\, A_n\, u_{n-1} = 0$$

Este sistema puede ser resuelto partiendo de las últimas ecuaciones hacia adelante, hasta determinar A_1, de donde se pasa directamente a la función característica de Slichter mediante la igualdad

$$N_n = 1 + 2\, A_1 = 1 + 2\, N'_n$$

Sin embargo, resulta más cómodo en la práctica, para hallar la función característica, el empleo del algoritmo de Sunde (fórmulas IV,55), de la fórmula de Vanyan (IV,65) o del método recurrente expuesto en el apéndice 2 de esta obra.

Comparando el determinante del sistema (1,6) con el correspondiente a $n + 1$ capas, pueden establecerse las fórmulas de Flathe utilizadas en dicho apéndice.

En la segunda parte de esta obra, se volverán a tratar estas cuestiones desde un punto de vista más general.

Apéndice 2

DEMOSTRACION DE LA LEY DE RECURRENCIA PARA LA FUNCION CARACTERISTICA DE KING

Resumimos a continuación la demostración del autor (ORELLANA, 1965) sobre la ley de recurrencia para la formación de la FC de King.

La FC de Slichter tiene la forma

$$N_n(\lambda) = \frac{H_n(u) + P_n(u)}{H_n(u) - P_n(u)} = \frac{A(u)}{B(u)} \tag{2,1}$$

siendo $u = e^{-2\lambda}$ y n el número de capas, con la ley de recurrencia (FLATHE, 1955)

$$\begin{aligned} H_{n+1}(u) &= H_n(u) + P_n(u^{-1}) K_n u^{z_n} \\ P_{n+1}(u) &= P_n(u) + H_n(u^{-1}) K_n u^{z_n} \end{aligned} \tag{2,2}$$

donde z_n es la profundidad del último contacto

$$z_n = E_1 + E_2 + \ldots + E_n$$

De las ecuaciones anteriores se deduce

$$\begin{aligned} A_{n+1}(u) &= A_n(u) + A_n(u^{-1}) K_n u^{z_n} \\ B_{n+1}(u) &= B_n(u) - B_n(u^{-1}) K_n u^{z_n} \end{aligned} \tag{2,3}$$

Para transformar la FC de Slichter en la de King, hay que empezar por multiplicar ambos miembros de las (2,3) por los factores $(\rho_n + \rho_{n-1}) \ldots$ $\ldots (\rho_2 + \rho_1)$ que aparecen en los denominadores de los factores de reflexión K_i contenidas en las expresiones A_n, B_n, agrupar los términos obtenidos y dividir por los factores

$$(1 + e^{-2\lambda E_1})(1 + e^{-2\lambda E_2}) \ldots (1 + e^{-2\lambda E_{n-1}})$$

con lo que aparecerán en las fórmulas las $Th\,\lambda\,E_1$, $Th\,\lambda\,E_2$, etc. Ahora bien, en $A_n(u^{-1})$ y $B_n(u^{-1})$ no se originarán tangentes hiperbólicas sino cocientes del tipo

$$\frac{1 - e^{2\lambda E_1}}{1 + e^{2\lambda E_1}} \cdots \frac{1 - e^{2\lambda E_{n-1}}}{1 + e^{2\lambda E_{n-1}}}$$

los cuales combinados con el factor

$$u^{-z_n} = e^{-2\lambda E_1}\, e^{-2\lambda E_2} \ldots e^{-2\lambda E_{n-1}} \tag{2,4}$$

que multiplica a A_n y B_n en la (2,3) da lugar a expresiones

$$\frac{e^{-2\lambda E_1} - 1}{e^{-2\lambda E_1} + 1} \cdots \frac{e^{-2\lambda E_{n-1}} - 1}{e^{-2\lambda E_{n-1}} + 1}$$

equivalentes respectivamente, a

$$-Th\,\lambda\,E_1;\ -Th\,\lambda\,E_2;\ \ldots\ -Th\,\lambda\,E_{n-1}$$

quedando sin combinar el factor $e^{-2\lambda E_n}$ de (2,4).

Entonces, los segundos términos de la derecha de las (2,3) quedan transformados respectivamente, en

$$A_n(-h)\,K_n\,e^{-2\lambda E_n}$$
$$B_n(-h)\,K_n\,e^{-2\lambda E_n}$$

donde $A_n(-h)$ y $B_n(-h)$ representan respectivamente al numerador y denominador de la FC de n capas, expresada en función de tangentes hiperbólicas, esto es, en la forma de King, pero dando a estas tangentes signos negativos.

Para completar la transformación en el caso de $n + 1$ capas, basta multiplicar A_{n+1}, B_{n+1} por $(\rho_{n+1} + \rho_n)$ y dividir por $(1 + e^{-2\lambda E_n})$, con lo que se obtiene

$$A_{n+1}(h) = [(\rho_{n+1} + \rho_n)\,A_n(h) + (\rho_{n+1} - \rho_n)\,A_n(-h)\,e^{-2\lambda E_n}]\,(1 + e^{-2\lambda E_{n-1}})$$
$$B_{n+1}(h) = [(\rho_{n+1} + \rho_n)\,B_n(h) + (\rho_{n+1} - \rho_n)\,A_n(-h)\,e^{-2\lambda E_n}]\,(1 + e^{-2\lambda E_{n-l}})$$

donde las $A_n(h)$, $B_n(h)$, $A_{n+1}(h)$, $B_{n+1}(h)$ son respectivamente los numeradores y denominadores de las FC de King para n y $n + 1$ capas con signos correctos (positivos) en las tangentes hiperbólicas.

En las funciones $A_n(-h)$, $B_n(h)$ habrá términos que llamaremos *pares*, que por contener un número par de tangentes hiperbólicas tendrán signo positivo, mientras que otros, *impares*, serán negativos por ser impar el número de tangente hiperbólica con signo negativo.

Entonces, si es a un término par del numerador que está contenido con signo positivo en $A_n(h)$ y $A_n(-h)$, según las (2,5) dará lugar a los siguientes términos de $A_{n+1}(h)$

$$[(\rho_{n+1} + \rho_n) a + (\rho_{n+1} - \rho_n) a X_n] (1 + X_n)^{-1} = a \rho_{n+1} + a \rho_n Th \lambda E_n$$

Siendo

$$X_n = e^{-2\lambda E_n}$$

que son los dos términos que se deducen del a según lo anunciado en el apartado IV.7.3.

Si es b un término impar del numerador, que tendrá signos opuestos en $A_n(h)$ y $A_n(-h)$ al aplicar la transformación (2,5), originará en $A_{n+1}(h)$ los siguientes términos

$$[(\rho_{n+1} + \rho_n) b - (\rho_{n+1} - \rho_n) b X_n] (1 + X_n)^{-1} = \rho_n b + b \rho_{n+1} Th \lambda E_n$$

Del mismo modo se procede con los términos pares e impares del denominador, llegando a los resultados expuestos en el referido apartado IV.7.3.